

## DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XIX.

**I. Experimentelle Untersuchungen  
über die elliptische Polarisation des Lichtes durch  
Reflexion von Körpern mit Oberflächenfarben;  
von Julius Merkel.**

(Hierzu Taf. I Fig. 1—10.)

Seit den Untersuchungen von E. Wiedemann<sup>1)</sup> „über die elliptische Polarisation des Lichtes und ihre Beziehungen zu den Oberflächenfarben“ ist die experimentelle und theoretische Prüfung des von den Metallen und den Körpern mit Oberflächenfarben reflectirten Lichtes von verschiedenen Forschern wieder in Angriff genommen worden. Nach einer ziemlich eingehenden Darlegung der namentlich für die Metallreflexion aufgestellten theoretischen Formeln gibt Lundquist<sup>2)</sup> die Resultate seiner Versuche über die Reflexion des Lichtes beim Uebergang von Crown-glas in Fuchsin. Ausser den Grössen, welche die Polarisation des Lichtes bestimmen, wird die Intensität des zurückgeworfenen Lichtes gemessen und die Beziehung zum Absorptionsvermögen näher erörtert. Die nach den Cauchy'schen Formeln berechneten Resultate zeigen sich für einzelne Linien (*D*, *E* und *F*) in Uebereinstimmung mit den experimentell erhaltenen.

Weiter wurden von G. Quincke<sup>3)</sup> Haupteinfallswinkel und Hauptazimuth für die verschiedenen Fraunhofer'schen Linien bei einer ganzen Reihe von Metallen, sowie beim Carthamin (bei der Reflexion in Luft und in Glas) ermittelt.

1) E. Wiedemann, Ber. d. Kgl. Ges. der Wiss. math. phys. Class. 1872. Pogg. Ann. 151. p. 1. 1874.

2) Lundquist, Pogg. Ann. 152. p. 177, 398, 565. 1874.

3) Quincke, Pogg. Ann. Jubelband, p. 336. 1874.

Diesen Bestimmungen schliesst sich die Untersuchung des von dem übermangansäuren Kali reflectirten Lichtes von E. Wiedemann<sup>1)</sup> und Sir John Conroy<sup>2)</sup> an, der eine abermalige Ermittlung der Polarisationswinkel des Fuchsin's von P. Glan<sup>3)</sup> folgte.

In neuester Zeit sind die Constanten der elliptischen Polarisation ausser bei einigen Krystallen auch für Fuchsin von E. Schenck<sup>4)</sup> wiederum bestimmt worden mittels einer Methode, bei welcher die vorhandenen Gangunterschiede durch Drehen eines Krystallplättchens um eine zum Gange der Lichtstrahlen senkrechte Axe compensirt wurden.

Die wesentlichen Abweichungen der von E. Wiedemann und P. Glan für die Constanten der elliptischen Polarisation beim Fuchsin gefundenen Werthe liess eine nochmalige Untersuchung dieses Gegenstandes als wünschenswerth erscheinen.

Auf Anregung des Hrn. Prof. E. Wiedemann habe ich daher im Sommer 1881 eine Reihe von Untersuchungen über die elliptische Polarisation des von verschiedenen Anilinfarben reflectirten Lichtes unternommen, deren Ergebnisse im Folgenden mitgetheilt werden sollen. Für die vielfache Unterweisung, welche mir dabei von Hrn. Prof. Wiedemann zu theil wurde, bin ich demselben zum wärmsten Danke verpflichtet worden.

Zu meinen Messungen habe ich im wesentlichen die von E. Wiedemann angegebene Methode verwandt und hinsichtlich einer ausführlichen Darstellung derselben auf die oben citirte Abhandlung verweisend, berühre ich hier nur die an derselben angebrachten Abänderungen und die gegen sie erhobenen Einwände.

An Stelle des Spectroskops à vision directe wurde ein gewöhnliches Spectroskop benutzt, welches sich auf einem besonderen verstellbaren Tische auf Glasplatten leicht verschieben liess.

Durch Anwendung eines beliebig stark dispergirenden

1) E. Wiedemann, Pogg. Ann. 151. p. 625. 1874.

2) Conroy, Phil. Mag. 5. 6. p. 454. 1878. Beibl. 3. p. 282.

3) P. Glan, Wied. Ann. 7. p. 321. 1879.

4) E. Schenck, Wied. Ann. 15. p. 177. 1882.

Prismas konnte alsdann ein Spectrum erhalten werden, welches die Fraunhofer'schen Linien deutlich erkennen liess und eine genaue Einstellung der etwas breiteren Interferenzstreifen ermöglichte.

Gegen diese Methode sind von G. Quincke zwei Einwände erhoben worden. Einmal sei bei ihr eine genaue Bestimmung des Einfallswinkels unmöglich, andererseits leide sie an dem Uebelstande, dass sie für die verschiedenen Farben verschieden dicke Glimmerplättchen wegen der überaus starken Dispersion derselben erfordere. Da jedoch das von dem Collimatorfernrohr kommende Licht durch eine Linse, die die Polarisationserscheinungen nicht erheblich störte, parallel gemacht wurde, so war eine äusserst genaue Bestimmung des Einfallswinkels der Lichtstrahlen auf den zu untersuchenden Spiegel möglich. Ferner ist bei der Entwicklung der theoretischen Formeln, welche die zu bestimmenden Grössen aus den beobachteten zu ermitteln gestatten, der Dispersion des Glimmerplättchens Rechnung getragen worden.

Die von mir untersuchten Spiegel wurden durch Aufgiessen einer Lösung der betreffenden Substanz in absolutem Alkohol oder destillirtem Wasser (beim Anilingrün) auf eine im Luftbade oder über einer Flamme möglichst gleichmässig erhitzte Spiegelglasplatte erhalten und zeigten unter dem Mikroskope genügend grosse homogene Flächen.

Zur Berechnung der Constanten der elliptischen Polarisation aus den direct durch den Versuch ermittelten Grössen dienten die von G. Kirchhoff entwickelten, von E. Wiedemann ausführlich mitgetheilten Formeln. Ueber die Bestimmung des Polarisationswinkels und Hauptamplitudenverhältnisses sei noch Folgendes hinzugefügt.

Die durch die Versuche und die Rechnung sich ergebenden Zahlenwerthe für die Amplitudenverhältnisse bei verschiedenen Einfallswinkeln nehmen bekanntlich erst langsam ab, erreichen ein Minimum und steigen dann rasch empor. Wollte man diesen Minimalwerth genau ermitteln, so müsste man in der Nähe der ihm entsprechenden Einfallswinkel in kleineren Intervallen Versuche anstellen.

Ich habe mich zur angenäherten Bestimmung desselben

der bekannten, von Lagrange herrührenden Interpolationsformel bedient:

$$(I) \quad u = u_1 \cdot \frac{(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)} + u_2 \cdot \frac{(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)} + u_3 \cdot \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)},$$

in welcher  $u_1, u_2, u_3$  die Werthe für drei aufeinanderfolgende Amplitudenverhältnisse ( $u_2$  der Werth des kleinsten) sind und  $x_1, x_2, x_3$  die entsprechenden Einfallswinkel.

Diese Formel gibt, nach der Theorie der Maxima und Minima behandelt, für den Polarisationswinkel und das Hauptamplitudenverhältniss die Werthe:

$$(II) \quad x = \frac{B}{2A}, \quad u = C - \frac{B^2}{4A},$$

worin  $A, B$  und  $C$  die Werthe haben:

$$(III) \quad \left\{ \begin{aligned} A &= \frac{u_1}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)} + \frac{u_2}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)} + \frac{u_3}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)} = a + b + c, \\ B &= (x_2 + x_3)a + (x_1 + x_3)b + (x_1 + x_2)c, \\ C &= x_2 x_3 a + x_1 x_3 b + x_1 x_2 c. \end{aligned} \right\}$$

Legt man zur Vereinfachung der Rechnung das Coordinatensystem so, dass  $u_2 = 0$  und  $x_2 = 0$  wird, so erhält man:

$$(II') \quad x = \frac{B}{2A}, \quad u = -\frac{B^2}{4A},$$

worin:

$$(III') \quad \left\{ \begin{aligned} A &= \frac{u_1}{x_1(x_1-x_3)} + \frac{u_3}{x_3(x_3-x_1)} = \alpha + \beta, \\ B &= x_3 \alpha + x_1 \beta \end{aligned} \right\} \quad \text{ist.}$$

Für den Polarisationswinkel und das Hauptamplitudenverhältniss ergeben sich dann die einfachen Formeln:

$$(IV) \quad J_p = x + x_2 = x_2 + \frac{B}{2A}; \quad \operatorname{tg} \Psi = u + u_2 = u_2 - \frac{B^2}{4A}.$$

Wir theilen im Folgenden nur die durch Beobachtung und Rechnung gefundenen Resultate mit, welche für die elliptische Polarisation von Wichtigkeit sind, und geben für die Verzögerungen in Theilen einer Wellenlänge ( $\delta$ ), sowie für die Amplitudenverhältnisse ( $\operatorname{tg} \psi$ ) die arithmetischen Mittel der beiden Werthe, welche die Untersuchung lieferte. Ferner bezeichnen wir durch  $i$  die Einfallswinkel, durch

$J$  den Haupteinfallswinkel, d. h. den Winkel, bei welchem das Licht circular polarisirt,  $\delta = 0,25$  wird, durch  $J_p$  den Polarisationswinkel, für welchen  $\operatorname{tg} \psi$  ein Minimum wird, und durch  $\operatorname{tg} \Psi$  das dem Polarisationswinkel entsprechende Hauptamplitudenverhältniss, bei welchem der polarisirte Antheil des Lichtes den grössten Werth erreicht. Die Quadrate von  $\operatorname{tg} \psi$  stellen die Verhältnisse der Lichtintensitäten der in und senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahlen dar.

## I. Resultate für den Fuchsinspiegel.

Werthe von  $\delta$ .

$i$	$C \frac{1}{2} D$	$D$	$E \frac{1}{2} b$	$F$	$F \frac{1}{2} G$
43° 30'	0,008	0,029	0,073	0,124	0,202
47 30	0,012	0,041	0,094	0,153	0,249
52 30	0,036	0,055	0,120	0,197	0,280
57 30	0,060	0,084	0,158	0,234	0,329
62 30	0,107	0,136	0,218	0,285	0,357
66 30	0,316	0,233	0,277	0,319	0,385
71 30	0,416	0,369	0,341	0,368	0,417
76 30	0,469	0,422	0,394	0,409	0,441

Der Gang dieser Verzögerungen ist in Fig. 1 graphisch dargestellt, die Einfallswinkel sind als Abscissen aufgetragen, die Werthe von  $\delta$  selbst bilden die Ordinaten. Die Kreuze kennzeichnen die Werthe der Haupteinfallswinkel.

Werthe von  $\operatorname{tg} \psi$  und  $\operatorname{tg}^2 \psi$ .

$i$	$C \frac{1}{2} D$		$D$		$E \frac{1}{2} b$		$F$		$F \frac{1}{2} G$	
	$\operatorname{tg} \psi$	$\operatorname{tg}^2 \psi$	$\operatorname{tg} \psi$	$\operatorname{tg}^2 \psi$	$\operatorname{tg} \psi$	$\operatorname{tg}^2 \psi$	$\operatorname{tg} \psi$	$\operatorname{tg}^2 \psi$	$\operatorname{tg} \psi$	$\operatorname{tg}^2 \psi$
43° 30'	0,535	0,286	0,576	0,332	0,623	0,389	0,630	0,397	(0,537)	(0,288)
47 30	0,444	0,197	0,514	0,264	0,580	0,337	0,600	0,361	0,509	0,259
52 30	0,358	0,128	0,413	0,171	0,506	0,256	0,568	0,323	0,552	0,308
57 30	0,229	0,052	0,304	0,092	0,418	0,175	0,542	0,294	0,630	0,396
62 30	0,151	0,023	0,217	0,047	0,396	0,157	0,548	0,300	0,667	0,445
66 30	0,092	0,008	0,171	0,029	0,399	0,159	0,585	0,342	0,696	0,471
.1 30	0,160	0,026	0,224	0,050	0,455	0,207	0,649	0,421	0,789	0,623
76 30	0,349	0,122	0,446	0,199	0,555	0,309	0,736	0,542	0,852	0,726

Wir begnügen uns hier damit, die Grössen  $\operatorname{tg} \psi$  graphisch darzustellen (Fig. 1<sub>a</sub>); die Kreuze charakterisieren die Polarisationswinkel und die entsprechenden Hauptamplitudenverhältnisse.

In der folgenden Tabelle geben wir ausser den Werthen  $J$ ,  $J_p$ ,  $\text{tg } \Psi$  und  $\text{tg}^2 \Psi$  auch die Tangenten der Polarisationswinkel, welche, wenn sie auch nicht mit den Brechungsquotienten identisch sind, wie es bei durchsichtigen Körpern nach dem bekannten Brewster'schen Gesetze der Fall ist, doch denselben Gang befolgen dürften; eine Annahme, welche besonders auch durch den analogen Gang der Haupteinfallswinkel und Polarisationswinkel, die bei vollkommen durchsichtigen Körpern identisch sind, unterstützt wird.

Werthe von  $J$ ,  $J_p$ , etc.

	$C \frac{1}{2} D$	$D$	$E \frac{1}{2} b$	$F$	$F \frac{1}{2} G$
$J$	64° —	67° —	64° 30'	60° —	48° —
$J_p$	66 50'	67 15'	63 50	58 10'	44 48'
$\text{tg } J_p$	2,337	2,385	2,035	1,611	1,010
$\text{tg } \Psi$	0,092	0,170	0,396	0,536	0,507
$\text{tg}^2 \Psi$	0,008	0,029	0,157	0,287	0,257

Die Werthe der in der vorstehenden Tabelle enthaltenen Grössen mit Ausnahme der Werthe von  $\text{tg } J_p$  finden sich in den Zeichnungen 5 bis 8 durch die mit  $AR$  (Anilinroth) bezeichneten Curven graphisch dargestellt.

Der Gang der Werthe von  $\text{tg } J_p$  stimmt im allgemeinen mit dem Gange der Werthe überein, welche Christiansen<sup>1)</sup> für die Brechungsexponenten der verschiedenen Fraunhofer'schen Linien bei Fuchsinlösungen und Wernicke<sup>2)</sup> für festes Fuchsin gefunden haben, sodass die Untersuchungen über die elliptische Polarisation ebenfalls auf die Erscheinungen der anomalen Dispersion hinweisen. Die von Kundt<sup>3)</sup> gefundenen Brechungsquotienten für Fuchsinlösungen nehmen denselben Verlauf, nur beginnt bei ihnen die Zunahme bereits bei  $G$  wieder, während dieselbe nach den Versuchen von Wernicke und mir bei  $G$  unentschieden bleibt, nach Christiansen aber erst bei  $H$  eintritt.

Die von mir erhaltenen Werthe für den Polarisations-

1) Christiansen, Pogg. Ann. 143. p. 250. 1871.

2) Wernicke, Pogg. Ann. 155. p. 87. 1875.

3) Kundt, Pogg. Ann. 145. p. 74. 1872.

winkel des Fuchsin's bei den Linien  $C\frac{1}{2}D$ ,  $D$ ,  $E\frac{1}{2}b$  und  $F$  sind gerade zwischen den von den E. Wiedemann und P. Glan gefundenen gelegen und stimmen im allgemeinen besser mit den von E. Wiedemann gefundenen überein, hingegen erhielt ich für die Linie  $F\frac{1}{2}G$  einen wesentlich anderen Werth.

Die von Schenck erhaltenen Resultate stimmen mit den von mir gefundenen, was den Polarisationswinkel anlangt, sehr gut überein, während die Amplitudenverhältnisse zum Theil noch ziemlich abweichende Werthe darbieten.

Die Abweichungen der von E. Wiedemann und mir gefundenen Resultate dürften übrigens zum Theil auch dadurch bedingt sein, dass ersterer seine Spiegel lange Zeit nach ihrer Herstellung untersuchte, während die von mir benutzten Spiegel erst unmittelbar vor ihrer Untersuchung angefertigt wurden.

Wir geben, um eine Vergleichung der verschiedenen Werthe zu ermöglichen, eine Zusammenstellung der von den Hrn. E. Wiedemann (W.), P. Glan (G.), E. Schenck (Sch.) und der von mir (M.) gefundenen Resultate für den Polarisationswinkel und das Hauptamplitudenverhältniss bei den Linien  $C$  bis  $F\frac{1}{2}G$  und stellen dieselben beziehentlich in den Fig. 9 und 10 graphisch dar.

Werthe von  $J_p$  und  $\text{tg } \Psi$ .

	$C$	ca. $C\frac{1}{2}D$	$C$	$C\frac{1}{2}D$	$D$	ca. $D$	$D$	$D$	$E\frac{1}{2}b$	ca. $E$	$E$	$E\frac{1}{2}b$
$J_p$	66° 3'	71° 38'	67° 1'	66° 50'	65° 45'	68° 52'	66° 53'	67° 15'	59° 48'	66° 27'	62° 45'	63° 50'
$\text{tg } \Psi$	0,084	0,199	0,073	0,092	0,225	0,254	0,261	0,170	0,340	0,365	0,394	0,396
	W.	G.	Sch.	M.	W.	G.	Sch.	M.	W.	G.	Sch.	M.

	$F$	ca. $E\frac{1}{2}F$	$F$	$F$	$F\frac{1}{2}G$	ca. $F\frac{1}{2}G$	$F\frac{1}{2}G$	$F\frac{1}{2}G$
$J_p$	53°	65° 27'	56° 39'	58° 10'	50° 23'	58°	45° 7'	44° 48'
$\text{tg } \Psi$	0,320	0,399	0,496	0,536	0,020	0,482	0,492	0,507
	W.	G.	Sch.	M.	W.	G.	Sch.	M.

## II. Resultate für den Anilinviolettspiegel.

Werthe von  $\delta$ .

$i$	$C \frac{1}{2} D$	$D$	$E \frac{1}{2} b$	$F$	$F \frac{1}{2} G$
45°	0,024	0,041	0,089	0,152	0,222
50	0,038	0,057	0,123	0,188	0,260
55	0,050	0,078	0,157	0,235	0,317
60	0,075	0,111	0,203	0,283	0,348
65	0,136	0,174	0,257	0,336	0,369
70	0,272	0,273	0,314	0,368	0,404
75	0,402	0,370	0,368	0,402	0,431
80	0,451	0,431	0,411	0,437	0,456

Werthe von  $\operatorname{tg} \psi$  und  $\operatorname{tg}^2 \psi$ .

$i$	$C \frac{1}{2} D$		$D$		$E \frac{1}{2} b$		$F$		$F \frac{1}{2} G$	
	$\operatorname{tg} \psi$	$\operatorname{tg}^2 \psi$	$\operatorname{tg} \psi$	$\operatorname{tg}^2 \psi$	$\operatorname{tg} \psi$	$\operatorname{tg}^2 \psi$	$\operatorname{tg} \psi$	$\operatorname{tg}^2 \psi$	$\operatorname{tg} \psi$	$\operatorname{tg}^2 \psi$
45°	0,597	0,356	0,606	0,367	0,620	0,384	0,553	0,306	0,491	0,241
50	0,517	0,267	0,514	0,264	0,539	0,294	0,512	0,262	0,430	0,185
55	0,399	0,159	0,433	0,187	0,504	0,254	0,508	0,258	0,465	0,216
60	0,289	0,084	0,339	0,115	0,464	0,215	0,541	0,293	0,578	0,335
65	0,185	0,034	0,267	0,071	0,461	0,213	0,585	0,342	0,658	0,433
70	0,149	0,022	0,243	0,059	0,496	0,245	0,664	0,441	0,700	0,490
75	0,237	0,056	0,330	0,136	0,570	0,326	0,746	0,556	0,807	0,651
80	0,430	0,185	0,483	0,233	0,689	0,475	0,858	0,737	0,884	0,782

Werthe von  $J$ ,  $J_p$ , etc.

	$C \frac{1}{2} D$	$D$	$E \frac{1}{2} b$	$F$	$F \frac{1}{2} G$
$J$	69° 30'	69° —	64° 15'	56° 45'	49° 30'
$J_p$	69 54	68 34'	62 54	53 4	50 41
$\operatorname{tg} J_p$	2,733	2,547	1,954	1,330	1,221
$\operatorname{tg} \psi$	0,146	0,239	0,458	0,505	0,421
$\operatorname{tg}^2 \psi$	0,021	0,057	0,210	0,255	0,177

Die graphische Darstellung der Werthe von  $\delta$  und  $\operatorname{tg} \psi$  geben die Fig. 2 und 2<sub>a</sub>, während die Werthe der dritten Tabelle (mit Ausnahme von  $\operatorname{tg} J_p$ ) ihre Darstellung in den durch  $AV$  bezeichneten Curven der Fig. 5 bis 8 gefunden haben.

Die Werthe von  $\operatorname{tg} J_p$  zeigen, dass auch das Anilinviolett eine starke anomale Dispersion aufweist. Bis  $D$  nimmt der Werth von  $\operatorname{tg} J_p$  langsam ab, zeigt bei dem Uebergange von  $D$  zu  $E \frac{1}{2} b$  und von da zu  $F$  zwei beträchtliche Sprünge, wird bis  $F \frac{1}{2} G$  wiederum etwas kleiner, um dann erst in

normaler Weise wieder anzusteigen, wie uns einzelne für  $F\frac{1}{2}G$  ausgeführte, in den vorstehenden Tabellen wegen ihrer Unvollständigkeit nicht mitgetheilte Beobachtungen gezeigt haben.

Die Abweichungen zwischen den von E. Wiedemann und mir gefundenen Werthen dürften ihre Erklärung jedenfalls in einer verschiedenen Beschaffenheit der untersuchten Spiegel finden, sie sind im allgemeinen geringer als beim Fuchsinspiegel.

### III. Resultate für den Spiegel von Anilinblau.

Werthe von  $\delta$ .

$i$	$C$	$C\frac{1}{2}D$	$D$	$E\frac{1}{2}b$	$F$
45°	0,019	0,039	0,057	0,038	0,004
50	0,030	0,057	0,081	0,074	0,012
55	0,045	0,081	0,114	0,145	0,047
60	0,068	0,114	0,164	0,332	0,137
65	0,102	0,168	0,222	0,418	0,452
70	0,215	0,251	0,301	0,440	0,485
75	0,334	0,345	0,365	0,460	0,489
80	0,414	0,388	0,403	0,470	0,498

Werthe von  $\operatorname{tg} \psi$  und  $\operatorname{tg}^2 \psi$ .

$i$	$C$		$C\frac{1}{2}D$		$D$		$E\frac{1}{2}b$		$F$		$F\frac{1}{2}G$	
	$\operatorname{tg} \psi$	$\operatorname{tg}^2 \psi$	$\operatorname{tg} \psi$	$\operatorname{tg}^2 \psi$	$\operatorname{tg} \psi$	$\operatorname{tg}^2 \psi$	$\operatorname{tg} \psi$	$\operatorname{tg}^2 \psi$	$\operatorname{tg} \psi$	$\operatorname{tg}^2 \psi$	$\operatorname{tg} \psi$	$\operatorname{tg}^2 \psi$
45°	0,519	0,270	0,520	0,270	0,482	0,232	0,190	0,036	0,298	0,089	0,359	0,129
50	0,435	0,189	0,424	0,190	0,415	0,172	0,087	0,008	0,148	0,022	0,229	0,052
55	0,328	0,107	0,351	0,123	0,356	0,127	0,110	0,012	0,023	0,006	0,096	0,009
60	0,243	0,059	0,285	0,081	0,357	0,127	0,242	0,058	0,143	0,021	0,085	0,007
65	0,250	0,063	0,302	0,091	0,395	0,156	0,392	0,157	0,285	0,081	0,215	0,046
70	0,314	0,098	0,371	0,137	0,486	0,237	0,553	0,305	0,432	0,187	0,369	0,136
75	0,429	0,184	0,489	0,239	0,595	0,354	0,657	0,432	0,570	0,325	0,502	0,252
80	0,583	0,340	0,630	0,397	0,710	0,504	0,776	0,602	0,708	0,502	0,651	0,424

Werthe von  $J$ ,  $J_p$ , etc.

	$C$	$C\frac{1}{2}D$	$D$	$E\frac{1}{2}b$	$F$	$F\frac{1}{2}G$
$J$	62° 15'	63° 45'	59° 15'	53° —	55° 30'	58° —
$J_p$	61 44	61 28	57 29	50 38'	55 2	57 55'
$\operatorname{tg} J_p$	1,860	1,839	1,569	1,219	1,430	1,595
$\operatorname{tg} \psi$	0,236	0,281	0,349	0,081	0,023	0,072
$\operatorname{tg}^2 \psi$	0,056	0,079	0,122	0,006	0,001	0,005

Die in den vorstehenden Tabellen enthaltenen Werthe (mit Ausnahme von  $\text{tg}^2 \psi$ ,  $\text{tg} J_p$ ) finden sich in den Zeichnungen 3, 3<sub>a</sub> und 5 bis 8 dargestellt, wobei in letzteren nur die durch  $AB$  gekennzeichneten Curven in Frage kommen.

Die Dispersion verläuft, wie aus den Werthen von  $\text{tg} J_p$  hervorgeht, anomal von  $C$  bis  $E\frac{1}{2}b$ , sodann in normaler Weise.

## IV. Resultate für den Spiegel von Anilingrün.

Werthe von  $\delta$ .

$i$	$C$	$C\frac{1}{2}D$	$D$	$E\frac{1}{2}b$	$F$	$F\frac{1}{2}G$
45°	0,057	0,067	0,097	0,039	0,005	0,022
50	0,080	0,099	0,140	0,064	0,015	0,039
55	0,115	0,141	0,194	0,442	0,206	0,103
60	0,179	0,212	0,260	0,461	0,475	0,376
65	0,279	0,293	0,329	0,476	0,492	0,457
70	0,365	0,363	0,375	0,485	0,495	0,474
75	0,415	0,408	0,412	0,492	0,496	0,483
80	0,450	0,445	0,446	0,494	0,498	0,488

Werthe von  $\text{tg} \psi$  und  $\text{tg}^2 \psi$ .

$i$	$C$		$C\frac{1}{2}D$		$D$		$E\frac{1}{2}b$		$F$	
	$\text{tg} \psi$	$\text{tg}^2 \psi$	$\text{tg} \psi$	$\text{tg}^2 \psi$	$\text{tg} \psi$	$\text{tg}^2 \psi$	$\text{tg} \psi$	$\text{tg}^2 \psi$	$\text{tg} \psi$	$\text{tg}^2 \psi$
45°	0,681	0,463	0,643	0,413	0,606	0,367	0,366	0,134	0,419	0,176
50	0,565	0,320	0,550	0,303	0,521	0,271	0,247	0,061	0,292	0,085
55	0,462	0,213	0,460	0,212	0,431	0,186	0,150	0,022	0,158	0,028
60	0,358	0,128	0,363	0,132	0,364	0,133	0,153	0,023	0,031	0,001
65	0,246	0,060	0,284	0,081	0,329	0,108	0,280	0,078	0,131	0,017
70	0,177	0,031	0,266	0,071	0,344	0,118	0,394	0,155	0,273	0,074
75	0,198	0,039	0,311	0,096	0,397	0,158	0,517	0,267	0,411	0,169
80	0,309	0,095	0,401	0,160	0,488	0,238	0,613	0,376	0,548	0,300

Werthe von  $J$ ,  $J_p$ , etc.

	$C$	$C\frac{1}{2}D$	$D$	$E\frac{1}{2}b$	$F$
$J$	71° 30'	70° —	67° 15'	58° 30'	62° —
$J_p$	71 16	68 44'	66 3	57 18	60 18'
$\text{tg} J_p$	2,949	2,569	2,251	1,558	1,753
$\text{tg} \psi$	0,174	0,265	0,328	0,139	0,031
$\text{tg}^2 \psi$	0,030	0,070	0,107	0,019	0,001

Die diesen Werthen (ausgenommen die Werthe von  $\text{tg}^2 \psi$  und  $\text{tg} J_p$ ) entsprechenden Curven finden sich in den

Zeichnungen 4, 4<sub>a</sub> und 5 bis 8, von welchen letzteren die mit *AG* bezeichneten Curven hierher gehören. Die Dispersion ist weniger stark anomal als bei den übrigen Anilinfarben, von  $E\frac{1}{2}b$  an wird sie wieder normal.

Den im Vorstehenden mitgetheilten Resultaten mögen noch einige allgemeine Betrachtungen sich anschliessen.

1. Die Curven (1—4), welche den Gang der Verzögerungen als Functionen der Einfallswinkel darstellen, zeigen zunächst beim Fuchsin und Anilinviolett einerseits und beim Anilinblau und Anilingrün andererseits gewisse Analogien. Während bei ersteren Substanzen die Curven für  $E\frac{1}{2}b$ ,  $F$ ,  $F\frac{1}{2}G$  ziemlich gleichmässig ansteigen und gegen die Abscissenaxe bald convex, bald concav gekrümmt erscheinen, die Curven für  $C\frac{1}{2}D$  und  $D$  aber sich anfangs weniger stark erheben, um alsdann bedeutend rascher emporzusteigen, findet bei den letzteren Substanzen ein entgegengesetztes Verhalten statt. Die Curven  $C$ ,  $C\frac{1}{2}D$  und  $D$  verlaufen ziemlich regelmässig ansteigend, die Curven  $E\frac{1}{2}b$ ,  $F$  und  $F\frac{1}{2}G$  dagegen nehmen erst langsam zu, steigen dann äusserst schnell in die Höhe und gelangen alsdann bei äusserst geringem Wachsen zu ihrem Maximalwerthe. Das gleichmässige Ansteigen der Curven entspricht dem Gange der Verzögerungen bei metallischen Körpern, das sprungweise Emporsteigen hingegen dem Gange der Verzögerungen bei durchsichtigen Körpern.

2. Aehnliche Analogien sind bei den Curven (1<sub>a</sub>—4<sub>a</sub>) für die Amplitudenverhältnisse beim Fuchsin und Anilinviolett, sowie beim Anilinblau und Anilingrün zu constatiren; bei ersteren Substanzen erreichen dieselben für die Linien  $C\frac{1}{2}D$  und  $D$  die geringsten Werthe, bei letzteren für die Linien  $E\frac{1}{2}b$ ,  $F$  und  $F\frac{1}{2}G$ . Merkwürdig ist bei den beiden ersteren Substanzen beziehentlich der Verlauf der Curven  $F\frac{1}{2}G$  und  $F\frac{1}{2}G$ , welche gegen die Abscissenaxe bald convexe, bald concave Krümmung aufweisen. Auch die von E. Schenck für das Fuchsin erhaltene Curve zeigt ein entsprechendes Verhalten.

3. Das analoge Verhalten von Anilinroth und -violett sowie Anilinblau und -grün zeigen auch die Curven 5—8, welche die Haupteinfallswinkel, die Polarisationswinkel, die

Hauptamplitudenverhältnisse und die diesen entsprechenden Lichtintensitätsverhältnisse zur Darstellung bringen.

Eine Prüfung der theoretischen Formeln, eine Untersuchung der Beziehungen zwischen elliptischer Polarisation, anomaler Dispersion und Absorption soll erst auf Grund weiterer experimenteller Untersuchungen versucht werden.

Leipzig, Physikalisch-chemisches Laboratorium.

## II. *Ein neues Radiometer; von C. Baur.*

(Hierzu Taf. II Fig. 1—3.)

Als ich im Wintersemester 1881/82 im physikalischen Institute zu Berlin arbeitete, stellte mir Hr. Geheimrath Helmholtz die Aufgabe, zu untersuchen, ob es möglich sei, die grosse Veränderlichkeit des Leitungswiderstandes dünner Metallblättchen dazu zu benutzen, ein Radiometer zu construiren, das sich wie die Thermosäule von Nobili verwenden liesse. Ende Januar machte ich in der physikalischen Gesellschaft zu Berlin eine vorläufige Anzeige über mein Instrument und über einige damit erhaltene Resultate.<sup>1)</sup> Seit-her habe ich das Instrument verbessert und Versuche damit angestellt.

Das Princip, auf dem die Construction beruht, ist ein sehr einfaches. Fig. 1 stelle die Wheatstone'sche Stromverzweigung dar.  $AB$  sei ein Messdraht,  $w_1$  und  $w_2$  die Widerstände seiner Stücke,  $w_3$  und  $w_4$  die Widerstände von  $AC$  und  $BC$ ;  $G$  ist das Galvanometer im Brückendrahte und  $E$  die electromotorische Kraft in der Nebenleitung. Die Stromstärke im Brückendrahte wird gleich Null sein, wenn:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{w_3}{w_4}.$$

Wird einer der vier Widerstände geändert, so wird sofort ein Strom durch den Brückendraht gehen und der Magnet des Galvanometers abgelenkt werden. Nun schaltet man

1) Baur, Verhandl. der phys. Ges. in Berlin. No. 4. p. 15. 1882.

beim Knotenpunkt  $C$  in die Widerstände  $w_3$  und  $w_4$  je ein dünnes Blättchen ein. Wird dann das eine bestrahlt, während das andere vor der Strahlung geschützt ist, so wird sich der Widerstand des bestrahlten Blättchens ändern, und im Galvanometer wird ein Ausschlag dies anzeigen. Nimmt man an, der Ausschlag sei proportional der Widerstandsänderung, und diese proportional der Strahlungsintensität, so ist der Ausschlag der Intensität der Strahlung proportional.

In meinem Apparate befestigte ich die beiden Blättchen auf einem Cylinder aus Buchsbaumholz, etwa 2 cm hoch und von einem Radius von 5 cm. Hartgummi wird aber jedenfalls besser dienen. Der Cylinder hat einen erhabenen Rand, wie man in seinem Durchschnitt, Fig. 2, sehen kann. Die beiden gitterförmigen Blättchen werden dann auf den beiden Seiten dieses Cylinders mit etwas Gummi auf den erhabenen Rand geklebt, sodass sie sonst überall frei in Luft schweben. Auf dem Grunde des Cylinders kann man noch einen Spiegel (blankes Stanniol) anbringen, der die auffallenden Strahlen wieder zurückwirft. Fig. 3 zeigt die Befestigung der beiden Blättchen. In  $A_1 A_1$  sind die Enden des vorderen mit Wood'schem oder Newton'schen Metall an Messingstreifen angelöthet, die auf dem Mantel des Holzcyinders eingelassen und mit Schrauben befestigt sind. Diese Streifen tragen eine Schraube zur Verbindung mit Drähten. In  $B_1 B_1$  sieht man die Streifen, an welchen das hintere Blättchen befestigt ist. Der Holzcylinder bildet einen Schirm zwischen beiden Blättchen. Wie sie in die Verzweigung Fig. 1 eingeschaltet werden, ist leicht zu sehen.  $C$  ist derselbe Punkt wie in Fig. 1,  $CG$  geht nach dem Galvanometer,  $w_3$  nach  $A$  und  $w_4$  nach  $B$ . Der Cylinder kann nun an irgend einem passenden Stative, z. B. auf dem Melloni'schen Apparate an Stelle der Thermosäule, befestigt werden. Zum Schutze gegen Luftströmungen steckte ich an beiden Enden des Cylinders geschwärzte Röhren aus Pappe von etwa 20 cm Länge an. Die eine ist offen, die andere mit einem Deckel geschlossen. Zwischen die offene Röhre und die Wärmequelle stellte ich Schirme, die ich mit Schnüren vom Beobachtungsfernrohre aus auf- und zuzog.

Als electromotorische Kraft können ein oder mehrere Daniell'sche Elemente genommen werden. Es ist aber gut, wenn man nur eins nimmt, oder sie nebeneinander stellt, wenn man mehrere nimmt. Bei Widerstandsmessungen, wie sie hier ja gemacht werden, muss man die electromotorische Kraft immer so klein als möglich nehmen. Als Galvanometer diente mir eins nach Wiedemann, das ich so weit astasirte, dass ich beim Bestrahlen noch einen ersten Ausschlag bekam. Man kann auch stärker astasiren, bis das Galvanometer aperiodisch geworden ist, und dann 5 bis 10 Sec. lang bestrahlen lassen, bis man den Ausschlag abliest. Man erhält so bedeutend grössere Ausschläge, allein während dieser langen Zeit können eine Reihe von Störungen vorkommen, und die Zeit ist so schwer genau innezuhalten, dass die einzelnen Ablesungen bedeutende Abweichungen zeigen. So zog ich vor, eine kleinere Empfindlichkeit und dafür eine grössere Genauigkeit zu haben, und machte die Ablesungen an dem ersten Ausschlag.

Man achte darauf, das Galvanometer in den Brückendraht und nicht in die Nebenleitung einzuschalten, da in letzterem Falle eine Störung eintritt, deren Grund ich noch nicht gefunden habe. Hat man einmal die ungefähre Einstellung auf dem Messdrahte gemacht, so lasse man den Strom während der ganzen Dauer der Untersuchung geschlossen. Das Fadenkreuz kann nie vollständig zur Ruhe gebracht werden, aber man kann die Ablenkung, die beim Schliessen des Brückendrahtes entsteht, durch schwaches Klopfen am Schlitten leicht auf ein Minimum bringen. Man beobachtet, dass das Fadenkreuz beständig in einer und derselben Richtung wandert, was ohne Zweifel von einer von dem durchgehenden Strome bewirkten Widerstandsänderung herrührt. Diese Bewegung ist aber klein, 1—2 mm in 5 Sec., und kann bei der Ablesung leicht in Rechnung gezogen werden. Ich fand die einzelnen Ausschläge, wenn ich als Wärmequelle einen Körper von constanter Temperatur benutzte, bis auf 1 bis 2 mm gleich.

Die Empfindlichkeit dieses neuen Instrumentes ist bedeutend grösser als die der Thermosäule. Ich erhielt mit

einem Daniell'schen Element einen Ausschlag von etwa 400 mm, wenn ich dem einen Blättchen (beide zusammen hatten einen Widerstand von 7,06 S.-E.) die berusste Seite eines auf 100° erwärmten Lesly'schen Würfels in der Distanz von etwa 1 m gegenüberstellte. Mit einem Daniell'schen Element und dem ersten Ausschlag erreichte ich mit meinem Instrumente eine Empfindlichkeit, mit der ich überall auskam.

Da jeder Physiker sich den Apparat selber construiren kann, will ich die einfachste Methode, auf die ich nach mühevollen Versuchen kam, angeben, nach der man die Blättchen schneiden kann. Um zwei Blättchen (ich machte ihren Widerstand immer möglichst gleich) von gleichem Widerstande auf einmal herauszuschneiden, nehme man zwei etwas grössere viereckige Stücke Stanniol, die nicht zu dünn und auf der einen Seite mit Platinchlorid geschwärzt sind, lege dazwischen ein dünnes, glattes Stück Seidenpapier und klebe Blättchen und Papier an den vier Ecken mit wenig Gummi zusammen. Nun klebe man noch eine Schablone auf, die man aus Schreibpapier herausgeschnitten hat. Mit einem scharfen Rasirmesser schneidet man die Stäbchen des Gitters heraus, entfernt die weggeschnittenen Stanniolstreifen, zeichnet die Grenzen des Blättchens nach der Schablone durch und entfernt diese. Nun kann man die zwei Blättchen voneinander wegnehmen und jedes einzelne leicht aufkleben, indem man den Rand des Holzcyinders mit etwas Gummi bestreicht und ihn passend auf das ausgebreitete Blatt drückt. Sind beide Blättchen aufgespannt und der Gummi getrocknet, so kann man daran gehen, alles überflüssige Stanniol wegzuschneiden, bis schliesslich nur noch das gitterförmige Blättchen bleibt. Ich machte die Stäbchenbreite 2 mm, die Zwischenräume 1 mm. Es ist gut, wenn man das mit Platinchlorid geschwärzte Blättchen nach dem Trocknen einige Tage in ein Buch legt und presst, da die Stäbchen nach dem Aufspannen sich sonst leicht aufrollen, und der Strahlung dann eine kleinere Fläche darbieten.

Einige historische Notizen möchte ich noch hinzufügen. Wie bereits erwähnt, hatte ich das Instrument im

Anfange des letzten Jahres vollständig brauchbar construiert. Gleich danach erhielt ich Kenntniss davon, dass Langley in Amerika schon vor einiger Zeit dasselbe Instrument verfertigt habe. Da mir aber seine Abhandlungen<sup>1)</sup> nicht zur Verfügung stehen, weiss ich nichts Genaueres über seine Erfindung.

Allein auch Langley ist nicht der erste Erfinder dieses wichtigen Instrumentes, denn schon vor 32 Jahren hat A. F. Svanberg<sup>2)</sup> dasselbe sehr ausführlich beschrieben. Er brachte in den einen Zweig einer Wheatstone'schen Verzweigung eine flache, eng gewundene Spirale an, die er zum Schutze gegen Strahlung in einer Röhre mit Deckel aufstellte. Diese Spirale bestand aus mit Seide umsponnenem Kupferdraht, der 0,21 mm dick und mit Russ geschwärzt war. Will man die Strahlung einwirken lassen, so nimmt man den Deckel der Röhre ab. Svanberg benannte das Instrument „galvanisches Differentialthermometer.“ Er sagt u. a.: „Hieraus geht klar hervor, welchen ausserordentlichen Grad von Empfindlichkeit für Temperatur das Instrument besitzt, und dieser kann gesteigert werden, wenn man eine Batterie von mehreren Grove'schen Paaren anwendet. Dies hat mich veranlasst, zu untersuchen, ob nicht hiermit ein ebenso empfindlicher Wärmemesser wie der Nobili'sche Thermomultiplikator zu erhalten sei etc.“

Indem ich so das Instrument von neuem bekannt mache, hoffe ich, dass sich die Physiker nun desselben bemächtigen, damit es nicht noch ein zweites mal in die Vergessenheit zurückfällt.

Solothurn, Jan. 1883.

---

1) Langley. Sill. Journ. (3) 21. p. 187. 1881; Chem. News, 43. p. 6. 1881; Proc. of the Amer. Acad. N. S. V. 8. Part. II. 1881. Beibl. 5. p. 191.

2) Svanberg, Pogg. Ann. 24. p. 416. 1851.

### III. *Die Strahlung des Steinsalzes bei verschiedenen Temperaturen; von C. Baur.*

Melloni<sup>1)</sup> und Magnus<sup>2)</sup> haben die ersten Versuche über die Strahlung des Steinsalzes bei einer bestimmten Temperatur gemacht. Melloni erhitze Steinsalzplatten mit Weingeistlampen, während Magnus sie in einem heissen Luftstrom erwärmte, wobei er die Temperatur der Platte bestimmen und controliren konnte. Beide Beobachter liessen die Strahlung durch Steinsalz und andere diathermane Körper absorbiren. Melloni folgert aus seinen Versuchen, die Strahlung von Steinsalz werde von polirten Steinsalzplatten nicht besonders absorbirt, sondern verhalte sich wie die Strahlung von beliebigen anderen Körpern. Magnus hingegen erhielt das Resultat, dass Steinsalzplatten die von Steinsalz ausgestrahlte Wärme viel stärker absorbire, als die irgend einer anderen Substanz. Er hält das Steinsalz für vollkommen monotherman und glaubt, dass die Strahlung von ganz reinem Steinsalz durch eine Steinsalzplatte vollständig absorbirt werde. Magnus erwärmte nämlich eine Platte auf 150° und stellte immer dickere absorbirende Platten vor die Oeffnung der Thermosäule. Bei einer Dicke von 20 mm der Platte nahm die Absorption nicht mehr zu, da eine Platte von 80 mm nicht mehr absorbirte als eine von 20 mm Dicke, nämlich 80 Proc. der auffallenden Strahlung. Die durchgehenden 20 Proc. hält Magnus für die Strahlung von Unreinigkeiten, die in der vollkommen klaren Platte enthalten sein sollten.

Es war vorauszusehen, dass weder das eine noch das andere Resultat richtig sei, und die folgenden Versuche ergaben Resultate, die von den besprochenen total verschieden sind.

Diese Versuche wurden am Ende des letzten Sommers im physikalischen Institut des Polytechnikums in Zürich ausgeführt. Als Radiometer gebrauchte ich das weiter oben be-

1) Melloni, Pogg. Ann. **35**. p. 401. 1835.

2) Magnus, Pogg. Ann. **139**. p. 431. 1870.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XIX.

schriebene Instrument. Als Strahlungsobject diente mir eine Platte aus reinem und klarem Steinsalz von 90 mm Länge, 50 mm Breite und 8 mm Dicke. Die Platte wurde polirt und in einen massiven Kupferrahmen gelegt, der sie überall fest umgab, und der mit zwei Gasflammen auf eine beliebige Temperatur gebracht werden konnte. Nach Verlauf einer Stunde war die Temperatur ziemlich constant geworden, schwankte aber immer einige Grade auf und ab. Durch kleinere oder grössere Flammen konnte die Temperatur der Platte bis auf  $300^{\circ}$  gebracht werden. Die Temperatur wurde mit einem Thermoelement aus Kupfer- und Neusilberdraht gemessen, indem man die eine Löthstelle in der Mitte der Platte in eine der Spalten steckte, die sich nach mehrmaligem Erwärmen und Abkühlen gebildet hatten.

Um die Strahlung des Kupferrahmens und der Flammen von dem Radiometer abzuhalten, wurde zwischen Platte und Radiometer ein Schirm von constanter Temperatur gestellt. Dieser war ein cylindrisches Gefäss aus Zinkblech, durch das beständig Wasser floss. Eine Durchbohrung in der Richtung der *Axe* liess die Strahlen der Platte hindurch. Die Strahlung des Schirmes liess sich immer ziemlich genau bestimmen; sie war gering bei den meisten Versuchen und bei den höheren Temperaturen beinahe verschwindend gegen die Strahlung der Steinsalzplatten. Nur bei den niederen Temperaturen hat die Strahlung des Schirmes einigen Einfluss auf die Strahlung der Platten gehabt, und diese Beobachtungen sind daher weniger zuverlässig als die bei höheren Temperaturen.

Die Strahlung der Platten wurde absorbirt durch drei Steinsalzplatten, die mit I, II und III bezeichnet sind, und deren mittlere Dicke 3,4, 5,1 und 13,8 mm ist. Sie waren vollständig klar und ziemlich hell polirt, liefen aber immer gleich an, da bei dem beständigen Regenwetter im letzten Sommer die Atmosphäre immer mit Wasserdampf gesättigt war, und Steinsalz sehr hygroskopisch ist. Ich machte die Beobachtung, dass eine frisch polirte und eine angelaufene Platte gleich stark absorbirten, sodass also eine dünne Wasserschicht auf der Platte nicht viel zu sagen hat. Bei

der Beobachtung las ich immer in der Reihenfolge ab, dass ich erst durch Luft, hierauf durch Platte I, dann II und III absorbiren liess. War eine solche Reihe zu Ende, so machte ich so rasch als möglich noch eine grössere Anzahl anderer.

In welcher Art die Ausschläge während eines Versuches, die 1 bis  $1\frac{1}{2}$  Stunden dauerten, sich änderte, zeigt die folgende Reihe vom 19. September 1882.

Luft	Platte I	Platte II	Platte III
449	324	310	277
450	324	312	282
455	325	312	279
452	332	314	281
454	327	315	280
455	327	312	278
456	327	316	279
456	325	311	276
454	326	313	279
-15	-15	-15	-15
439	311	298	264

Die erste Horizontalreihe enthält die einzelnen absorbirenden Mittel. Darauf folgen acht Horizontalreihen mit den Ausschlägen, wie sie hinter einander gemessen wurden. Die nächste Horizontalreihe gibt das Mittel aller Ablesungen, von dem dann die Strahlung des Schirmes, 15 mm abgezogen wurde, sodass die letzte Horizontalreihe den wirklichen mittleren Ausschlag angibt für die Steinsalzstrahlung, wenn sie die verschiedenen vier absorbirenden Mittel durchdrungen hat.

Aus einer grossen Zahl von Ablesungen erhielt ich für die absorbirenden Platten bei den angegebenen Temperaturen die folgenden Mittelwerthe der Ausschläge für die reine Steinsalzstrahlung.

Temperatur	Luft	Platte I	Platte II	Platte III
270°	439	315	296	276
165	251	169	157	147
95	175	103	95	83
75	139	80	74	67

Die Temperatur ist der Temperaturunterschied von strahlender und absorbirender Platte und auf 5° abgerundet.

Aus diesen Beobachtungen sind dann die Absorptionscoefficienten  $\alpha$  der Platten bei den verschiedenen Temperaturdifferenzen berechnet worden. Man hat:

$$\alpha = \frac{1}{d} \log \frac{I_0}{I},$$

wo  $d$  die Dicke der absorbirenden Platte,  $\log$  den natürlichen Logarithmus,  $I_0$  die auf die Platte auffallende und  $I$  die durchgehende Strahlungsintensität bezeichnen.  $I_0$  und  $I$  verhalten sich aber wie die Galvanometerausschläge, die sie hervorgebracht haben. So habe ich dann für die Absorptionscoefficienten die folgenden Werthe erhalten.

Temperatur- differenz	Absorptionscoefficient für		
	Platte I	Platte II	Platte III
270°	0,0976	0,0773	0,0336
165	0,1163	0,0920	0,0387
95	0,1559	0,1198	0,0540
75	0,1588	0,1236	0,0530

Es ergab sich aus weiteren Versuchen, dass die Strahlung von Steinsalz von Glas beinahe vollständig absorbirt wurde, während die von Glas beinahe vollständig durch Steinsalz hindurchgeht.

Aus meinen Versuchen schliesse ich:

1. Steinsalz absorbirt seine eigene Strahlung stärker als die anderer Körper.
2. Die Absorption wächst mit abnehmender Temperaturdifferenz von strahlender und absorbirender Platte.
3. Die Absorption ist wahrscheinlich vollständig, wenn die Temperaturdifferenz beider Platten gleich Null ist.

Was die Annahme von Magnus betrifft, dass die von Steinsalz nicht absorbirte Strahlung von Unreinigkeiten herühre, so scheint mir eine solche Annahme nicht berechtigt zu sein. Es ist gar nicht wahrscheinlich, dass in einem vollkommen klaren Krystalle Unreinigkeiten sich vorfinden. Ich halte dafür, dass auch diese Strahlung bei genügender Dicke der absorbirenden Platte und bei Vermeidung aller störenden Reflexionen absorbirt worden wäre. Diese nicht absorbirte Strahlung bei der Dicke seiner Platte

ist vielmehr zu erklären aus der grossen Temperaturdifferenz der strahlenden und absorbirenden Platte.

Magnus zieht aus seiner Annahme den Schluss, dass die Steinsalzstrahlung homogen sei. Es ist aber nicht wahrscheinlich, dass ein fester oder flüssiger Körper bei einer bestimmten Temperatur nur Wärmestrahlen einer Art aussende, sondern dass bis zur kleinsten ausgesandten Wellenlänge alle grösseren auch vorhanden seien, gerade so wie ein gelb glühender fester Körper nicht nur gelbe, sondern auch alle Strahlen von grösserer Wellenlänge aussendet.

Solothurn, Januar 1883.

---

#### IV. Ueber die Wärmeerzeugung bei der Absorption der Gase durch feste Körper und Flüssigkeiten; von P. Chappuis.

(Hierzu Taf. II Fig. 4.)

Die bereits vor längerer Zeit von Theodore de Saussure und von anderen Physikern beobachtete Thatsache, dass bei der Absorption der Gase durch Kohle Wärme frei wird, ist vor einigen Jahren von Favre<sup>1)</sup> eingehend untersucht worden.

Mit Hülfe seines bekannten Quecksilbercalorimeters bestimmte Favre die Wärmemengen, die bei der Absorption von 1000 ccm der verschiedenen Gase durch Holzkohle erzeugt werden. Diese Wärmemengen verglich er dann mit den Verflüssigungs- oder Verdampfungswärmen der gleichen Menge derselben Gase. Aus dieser Vergleichung ergab sich, dass die Absorptionswärmen stets grösser sind, als die Verdampfungswärmen. Bei der Kohlensäure übertraf die Absorptionswärme sogar die Summe der Verdampfungs- und der Erstarrungswärme (Chaleur de Solidification). Hieraus schloss Favre, dass die Dichte der durch die Holzkohle

---

1) Favre, Ann. de chim. et de phys. (5) 1. p. 209. 1874.

absorbirten Gase grösser ist, als diejenige der verflüssigten Gase selbst.<sup>1)</sup>

Favre erkannte ferner, dass die zuerst absorbirten Gasmengen stets grössere Wärmemengen erzeugen als die zuletzt verdichteten.

Pouillet<sup>2)</sup> entdeckte im Jahre 1822 eine Anzahl von verwandten Erscheinungen, indem er bemerkte, dass bei der Benetzung von pulverförmigen oder porösen Körpern durch eine Flüssigkeit beträchtliche Wärmemengen frei werden. Er überzeugte sich bald, dass diese Wärme nicht die Folge einer chemischen Verbindung sei, sondern dass es sich hier wesentlich um ein physikalisches Phänomen handle. Seine Versuche erstreckten sich auf eine grosse Anzahl von Körpern, die theils organischer, theils unorganischer Natur sind. Die folgende Tabelle enthält einige seiner Resultate.

S u b s t a n z	Temperaturerhöhung in C.-Graden bei der Benetzung durch:		
	Wasser	Oel	Alkohol
Glas, gepulvert . . . .	0,26	0,26	0,23
Backstein . . . . .	0,57	0,48	0,32
Thonerde . . . . .	0,20	0,19	0,22
Kohle . . . . .	1,16	0,96	1,27
Baumwolle . . . . .	0,97	1,25	0,83
Papier, getrocknet . .	4,52	2,12	3,60
Wolle . . . . .	3,17	3,38	2,54
Schwamm . . . . .	1,90	—	—

In neuerer Zeit endlich theilte Melsens<sup>3)</sup> die Resultate einer ähnlichen Untersuchung mit. Von der Voraussetzung ausgehend, dass die beobachtete Wärmeentwicklung das Aequivalent der Arbeit darstelle, welche bei der Benetzung des porösen Körpers von den Molecularkräften geleistet wird, suchte Melsens die Grösse dieser Kraft zu bestimmen. Dazu benutzte er die Angaben von Regnault, W. Thomson

1) Wie schon E. Mitscherlich 1843 (Ann. de chim. et de phys. (3) 7. p. 18 u. flg.) für die von der Kohle verdichtete Kohlensäure nachgewiesen hat.

2) Pouillet, Ann. de chim. et de phys. 20. p. 141. 1822.

3) Melsens, Ann. de chim. et de phys. (5) 3. p. 522. 1874.

und Joule über die durch plötzliche Compression des Wassers hervorgehende Erwärmung und erhielt für die Kraft, mit welcher das Wasser von der Kohle festgehalten wird: 893 Atmosphären. Diese sinnreiche Bestimmung der Molecularkraft beruht indess auf sehr unsicheren Angaben und darf daher höchstens als eine Annäherung gelten.

Trotz ihrer Unvollständigkeit lieferten die erwähnten Bestimmungen wichtige Aufschlüsse über den Zustand der von den porösen Körpern verdichteten Gase. Es schien mir daher lohnend, den gewonnenen, wenig verbreiteten Anschauungen durch neue Versuche eine festere Grundlage zu geben. Hierzu sind folgende Bestimmungen erforderlich.

1) Genaue Messungen über die Absorptionswärmen verschiedener Gase durch feste Körper.

2) Messungen über die Verdampfungswärmen der angewandten Gase.

3) Bestimmungen der Benetzungswärmen der porösen Körper.

Ich musste mich in der vorliegenden Arbeit hauptsächlich auf die unter 1) bezeichneten Messungen beschränken, da die Bestimmung der Verdampfungswärmen an sich allein schon den Stoff zu einer weitläufigen Untersuchung geliefert haben würde und mir hierzu die Zeit fehlte.

Der erste Theil dieser Abhandlung enthält die Versuche über die Verdichtung der Gase und der Flüssigkeiten durch feste Körper; der zweite Theil handelt von den Absorptionswärmen der Gase durch die Flüssigkeiten.

#### I.

Der bei diesen Versuchen angewandte Apparat Fig. 4 besteht aus drei Haupttheilen.

1. Aus einem Eiscalorimeter von Bunsen. 2. Aus einem Manometer. 3. Aus einer Quecksilberluftpumpe von Töpler.

1. Ich umgab das Bunsen'sche Eiscalorimeter wie Schuller und Wartha<sup>1)</sup> zunächst mit einem mit destillirtem Wasser gefüllten Gefäß. Das innere mit Eis umgebene Rohr A, welches den absorbirenden Körper aufnimmt, wird

1) Schuller und Wartha, Wied. Ann. 2. p. 372. 1877.

in mittlerer Höhe durch einen durchbohrten eingeschliffenen Glasstöpsel *G* verschlossen. Dieser hohle Stöpsel ist an einer Capillarröhre *c* angeschmolzen, welche den abgeschlossenen Raum in *A* einerseits mit dem Manometer *M*, andererseits durch eine Verzweigung *P* mit der Quecksilberluftpumpe verbindet. Passend angebrachte Hähne *h*, *K* und *l* gestatten, die Verbindungen zwischen Calorimeter, Manometer und Pumpe nach Bedürfniss herzustellen oder aufzuheben.

2. An die Capillarröhre *c* schliesst sich unmittelbar das Manometer *M* an. Dasselbe besteht aus einer verticalen Röhre *U*, die sich zu drei Kugeln *m*, *n*, *o* erweitert und unten durch einen Gummischlauch mit einer vertical verschiebbaren Röhre *L* in Verbindung steht. Die Manometerröhre *U* selbst ist aus zwei Theilen zusammengesetzt, einem abnehmbaren oberen Theil oberhalb des Glasschliffes *D* und einem festen Theil unterhalb desselben, der den Hahn *T* trägt. Der kleine Hahn *t* oberhalb *T* dient zum Ablassen des Quecksilbers. Um die Temperatur des Gases in dem Manometer mit den Kugeln constant zu erhalten, ist die Röhre *U* von einem mit Spiegelplatten versehenen Blechgefäss mit Wasser umgeben.

Die Röhre *L* ist auf einem vertical verschiebbaren Schlitten *S* befestigt, welcher in jeder Höhe festgeschraubt werden kann. Ausserdem trägt der Schlitten *S* ein grösseres Quecksilbergefass *Q*, das mit der Röhre *L* in Verbindung steht. Zur feineren Einstellung des Quecksilberniveaus in der Manometerröhre *U* dient die Mikrometerschraube *I*. Durch Drehen dieser Schraube kann nämlich nach Feststellung der Röhre *L* der Quecksilberspiegel in *Q* und also auch in *U* und *L* gehoben oder gesenkt werden.

Zur Aufbewahrung der Kohlensäure diente die durch Quecksilber gesperrte Flasche *F*, welche als Reservoir fungirte. Die schweflige Säure und das Chlormethyl wurden im flüssigen Zustande in kleineren Gefässen *W* aufbewahrt. Endlich benutzte ich zur Erhaltung von reinem Ammoniak das von Faraday angegebene Verfahren, indem ich dieses Gas in einer Glasröhre durch Chlorsilber verdichtete. Von diesen durch gute Hähne verschliessbaren Gefässen gelangte

das Gas in das Manometer, wo die Gasmengen gemessen wurden.

Der Gang der Versuche ist folgender.

Der absorbirende Körper wird zuerst gegläht, dann luftleer gewogen und in die Röhre *A* des Calorimeters gebracht. Hierauf wird die inzwischen abgenommene Manometerröhre *U* mit dem damit verbundenen Stöpsel *G* wieder luftdicht eingesetzt. Der so zusammengesetzte Apparat wird nun mit Hülfe der Töpler'schen Quecksilberpumpe sorgfältig evacuirt. Nach dieser Operation schliesst man die Calometerröhre *A* ab und leitet in die ebenfalls leeren Kugeln *m*, *n*, *o* des Manometers Gasmengen ein, deren Volumen, Druck und Temperatur daselbst bestimmt werden sollen.

Unterdessen wird der Gang des Calorimeters<sup>1)</sup>, während etwa einer Stunde beobachtet und der Stand des Quecksilberfadens von Zeit zu Zeit notirt. Ist die Bewegung des Fadens regelmässig geworden, so öffnet man den Hahn *h* zwischen Manometer und Calorimeter und lässt das Gas durch die Capillarröhre *c* in das Calorimeter einströmen. Beim langsamen Durchstreichen durch die Capillarröhre nimmt das Gas die Temperatur des umgebenden Eises an und gelangt mit dieser Temperatur in das Calorimeter. Hier wird es vom absorbirenden Körper verschluckt, die dabei erzeugte Wärme wird aus der Verschiebung des Quecksilberfadens in der Capillarröhre des Calorimeters gemessen. Nach erfolgter Absorption wird der Enddruck des Gases am Manometer abgelesen. Aus dem bekannten Inhalt des freien Raumes in der Calometerröhre *A* und dem beobachteten Enddruck lässt sich dann die noch vorhandene Gasmenge

---

1) Bekanntlich kann man durch Ausüben eines positiven oder negativen Druckes auf das Quecksilber des Calorimeters eine regelmässige Ab- oder Zunahme des in demselben vorhandenen Eises hervorrufen. Bei allen Messungen richtete ich mich so ein, dass eine langsame Eisbildung stattfand, wobei das Quecksilber sich in der Capillarröhre langsam vorwärts bewegte. Die Umkehr der Bewegung des Fadens am Anfang und Ende der Wärmeerzeugung erlaubte bei dieser Anordnung, die sehr variable Dauer des Versuchs viel schärfer zu bestimmen, als bei der Rückwärtsbewegung des Fadens.

bestimmen. Diese, subtrahirt von der eingeleiteten Gasmenge, liefert ohne weiteres die absorbirte Gasmenge.

Nach obigen Messungen leitet man eine zweite Gasmenge in das Manometer, misst wiederum Temperatur Druck und Volumen derselben und wiederholt der Reihe nach die soeben beschriebenen Operationen, bis der absorbirende Körper mit dem betreffenden Gase vollständig gesättigt ist.

Ich erhielt auf diese Weise für jeden untersuchten absorbirenden Körper eine Reihe von Wärmemengen, welche durch die successive Absorption verschiedener Gasmengen erzeugt wurden und wachsenden Drucken entsprechen. Ich werde diese Wärmemengen kurz Absorptionswärmen nennen.

Ich untersuchte folgende Gase: Kohlensäure, Luft, schweflige Säure, Ammoniak und Chlormethyl. Als absorbirende Substanzen wurden gewählt: Holzkohle (Fusain), Meerschäum, Platinschwarz und Asbest. Die Proben dieser Körper mussten für jede neue Versuchsreihe erneuert werden, mit Ausnahme der zur Absorption der Kohlensäure dienenden Holzkohle, aus welcher dieses Gases mit Hülfe der Quecksilberpumpe in 24 Stunden wieder entfernt werden konnte. Ich beabsichtigte, die anderen Gase in gleicher Weise der Kohle zu entziehen, doch musste ich bald darauf verzichten, da ich bemerkte, dass sich nach zwei Tagen fortgesetzten Evacuiren noch beträchtliche Mengen jener Gase von der Kohle ablösten.

Die im Folgenden in cm-Calorien angegebenen Wärmemengen beziehen sich auf die mittlere specifische Wärme des Wassers zwischen 0 und 100°. Nach Schuller und Wartha<sup>1)</sup> entspricht dieser Wärmeeinheit eine vom Eis-calorimeter eingesogene Quecksilbermenge von 15,442 mg, welche mir als Einheit diene.

Die Dauer der Wärmeabgabe an das Calorimeter variirte zwischen 20 und 40 min, und zwar so, dass bei gleicher Wärmeproduction die von den zuerst verdichteten Gasmengen erzeugte Wärme rascher abgegeben wurde, als die von den zuletzt verdichteten.

---

1) Schuller u. Wartha, Wied. Ann. 2. p. 372. 1877.

## Versuche.

Kohlensäure. Dieses Gas wurde nach dem früher<sup>1)</sup> in diesen Annalen beschriebenen Verfahren dargestellt. Die folgende Tabelle enthält die Resultate, die sich auf die Absorption der Kohlensäure durch Holzkohle (Fusain) beziehen:

Tabelle I.  
Kohle. Kohlensäure.

Ver- suchs- reihe	Gewicht der Kohle	Absorbirte Gasmenge in cem	Anfangs- druck	End- druck	Erzeugte Wärme in cm-Calorien	Calorien per 1 cem absorbirt. Gases
I	2,58 g	123,95	0 mm	490,4 mm	39,58	0,3194
"	"	21,07	490,4	833,5	6,40	0,3038
II	"	60,78	0	87,6	19,41	0,3194
"	"	56,01	87,6	381,5	17,45	0,3116
"	"	27,62	381,5	711,1	6,04	0,2187(?)
III	"	58,27	0	82,2	18,14	0,3113
"	"	55,50	82,2	363,2	18,05	0,3252
"	"	22,94	363,2	659,8	7,22	0,3147

Luft. Ueber die Absorption der Luft durch Holzkohle wurde ein einziger Versuch gemacht.

Kohle. Luft.

Gewicht der Kohle	Absorbirte Gasmenge in cem	Anfangs- druck	End- druck	Erzeugte Wärme in cm-Calorien	Calorien per 1 cem absor- birten Gases
2,58 g	19,19	0 mm	704,71	2,08	0,1083

Schweflige Säure. Dieses Gas wurde durch langsame Destillation der käuflichen flüssigen schwefligen Säure bereitet und in dem in der Fig. 4 abgebildeten Gefäss *W* verdichtet.

Tabelle II.  
Kohle. Schweflige Säure.

Ver- suchs- reihe	Gewicht der Kohle in g	Absorbirte Gasmenge in cem	Anfangs- druck	End- druck	Erzeugte Wärme in cm-Calorien	Calorien per 1 cem absorbirt. Gases
I	2,58	59,90	0,00 mm	5,05 mm	36,83	0,6148
"	"	61,84	5,05	16,45	31,54	0,5101
"	"	58,98	16,45	70,60	27,75	0,4705
"	"	53,10	70,60	451,10	25,84	0,4867
II	2,69	124,68	10,00	14,19	70,99	0,5694
"	"	126,57	14,19	449,94	61,28	0,4842

1) Chappuis, Wied. Ann. 12. p. 168. 1881.

Ein Versuch mit Asbest und schwefliger Säure blieb ohne Erfolg, indem keine zur Messung der Absorptionswärme genügende Verdichtung stattfand.

Bimsstein zeigte ebenfalls mit schwefliger Säure keine merkliche Absorption.

Tabelle III.

Meerschaum. Schweflige Säure.

Ver- suchs- reihe	Gewicht des Meersch. in g	Absorbirte Gasmenge in cem	Anfangs- druck	End- druck	Erzeugte Wärme in cm-Calorien	Calorien per 1 cem absorbirt. Gases
I	2,451	59,40	0,00 mm	98,90 mm	27,42	0,4615
"	"	53,67	98,90	377,15	15,99	0,2979
"	"	52,96	377,15	687,39	13,38	0,2527

Das spec. Gewicht des angewandten Meerschaums fand ich = 2,76.

Platinschwarz. Schweflige Säure. 3,406 g Platin-  
schwarz wurden in ein Körbchen aus dünnem Platinblech  
gebracht und nach sorgfältigem Trocknen im Vacuum in das  
Calorimeter eingeführt. Bei der Einführung des Gases fand  
eine merkliche Absorption statt, die aber nach drei Stunden  
noch fort dauerte, sodass die entsprechende thermische Wir-  
kung nicht ermittelt werden konnte.

Ich erhielt:

Absorbirte Gasmenge . . 5,73 nach 3 Stunden 6,92  
Anfangsdruck . . . . . 0,00 mm  
Enddruck . . . . . 560,98 " " " 548,00 mm

Die vom Eis calorimeter angegebene Wärmemenge be-  
trug: 5,27 cm Calorien.

Ammoniak. Das aus Chlorammonium und Kalk be-  
reitete Ammoniak wurde sorgfältig getrocknet und in der  
von Faraday angegebenen Weise auf trockenem Chlorsilber  
condensirt. Durch gelindes Erwärmen des Chlorsilbers er-  
hielt man ohne die geringste Schwierigkeit die zu jedem  
Versuch nöthige Gasmenge.

Die Resultate der Versuche über die Absorption des

Ammoniaks durch Holzkohle sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Tabelle IV.  
Kohle. Ammoniak.

Ver- suchs- reihe	Gewicht der Kohle	Absorbirte Gasmenge in ccm	Anfangs- druck	End- druck	Erzeugte Wärme in cm-Calorien	Calorien per 1 ccm absorbirt. Gases
I	2,088	123,05	0,00 mm	56,70 mm	55,36	0,4499
"	"	116,39	56,70	371,10	44,92	0,3860
II	2,231	121,09	0,00	52,87	57,77	0,4358
"	"	117,34	52,87	325,75	44,35	0,3779
III	2,350	62,77	0,00	10,24	30,82	0,4910
"	"	59,02	10,24	30,15	23,54	0,3989
"	"	61,55	30,15	68,00	22,07	0,3586
"	"	59,27	68,00	122,45	21,93	0,3701
"	"	59,09	122,45	222,49	21,45	0,3630
"	"	58,02	222,49	435,52	20,24	0,3488
"	"	25,79	435,52	637,54	8,55	0,3298

Asbest. Ammoniak. Auch für Ammoniak zeigte der angewendete feinfaserige Asbet, (spec. Gewicht 2,76) keine beträchtliche Absorption. 7,038 g verdichteten etwa 1,22 ccm. Die vom Calorimeter abgegebene Absorptionswärme war 0,66 cm-Calorien oder 0,54 Calorien per 1 ccm verdichteten Gases, eine jedenfalls sehr zweifelhafte Zahl.

Tabelle V.  
Meerschaum. Ammoniak.

Ver- suchs- reihe	Gewicht des Meersch.	Absorbirte Gasmenge in ccm	Anfangs- druck	End- druck	Erzeugte Wärme in cm-Calorien	Calorien per 1 ccm absorbirt. Gases
I	2,486	60,24	0,0 mm	0,0 mm	55,20	0,9164
"	"	59,75	0,0	5,0	33,92	0,5677
"	"	59,74	5,00	37,13	30,31	0,5074
"	"	57,10	29,30	214,96	22,88	0,4007
"	"	53,39	214,96	575,56	18,16	0,3402

Chlormethyl. Zur Bereitung dieses Gases benutzte ich das käufliche Chlormethyl, indem ich dasselbe durch wiederholte Destillation reinigte und zuletzt in das Glasgefäß verdichtete, welches zur Aufbewahrung der schwefligen Säure gedient hatte.

Tabelle VI.

Kohle. Chlormethyl.

Ver- suchs- reihe	Gewicht der Kohle	Absorbirte Gasmenge in ccm	Anfangs- druck	End- druck	Erzeugte Wärme in cm-Calor- ien	Calorien per 1 ccm absorbirt. Gases
I	1,913	61,55	0 mm	3,77 mm	29,920	0,4861
"	"	57,37	3,77	174,81	26,973	0,4702
"	"	19,42	147,81	675,38	9,261	0,477

Tabelle VII.

Meerschaum. Chlormethyl.

Ver- suchs- reihe	Gewicht des Meersch.	Absorbirte Gasmenge in ccm	Anfangs- druck	End- druck	Erzeugte Wärme in cm-Calor- ien	Calorien per 1 ccm absorbirt. Gases
I	2,74	57,44	0 mm	34,90 mm	26,882	0,4680
"	"	51,06	34,90	484,94	16,832	0,3296
"	"	5,84	484,94	561,90	1,889	0,3236

Aus den mitgetheilten Resultaten geht unmittelbar hervor:

1) Dass die zuerst absorbirten Gasmengen beträchtlich grössere Wärmequantitäten erzeugen, als die zuletzt absorbirten.

2) Dass die Zunahmen des äusseren Druckes, welche der Absorption gleicher Gasmengen entsprechen, zuerst langsam, dann immer rascher wachsen.

Die Wärmeentwicklung, welche die Absorption eines Gases begleitet, ist offenbar das Aequivalent einer Arbeit. Solange man die Erscheinung als eine rein physikalische betrachtet<sup>1)</sup>, muss man annehmen, dass das Gas bei der Absorption unter dem Einfluss der Molecularkräfte von dem ursprünglichen Zustand in einen Zustand grösserer Dichte übergeht. Je grösser die Aenderung der Dichte, welche das

1) Ist die Veränderlichkeit der Absorptionswärmen nicht ein Beweis, dass es sich hier um keinen chemischen Process handelt, wie dies auch aus der stetigen Zunahme des äusseren Druckes geschlossen werden kann? Favre, der die Absorption des Wasserstoffs durch Platinschwarz untersuchte, folgerte aus der bei letzterer erkannten Unveränderlichkeit der erzeugten Wärme, dass diese Absorption auf einem chemischen Process heruhe. (Vgl. *Recherches thermiques* I. c.).

Gas bei der Absorption erfährt, um so grösser wird die zur Compression desselben nöthige Arbeit sein, oder ihr Wärmeäquivalent.

Nach dieser Anschauung würden sich also die zuerst verdichteten Gasmengen, welche die Wände des porösen Körpers unmittelbar berühren, in einem Zustand grösserer Dichte befinden, als die nachträglich hinzugekommenen weiter entfernten Schichten. Wenn es sich hier um vollkommene Gase handeln würde, so liesse sich die Dichteänderung berechnen, welche jeder beobachteten erzeugten Wärmemenge entspricht. Dies ist aber nicht der Fall. Die untersuchten Gase lassen sich alle schon durch einen geringen Druck verflüssigen und dürfen also nicht wie vollkommene Gase behandelt werden. Andererseits zeigen die Versuche, dass sämmtliche sicher bestimmte Absorptionswärmen der untersuchten Gase grösser sind, als ihre Verdampfungswärmen. Zur Vergleichung mögen folgende Angaben genügen.

		Absorptions- wärme per 1 cem	
Erstarrungswärme	per 1 cem $\text{CO}_2$ (Favre) <sup>1)</sup>	0,318	0,319 bis 0,303
Verdampfungswärme	„ 1 „ $\text{SO}_2$ (Favre)	0,261	0,615 „ 0,470
„	„ 1 „ $\text{NH}_3$ (Regnault) <sup>2)</sup>	0,201	0,45 „ 0,33

Es folgt somit aus diesen Zahlen, dass die Gase bei der Absorption durch poröse Körper zuerst in den flüssigen Zustand übergehen, um dann als Flüssigkeiten eine weitere Compression zu erfahren. Die erste Zustandsänderung erzeugt eine Wärmemenge, welche der Verdampfungswärme der Gase gleich, und allein von der Natur des Gases abhängig ist; die weitere Compression der Flüssigkeit bringt eine neue Wärmemenge hervor, die sich zu der Verdampfungswärme hinzuaddirt und sowohl von der Natur des Gases, als von derjenigen des festen Körpers abhängt.

Die beobachtete Absorptionswärme zerfällt demnach in zwei Theile: 1) in die Verdampfungswärme (oder Verflüssigungswärme) des betreffenden Gases, 2) in die durch weitere Compression des flüssiggewordenen Gases erzeugte Wärme.

1) Favre, Ann. de chim. et de phys. (5) 1. p. 250. 1872.

2) Regnault, Ann. de chim. et de phys. (4) 24. p. 247. 1871.

Letztere könnte man auch auf andere Weise, von der Verdampfungswärme getrennt beobachten, wenn man das Gas vor dem Zusammenbringen mit dem porösen Körper flüssig machte. Bei der Berührung der Flüssigkeiten mit dem festen Körper würde alsdann die Wärmemenge frei, welche der Differenz zwischen Absorptions- und Verdampfungswärme gleich ist, und welche ich Benetzungswärme nennen werde. Diese freiwerdende Wärmemenge ist es, die Pouillet<sup>1)</sup> bei der Benetzung der verschiedenen angeführten Körper beobachtete. Da die Anordnung meines Apparates mir nicht gestattete, die Gase unter höherem Druck im Inneren des Calorimeters zu verdichten, so musste ich mich auf einige Messungen der Benetzungswärmen mit Flüssigkeiten von geringer Dampfspannung beschränken.

Zu diesem Zwecke wurde die Capillarröhre *cc* verkürzt und direct mit der Quecksilberpumpe verbunden. Ein Glashahn gestattete, diese Verbindung aufzuheben. Die porösen Körper, welche wie bei den vorhergehenden Versuchen vorbereitet wurden, brachte ich in das Calorimeter, setzte den Stöpsel *G* luftdicht ein und evacuirte den inneren Raum des Calorimeters. Hierauf füllte ich das Rohr *A* oberhalb des Glasstöpsels mit der zu untersuchenden Flüssigkeit und liess dieselbe nach und nach die Temperatur des umgebenden Eises annehmen.

Als dieses geschehen und der Gang des Calorimeters regelmässig geworden war, schloss ich den Hahn zwischen Quecksilberpumpe und Calorimeter und brachte durch vorsichtiges Herausziehen des Glasstöpsels die darüber befindliche Flüssigkeit mit dem eingeschlossenen Körper in Berührung. Die hierauf folgende Verschiebung des Quecksilberfadens in der Capillarröhre des Calorimeters diente als Maass für die durch die Benetzung erzeugte Wärme.

Ich bestimmte auf diese Weise:

I. Die Benetzungswärme von Wasser und Kohle.

II. Die Benetzungswärme von Schwefelkohlenstoff und Kohle.

1) Pouillet, Ann. de chim. et de phys. 20. p. 141. 1822.

### III. Die Benetzungswärme von Wasser und pulverförmiger Thonerde.

I. Bei der Berührung mit destillirtem Wasser entwickeln:

Versuch 1.	1,661 g ausgeglühter Holzkohle (fusain) . . .	10,635 Cal.
Versuch 2.	2,030 „ ausgeglühter Holzkohle . . . . .	13,760 „
Versuch 3.	2,242 „ ausgeglühter und mit destillirtem Wasser ausgewaschener Kohle . . . . .	18,736 „
Versuch 4.	1,968 „ ausgeglühter und mit destillirtem Wasser ausgewaschener Kohle . . . . .	15,530 „
Mittel 1,975 g		14,665 Cal.
oder 1 g Kohle erzeugt 7,425 Calorien. <sup>1)</sup>		

### II. Kohle und Schwefelkohlenstoff.

2,358 g Kohle erzeugten 57,450 Cal. bei der Berührung mit Schwefelkohlenstoff.

III. 4,932 g pulverförmiger Thonerde erzeugten 13,55 Cal. bei der Berührung mit destillirtem Wasser.

Bei allen diesen Versuchen kamen die porösen Körper mit einer viel grösseren Flüssigkeitsmenge in Berührung, als zu ihrer vollständigen Benetzung nöthig war, sodass nur ein sehr kleiner Theil der angewandten Flüssigkeit zu der beobachteten thermischen Wirkung beitrug. Die hierbei in Betracht kommende Flüssigkeitsmenge lässt sich indess aus den vorhergehenden Versuchen über die Absorption der Gase annähernd bestimmen. Wenn man beachtet, dass die vollständige Benetzung der porösen Körper durch die verflüssigten Gase beim Maximum der Spannkraft derselben eintreten muss, so kann man aus der bis zu diesem Drucke absorbirten Gasmenge die hierzu nöthige Flüssigkeitsmenge bestimmen. Das auf diese Weise erhaltene Flüssigkeitsvolumen wird selbstverständlich grösser sein, als das wirkliche Volumen des auf dem porösen Körper verdichteten Gases, da

1) Die Proben der Holzkohle, welche zu den Bestimmungen 3 und 4 dienten, wurden vor dem Versuche in Wasser gekocht, um die etwa vorhandenen Salze zu entfernen, und dann im luftleeren Raum erhitzt. Die zwei ersten Proben waren nicht ausgewaschen worden.

letzteres bei der Benetzung eine bedeutende Compression erfährt.

Geht man z. B. von den Beobachtungen über die Absorption der schwefligen Säure durch Holzkohle (Tab. II, Versuch I) aus und zeichnet die Curve, welche die Zunahme des äusseren Druckes für die entsprechende Zunahme der absorbirten schwefligen Säure darstellt, so sieht man aus dem Verlaufe dieser Curve, dass beim Maximum der Spannkraft bei  $0^\circ$ , nämlich bei 1165 mm Quecksilber, die absorbirte Gasmenge ca. 270 ccm beträgt. Diese Absorption wird durch 2,58 g Holzkohle hervorgebracht. In Flüssigkeit von 1,49 spec. Gewicht<sup>1)</sup> verwandelt, geben diese 270 ccm  $\text{SO}_2$  0,526 ccm als das zur vollständigen Benetzung von 2,58 g Holzkohle nöthige Flüssigkeitsvolumen. Zur Benetzung von 1 g Kohle sind also 0,204  $\text{cm}^3$  erforderlich.

In analoger Weise ergibt sich aus den Versuchen über die Absorption des Ammoniaks (Tabelle IV, Versuchsreihe III), dass beim Maximum der Spannkraft bei  $0^\circ$ , nämlich bei 3183 mm Quecksilber, die von 2,35 g Holzkohle absorbirte Gasmenge ca. 485 ccm beträgt. Wenn man die Dichte des flüssigen Ammoniaks zu 0,6502<sup>2)</sup> annimmt, so erhält man 0,575 ccm flüssigen Ammoniaks für die zur Benetzung nöthige Flüssigkeitsmenge, also für 1 g Kohle 0,245 ccm. Die Abweichung zwischen den für  $\text{SO}_2$  und für  $\text{NH}_3$  erhaltenen Flüssigkeitsvolumen 0,204 und 0,245 ccm dürfte wohl von der Verschiedenheit der angewandten Proben Kohle und von der ungleichen Compressibilität der Flüssigkeiten herrühren. Nehmen wir an, dass die im gegenwärtigen Falle zur Benetzung von 1 g Kohle nöthige Flüssigkeitsmenge dem Mittel aus diesen Werthen gleich ist, nämlich = 0,224, so folgt aus den obigen Versuchen, dass diese 0,224 ccm Wasser bei der Berührung mit 1 g Kohle 7,425 Cal. erzeugen.

Wenn nun diese Wärmemenge aus der Compression des Wassers unter der Einwirkung der Molecularkräfte der Kohle hervorgeht, so kann man dieselbe als das Aequivalent der Arbeit darstellen, welche in der Compression von 0,224 ccm

1) und 2) Vgl. O. E. Meyer, Kinetische Theorie der Gase. p. 226. Breslau. 1877.

Wasser besteht. Aus dem bekannten Compressibilitätscoefficienten des Wassers und den obigen Grössen lässt sich also der Druck berechnen, welcher auf diese 0,224 ccm Wasser wirken muss, damit die Compressionsarbeit dem Aequivalent der beobachteten Wärmemenge 7,425 Cal. gleich werde.

Nach Regnault bewirkt nämlich eine Zunahme des äusseren Druckes um eine Atmosphäre eine Abnahme von  $50 \times 10^{-6}$  des ursprünglichen Volumens. Die Arbeit, welche durch die Compression von 0,224 ccm Wasser durch eine Atmosphäre (760 mm) erzeugt wird, ist gleich (C-G-S-System):

$$\frac{50 \times 0,224 \times 1\,013\,688}{10^6} = 11,3533 \text{ ergs.},$$

und die dieser Arbeit entsprechende Wärmemenge ist:

$$0,000\,000\,27 \text{ Cal.}$$

Wenn man die beobachtete entwickelte Wärmemenge, nämlich 7,425 durch diese Zahl dividirt, so erhält man als Näherungswerth für den bei der Benetzung wirkenden Druck:

$$27,5 \text{ Millionen Atmosphären.}$$

Ohne dieser Zahl eine grössere Bedeutung zuschreiben zu wollen, als es die mit wachsendem Druck abnehmende Compressibilität des Wassers zulässt, glaube ich doch, den obigen Voraussetzungen gemäss die gefundene Grösse als eine untere Grenze der von 1 g Kohle ausgeübten Adhäsionskraft ansehen zu müssen. Wäre es möglich die bei der Benetzung des Körpers eintretende Volumenänderung der Flüssigkeit zu bestimmen, so liesse sich dieselbe Grösse auf unabhängige Weise bestimmen. Leider können nach den neuerdings von Röntgen<sup>1)</sup>, Schleiermacher<sup>2)</sup>, Volkmann<sup>3)</sup> und E. Wiedemann<sup>4)</sup> angestellten Versuchen und Betrachtungen keine Gewichtsänderungen bei der Vergrösserung der Oberfläche eines von Flüssigkeiten benetzten Körpers wahrgenommen werden, so dass von dieser Seite wenig zu hoffen ist.

1) Röntgen, Wied. Ann. 3. p. 321. 1878.

2) Schleiermacher, Wied. Ann. 8. p. 52. 1879.

3) Volkmann, Wied. Ann. 11. p. 182. 1880.

4) E. Wiedemann, Wied. Ann. 17. p. 988. 1882.

## II. Absorption der Gase durch die Flüssigkeiten.

Die Messung der Absorptionswärmen geschah mit dem beschriebenen Apparate (Fig. 4) in derselben Weise bei den Flüssigkeiten, wie bei den festen Körpern. Die von Luft befreite Flüssigkeit wurde zuerst in den inneren Raum des Calorimeters gebracht, den man hierauf evacuirt. Als der Gang des Calorimeters regelmässig geworden war, liess man in der oben beschriebenen Weise bestimmte Gasmengen nacheinander in das Calorimeter eindringen. So wurde die Absorption der schwefligen Säure des Ammoniaks und des Chlormethyls durch Wasser und schwarzen Kautschuk untersucht.

Wasser und schweflige Säure. Folgende Tabelle enthält die Resultate, welche mit ca. 5 ccm destillirten Wassers erhalten wurden.

Tabelle VIII.

Wasser. Schweflige Säure.

Versuchsreihe	Absorbirte Gasmenge in ccm	Anfangsdruck	Enddruck	Erzeugte Wärme in cm-Calorien	Calorien per 1 ccm absorbirten Gases
I	58,45	0,00 mm	106,83 mm	18,30	0,3130
"	56,06	106,83	216,19	16,40	0,2926
"	40,81	216,19	295,52	10,82	0,2651
II	60,28	0,00	105,87	20,42	0,3387
"	57,42	105,87	237,60	18,52	0,3225
"	58,91	237,60	365,66	18,57	0,3152
"	57,32	365,66	492,50	17,78	0,3101
III	116,79	0,00	208,63	38,85	0,3327
IV	109,70	0,00	204,66	37,06	0,3378
V	118,72	0,00	215,95	42,94	0,3634
"	114,62	215,95	441,81	36,87	0,3216
VI	116,54	207,72	440,18	36,28	0,3113
VII	121,22	0,00	215,82	38,72	0,3194
"	119,93	215,82	459,52	37,62	0,3137

Ein schwarzer Gummischlauch wurde in kleinere Stücke zerschnitten und in das Calorimeter gebracht. Folgende Tabelle enthält die bei der Absorption der schwefligen Säure durch diese Stücke beobachteten Wärmemengen.

Tabelle IX.

Schwarzer Kautschuk. Schweflige Säure.

Ver- suchs- reihe	Gewicht des Kaut- schuks	Absorbirte Gasmenge in ccm	Anfangs- druck	End- druck	Erzeugte Wärme in cm-Calor- ien	Calorien per 1 ccm absorbirt. Gases
I	5,83	63,01	0,00 mm	211,98 mm	16,11	0,2557
"	"	59,46	211,98	414,31	16,20	0,2725
"	"	58,95	363,92	485,60	15,52	0,2633
"	"	57,13	485,60	582,45	14,00	0,2450

Tabelle X.

Wasser. Ammoniak.

Ver- suchs- reihe	Gewicht des Wassers in g	Absorbirt. Gasmenge in ccm	Anfangs- druck <sup>1)</sup>	End- druck <sup>1)</sup>	Erzeugte Wärme in cm-Calor- ien	Calorien per 1 ccm absorbirt. Gases
I	5	129,58	0,00 mm	13,75 mm	49,97	0,3857
"	"	135,24	13,75	25,02	51,73	0,3825
"	"	128,61	—	24,60	48,58	0,3777
"	"	128,86	—	36,70	48,05	0,3729
"	"	131,65	—	36,90	48,51	0,3684
"	"	131,71	—	40,16	48,49	0,3681
"	"	134,37	—	47,24	48,49	0,3608

Tabelle XI.

Kautschuk. Chlormethyl.

Ver- suchs- reihe	Gewicht des Kaut- schuks	Absorbirte Gasmenge in ccm	Anfangs- druck	End- druck	Erzeugte Wärme in cm-Calor- ien	Calorien per 1 ccm absorbirt. Gases
I	3,95	53,64	0,00 mm	330,50 mm	11,47	0,2188
"	"	53,72	330,50	584,52	11,24	0,2092

Die vorstehend mitgetheilten Bestimmungen der Absorptionswärmen der Gase durch Flüssigkeiten zeigen im allgemeinen einen viel regelmässigeren Gang als die Absorptionswärmen der Gase durch die festen Körper. Während diese zuerst rasch, dann immer langsamer abnehmen,

1) Die Anfangs- und Enddrucke konnten hier nicht mit Sicherheit bestimmt werden, weil infolge der Diffusion des Ammoniaks von den oberen, an Gas reicherem, in die tiefer gelegenen Schichten der Druck des Gases im Apparat beständig abnahm.

findet bei jenen, der gleichzeitigen regelmässigen Zunahme des äusseren Druckes entsprechend, eine sehr stetige und langsame Abnahme statt. So zeigt der schwarze Kautschuk die charakteristischen Eigenschaften der Flüssigkeiten.

Die bei der Absorption der Gase durch die Flüssigkeiten erzeugten Wärmemengen sind im allgemeinen kleiner als die bei der Absorption durch die festen Körper freierwerdenden Wärmemengen, bleiben aber grösser als die Verdampfungswärmen der absorbirten Gase. Wenn man also das Gas vor dem Zusammenbringen mit der absorbirenden Flüssigkeit durch Druck flüssig macht, so wird bei der Mischung der beiden Flüssigkeiten eine Wärmemenge frei, welche dem Ueberschuss der Absorptionswärme über die Verdampfungswärme gleich ist. Die so erhaltene Mischung, die mit der Lösung des Gases in der absorbirenden Flüssigkeit identisch ist, zeigt in ihrem Verhalten nichts, was mit dem uns bekannten Verhalten von Flüssigkeitsgemischen im Widerspruch stände.

Selbst für die Spannkraft der Dämpfe eines solchen Gemisches, bei welchem die eine Flüssigkeit in grosser, die andere in geringer Menge vorhanden ist, bleibt der von Regnault<sup>1)</sup> ausgesprochene Satz gültig:

„Die Spannkraft des zusammengesetzten Dampfes eines Gemisches aus zwei flüchtigen in einander löslichen Substanzen ist im allgemeinen kleiner als diejenige der flüchtigeren Flüssigkeit allein bei derselben Temperatur.“

Es scheint daher, dass die Auflösung eines Gases in einer Flüssigkeit als ein besonderer Fall der Mischung zweier Flüssigkeiten zu betrachten ist.

Die hier mitgetheilten Versuche wurden im Jahre 1881 im Bernoullianum zu Basel ausgeführt und ich benutze die mir durch ihre Veröffentlichung gebotene Gelegenheit, Hrn. Prof. Hagenbach meinen besten Dank auszusprechen für die zuvorkommende Bereitwilligkeit, mit der er mir die Instrumente des Institutes zur Verfügung stellte.

Pavillon de Breteuil, Sèvres Januar 1883.

1) Regnault, Relation des Expér. 2. p. 729. 1862.

V. *Einige Beobachtungen über das Verhalten der  
an Glasflächen verdichteten Luft;  
von W. Voigt.*

Reinigt man zwei ebene Glasplatten sorgfältig durch Waschen mit Salpetersäure (oder heisser Schwefelsäure), Wasser und Alkohol und durch Abtrocknen mit Leinen oder Leder, so gelingt es nichtsdestoweniger im allgemeinen nicht, sie durch Aufeinanderlegen zur Berührung zu bringen; denn lässt man weisses Licht in der Grenze beider zur Reflexion kommen, so zeigt dies nicht eine verschwindende, sondern eine sehr merkliche Intensität, ja zumeist sogar jene neutrale weisse Färbung, welche darthut, dass die einander benachbarten reflectirenden Flächen noch um mehrere Tausendstel eines Millimeters von einander entfernt sind. Die directe Ursache dieses Umstandes sind bekanntlich die winzigen Stäubchen, die von dem zum Poliren benutzten Leder oder Leinen auf den Flächen zurückbleiben. Sie werden einzeln merklich, wenn man die Glasplatten so stark aufeinanderdrückt, dass sie die niedrigsten Newton'schen Farben zeigen.<sup>1)</sup> Bei den Farben höherer Ordnung ist die Fläche im allgemeinen noch völlig gleichmässig gefärbt, aber bei den Farben der ersten Ordnung erscheinen auf dem homogenen Felde bald mehr, bald weniger helle oder dunkle, sehr kleine Flecken, dadurch verursacht, dass jene Stäubchen nach beiden Seiten hin Vertiefungen in die ebenen Glasplatten drücken, welche im reflectirten Lichte höhere Farben zeigen als die Umgebung.

Diese Stäubchen sind mittelst eines im Alkohol ausgewaschenen Pinsels allmählich zu beseitigen, — einzelne lassen sich schliesslich durch vorsichtiges Reiben der Platten auf einander (ohne Anwendung von Druck) über den Rand hinausbefördern. So lässt es sich erreichen, dass die erhaltene Färbung völlig homogen ist, selbst noch bei dem Graublau erster Ordnung, welches einer Entfernung der inneren Flächen von circa 0,00007 mm<sup>2)</sup> entspricht, — jedenfalls keine ein-

1) Vgl. Warburg u. v. Babo, Wied. Ann. 2. p. 417. 1877.

2) Quinke, Pogg. Ann. 129. p. 180. 1866.

zelen hellen oder dunkeln Punkte mehr sichtbar sind, sondern höchstens in grösseren Partien die Färbung hier eine Schattirung heller, dort dunkler erscheint, was von der nicht ganz vollkommenen ebenen Form der Platten herrühren dürfte.

Platten, welche diese Probe aushalten, sehe ich als staubfrei an — sollten noch fremde Theilchen an ihnen haften, so wird man sie wenigstens kleiner als 0,0001 mm setzen dürfen, und demgemäss als auf die folgenden Versuche ohne Einfluss.

Ich benutzte vier Glasplatten (von Reinfelder und Hertel in München sehr vollkommen geschliffen), zwei grössere *A* und *B* und zwei kleinere *a b*, die letzteren kreisrund, von resp. 12 und 8,2 mm Durchmesser bei 10 mm Dicke und resp. 3 und 1,4 g Gewicht.

1) Wenn möglichst schnell nach vorgenommener Reinigung der Platten versucht wurde, die kleineren Platten *a b* unterhalb der grösseren *A B* durch Adhäsion zum Haften zu bringen, so gelang dies (wenn auch das erwähnte Kriterium völliger Reinheit erfüllt war) meist erst nach wiederholtem Andrücken soweit, dass auch nach stunden- oder tagelangem Hängen die unteren Platten nicht abfielen. Die Farben, welche sich dann in weissem, an der Grenze reflectirtem Lichte zeigten, waren bläulich- bis gelblichweiss 1. Ordnung entsprechend einer Entfernung der Nachbarflächen von 0,00011—0,00014 mm.

2) Blieben die gereinigten Platten längere Zeit (1—8 Tage) in getrockneter Luft, — vor Staub dadurch geschützt, dass die obere, grössere Platte auf einem Ringe lag, der um circa 1 mm höher war, als die kleinere Platte, welche in der Mitte dieses Ringes aufgestellt war, — und brachte man sie danach abermals unter möglichst geringem Druck zur Adhäsion, so zeigte nunmehr von der Grenze reflectirtes Licht höhere Farben, braungelb erster, violett und selbst blaugrün zweiter Ordnung; letzteres entspricht einem Abstand der Platten von etwa 0,00036 mm.

3) Drückte man die Platten, während sie Farben so hoher Ordnung zeigten, mässig gegeneinander, sodass die Farben wechselten, so blieben sie in der neuen Lage ebenfalls hängen. Die grössere Platte *a* habe ich in dieser Weise unmittelbar

hintereinander sowohl bei blaugrün, als violett als gelbbraun, längere Zeit adhären sehen, und selbst nach diesen niedrigeren Farben die ursprüngliche höchste (blaugrün) durch einen vorsichtigen Zug wieder herstellen können, ohne dass die Platte abfiel.

Bei stärkerem Drucke veränderte sich die Erscheinung etwas. Farben unterhalb gelblichweiss blieben nach Aufhören des Druckes nicht dauernd, sondern veränderten sich innerhalb einiger Stunden wieder in das ursprüngliche Gelblichweiss.

4) Wurden die Platten während des Adhärens unter den Recipienten einer Luftpumpe gebracht und der Luftdruck bis auf circa  $\frac{1}{100}$  Atmosphäre vermindert, so blieben die Farben völlig unverändert, gleichviel ob sie niedriger oder höherer Ordnung waren. Ich habe unter diesen Umständen bei der grösseren Platte *a*, z. B. Braungelb, bei der kleineren *b* das für Veränderungen so überaus empfindliche Blauviolett mehr als 48 Stunden lang ungeändert bestehen gesehen und auch durch plötzliches Vermehren des Druckes bis auf 1 Atmosphäre keine Aenderung hervorbringen können.

5) Wenn die zusammenhängenden Platten in einem Luftbad langsam von 12 bis über 80° C erwärmt wurden, so änderte sich dadurch die Farbe nicht. Während des Erwärmens und zumal während des Abkühlens in freier Luft trat allerdings durch die Deformation der kleineren Platte eine Verwandlung der ursprünglich homogenen Färbung in ein System concentrischer bunter Ringe ein; aber nach Erreichung einer gleichförmigen Temperatur war die ursprüngliche Farbe merklich wieder allenthalben erreicht.

6) Brachte man in den Winkel, der durch das Haften der kleineren Platte an der grösseren entsteht, einen Tropfen Wasser, so verbreitete derselbe sich zwar nicht über den freien Theil der grösseren Platte, wohl aber in den Zwischenraum zwischen beiden Platten hinein. Der Tropfen liess sich dann leicht mit einem Holzspännchen oder dergl. rings um die kleinere Platte herumführen, sodass nun die Flüssigkeit von allen Seiten in den Zwischenraum vordrang. Dabei veränderte sich in dem eingeschlossenen unbenetzten Raume die Farbe des reflectirten Lichtes stetig in der Richtung

nach den höheren Ordnungen hin, während dieser Raum sich mehr und mehr verkleinerte. In der Regel begann, wenn die 3. Ordnung etwa erreicht war, die untere Platte an der oberen hinzugleiten und fiel bald darauf ab. Danach zog sich die Flüssigkeit auf den beiden, nunmehr freien Flächen in Tropfen zusammen, den grössten Theil derselben unbenetzt zurücklassend.

Zur Erklärung dieser Erscheinungen bietet sich von selbst nach 2) und 5) die Annahme einer die Oberfläche der Glasplatten mit der Zeit allmählich dichter und dichter überziehenden Luftschicht, welche ja in der That bereits vielfach theils supponirt, theils nachgewiesen worden ist.<sup>1)</sup> Aber die obigen Beobachtungen vermögen vielleicht einiges Licht auf den Zustand zu werfen, in dem sich die den Platten adhärirende Luft befindet. Ich möchte sie dahin deuten, dass die oberste Schicht derselben fast ganz das Verhalten des freien Gases zeigen, sagen wir eine „Expansivkraft“ besitzt gleich diesem. Drängt man diese Schicht zur Seite, so gelangt man zu einer zweiten — die natürlich nicht scharf von der ersten getrennt ist —, welche sich anders verhält und zwar in mancher Hinsicht ähnlich einer tropfbaren Flüssigkeit. Um nämlich die Thatsache zu erklären, dass die untere Glasplatte noch in einer Entfernung von 0,00036 mm (d. i. etwa siebenmal grösser als der allgemein für zu gross gehaltene von Quincke<sup>2)</sup> angegebene Werth für den Radius der Wirkungssphäre der Molecularkräfte beträgt) von der oberen getragen wird, wozu eine Anziehung von 26,5 mg pro Quadratmillimeter erforderlich ist, bleibt wohl kaum etwas anderes übrig als die Annahme, dass die zwischen beiden Platten liegende Gasschicht den Zusammenhang vermittelt; und dies ist um so mehr wahrscheinlich, als, wie gesagt, im frischgeputzten Zustande die Platten auf keine Weise in einer so grossen Entfernung merklich aufeinander einwirken.

Hiermit steht noch ausserdem in Uebereinstimmung, dass diese Zwischenschicht nach 3) einem mässigen einseitigen Druck gegenüber ausweicht, aber weder durch Veränderung

1) Vgl. z. B. Kayser, Wied. Ann. 12. p. 526 u. 14. p. 450. 1881.

2) Quincke, Pogg. Ann. 137. p. 402. 1869.

des allseitigen Druckes, noch durch Erwärmung in ihrem Zustand wesentlich beeinflusst wird. Dagegen scheint an offenen Stellen (d. h. nicht zwischen den beiden adhären- den Platten) jene Gasschicht bei Erwärmung oder Ver- ringerung des äusseren Druckes ähnlich zu verdampfen, wie eine tropfbare Flüssigkeit, denn nach Ausführung eines solchen Versuches erhält man niedere Farben als zuvor. Man kann sich hierzu vorstellen, dass während die oberste Schicht sich löst, die zweite allmählich von aussen her in den Zustand der ersten übergeht.

Endlich scheint der Umstand, dass sich nicht die ganze adhären- de Gasmenge durch Druck beseitigen (3), noch auch durch die aufgebraute Flüssigkeit, welche einen Theil der- selben verdrängt, von der Wand entfernen lässt (5), darauf hinzudeuten, dass die der Platte nächste Schicht sich viel- leicht gar in einem Zustand befindet, welcher dem der sog. festen Körper einigermassen analog ist. Hiermit stimmt überein, dass dieselbe bei einseitigem Druck Spuren von Elasticität zeigt. Da die Dicke jener Schicht von nicht genau präcisirbaren Umständen abhängt, haben in dieser Richtung versuchte numerische Bestimmungen natürlich nur unterge- ordnete Bedeutung, und nur, um eine Vorstellung von den hier wirksamen Kräften zu geben, theile ich eine Messung mit.

Während die grosse Platte *A* (Gewicht 22,5 g) auf der grösseren der beiden kleinen *a* lag, beobachtete ich ein Gelb- lichweiss 1. Ordnung, entsprechend einem Abstand beider von 0,00013 mm; ein zugefügtes Gewicht von 40 g liess die Farbe in ein Grünlichgrau übergehen, entsprechend einem Abstand von ungefähr 0,00011 mm. Nach Entfernung des Gewichtes trat innerhalb einer Minute die ursprüngliche Farbe — soweit sich dies überhaupt beurtheilen lässt — wieder auf. Ein sehr kräftiger Druck mit der Hand gestattete, ein dunkles Grau hervorzubringen, das keinerlei auffällige Un- terbrechungen der Homogenität zeigte; es ist daher nicht wahrscheinlich, dass feste Theilchen in irgend merklicher Weise sich noch zwischen den Flächen befanden und die Erscheinung verursachten.

Königsberg, im December 1882.

# VI. Die Theorie des longitudinalen Stosses cylindrischer Stäbe; von W. Voigt.

(Ueberarbeitet und vervollständigt aus den Sitzungsber. der Berl. Acad. der Wiss. vom 22. Juni 1882.)

Der Stoss zweier cylindrischer Körper, deren Querschnitt klein ist gegen ihre Länge, ist als Problem der Elasticität zuerst von Cauchy<sup>1)</sup> behandelt worden, welcher aber nur einige Resultate seiner Entwicklungen, nicht diese selbst veröffentlicht hat. Später hat Poisson eine Lösung des Problems gegeben.<sup>2)</sup> Sein Grundgedanke ist, dass während der Dauer ihrer Berührung die verschiedenen stossenden Stäbe angesehen werden können als einen einzigen zusammensetzend, sodass für diese Zeit diejenigen Betrachtungen, welche die longitudinalen Schwingungen von Prismen ergeben, Anwendung finden. Um die Trennung der einzelnen Theile zu bewirken, ist nach ihm erforderlich und hinreichend: erstens, dass zu beiden Seiten der Berührungsstelle die Spannung gleich Null ist, damit nicht der eine Stab gegen den anderen gedrückt wird, und zweitens, dass zugleich eine Geschwindigkeitsdifferenz der sich berührenden Grenzelemente im Sinne einer Trennung vorhanden ist. Auf Grund dieser Definition gelangt er zu dem Resultat, dass vollständig elastische Stäbe nach dem Stoss stets zusammenbleiben, mit Ausnahme des einzigen Falles, dass sie gleichartig und gleichgestaltet sind.

In den funfziger Jahren hat zuerst Hr. Geh. Rath F. Neumann in seinen Vorlesungen über Elasticität an hiesiger Universität den Fehler aufgedeckt, der in der Poisson'schen Definition des Zeitpunktes der Trennung liegt, und bei der vorgetragenen Lösung des Problems darauf hingewiesen, wie der Zusammenhang nicht mehr bestehen kann, wenn die elastische Spannung in der Grenzstelle aus einer Druckkraft (begleitet von einer Compression) zu einer Zugkraft (begleitet von einer Dilatation) wird, — eine Bemerkung

1) Cauchy, Bull. d. Scienc. d. l. Soc. Philomat. Déc. 1826. p. 180.

2) Poisson, Traité de Mécanique § 499 bis 504.

kung, die der Erfahrung so entspricht, dass nicht weiter darauf eingegangen zu werden braucht. Ist in dem Moment, wo eine solche Dilatation in der Berührungsstelle entsteht, überdies eine Geschwindigkeitsdifferenz der Schwerpunkte der Stäbe vorhanden im Sinne einer Trennung, so beendet dieser Augenblick den Stoss, — wenn nicht, kann sich derselbe wiederholen.

Viel später hat (ohne die Neumann'sche Lösung zu kennen) Hr. Saint Venant<sup>1)</sup> das Problem in derselben Weise behandelt, sowohl für gleichartige und gleich dicke Stäbe, als für den allgemeineren Fall, den Neumann seiner Zeit nur andeutungsweise besprochen hat. Noch fehlte aber, soviel ich weiss, eine Prüfung der neuen Theorie, denn die von Schneebe<sup>2)</sup> veröffentlichten Beobachtungen sind ohne Rücksicht auf dieselbe durchgeführt. Dies bewog mich, einige Messungen anzustellen, um die Geschwindigkeiten der Stäbe nach dem Stoss, wie sie die Beobachtung zeigt, mit den nach der Theorie berechneten zu vergleichen; ich wollte mich dabei auf den einfachsten Fall gleichartiger und gleich dicker Stäbe beschränken, wurde aber am Schluss der Untersuchung durch die Bekanntschaft mit einer Arbeit von Hrn Prof. Boltzmann<sup>3)</sup>, wenigstens noch einige Beobachtungsreihen für den Stoss verschieden dicker Stäbe gleicher Art hinzuzufügen.

Im Folgenden werde ich zunächst zeigen, wie die Beobachtungen der genannten Theorie durchaus widersprechen, und sodann versuchen, dieselben durch eine etwas modificirte Theorie zu erklären.

I. Die Beobachtungen sind mit Stäben aus glashartem Stahl von ca. 8 und 11 mm Dicke und 20 bis 40 cm Länge<sup>4)</sup> angestellt, welche mit je vier Fäden von  $2\frac{1}{3}$  m Länge als Pendel an einem geeigneten nahe der Decke an der Wand des Beobachtungsraumes befestigten Gestelle aufgehängt

1) Saint Venant, Liouville's Journ. (2) 12. p. 237. 1867.

2) Schneebe<sup>2)</sup>, Pogg. Ann. 143. p. 239. 1871.

3) L. Boltzmann, Sitzb. d. k. Acad. d. Wissensch. 84. p. 1225. 1881. Wied. Ann. 17. p. 343.

4) Die Schwierigkeit der Härtung verbot grössere Längen.

waren. Als Zeiger angebrachte feine Spitzen gestatteten, auf einer Theilung die Schwingungsamplituden abzulesen, die der stossende Stab vor dem Zusammentreffen und beide nach demselben erreichten. Der gestossene Stab befand sich anfangs in Ruhe — was die Allgemeingültigkeit der gezogenen Folgerungen augenscheinlich nicht beeinträchtigt, denn die ganze Erscheinung hängt nur von den relativen Geschwindigkeiten ab.

Eine ganz besondere Sorgfalt war darauf zu verwenden nöthig, dass die Stäbe mit ihren Längsaxen in eine Gerade fielen und sich ohne seitliche Schwankungen vor und nach dem Stoss bewegten. Demgemäss wurde der stossende Stab an einem geeignet geschnittenen feinen Papierstreifen in seiner Anfangslage gehalten und erst, nachdem er vollständig beruhigt war, durch Durchbrennen jenes Streifens in Bewegung gesetzt. Nach dem ersten Stoss wurden die ersten Amplituden beider Stäbe gleichzeitig beobachtet. Hr. stud. Wiechert hat mich hierbei freundlichst unterstützt.

Ferner war zu berücksichtigen, dass in der Ruhelage die beiden Stäbe sich berühren mussten, ohne irgend einen Druck aufeinander auszuüben; dies liess sich dadurch prüfen, dass jeder Stab, wenn der andere entfernt wurde, seine Lage ungeändert beibehalten musste; Abweichungen, die 0,1 mm nicht überstiegen, wurden bei der Berechnung der Resultate berücksichtigt. — Um bei der Ablesung der Amplituden Parallaxe zu vermeiden, waren hinter den Scalen Spiegelglasstreifen aufgestellt.

In den folgenden Tafeln sind die Resultate der Beobachtungen mitgetheilt. Die erste Colonne enthält die Anfangsamplitude des stossenden Stabes, der durch eine römische Zahl charakterisirt ist. Die Amplituden sind so klein gewählt, dass sie ohne merklichen Fehler als Maass für die Stossgeschwindigkeit angesehen werden können. Die zweite und dritte Colonne enthalten die ersten Amplituden (resp. Geschwindigkeiten) des stossenden und gestossenen Stabes nach der Trennung.

Jede Ablesung ist öfter wiederholt worden, je nach Umständen fünf- bis zwölfmal, aber da alle Fehlerquellen im

gleichen Sinne, nämlich die Amplituden verkleinernd, wirkten, so war es unthunlich, aus allen beobachteten Zahlen das Mittel zu nehmen; es sind vielmehr von vornherein alle auffällig kleinen Werthe, zumal solche Beobachtungen, bei denen die wohl nie vollständig fehlenden seitlichen Schwan- kungen der Stäbe stark waren, von der Berechnung ausge- schlossen, und nur drei bis vier der grössten der Regel nach benutzt worden. Die einzelnen Ablesungen differirten bei den kleinsten Amplituden (20 mm) kaum um 0,3 mm, bei den grössten (200 mm) um fast 1,5 mm; die Sicherheit der angegebenen Zahlen schätze ich im ersten Falle auf etwa 0,2 mm, im letzten auf 0,5 mm.

Die Längen der verwandten gleich dicken Stäbe I bis IV waren:

$$L_I = L_{II} = 30 \text{ cm}, \quad L_{III} = 20 \text{ cm}, \quad L_{IV} = 40 \text{ cm}$$

und ihre Massen sehr nahe ihren Längen proportional; ge- nau, wenn man mit  $\mu$  die mittlere Masse auf 10 cm Länge bezeichnet:

$$m_I = 226,0 \text{ g} = \mu (3 - 0,0022); \quad m_{II} = 226,1 \text{ g} = \mu (3 - 0,0020); \\ m_{III} = 151,4 \text{ g} = \mu (2 + 0,0027); \quad m_{IV} = 302,5 \text{ g} = \mu (4 + 0,0016).$$

Dabei war  $\mu = 75,5 \text{ g}$ .

Der dünnere Stab V hatte eine Länge von 30 cm und wog 115 g.

Tabelle I.  
Stäbe von gleichem Querschnitt.

$V_1^0$	$V_1$	$V_2$	$V_2^0$	$V_2$	$V_1$
I	I	II 1)	II	II	I 2)
20	0,3	19,7	20	0,3	19,5
40	0,5	39,2	40	0,5	39,3
80	1,1	78,8	80	1,3	78,7
120	1,6	117,9	120	1,7	118,2
160	2,3	156,8	160	2,1	157,5
I	I	III 3)	III	III	I 4)
20	4,2	23,2	20	— 3,2	15,9
40	8,4	46,2	40	— 6,8	31,2
80	18,0	91,6	80	—12,0	61,4
160,4	37,6	183,6	160,8	—22,0	122,0

$V_1^0$	$V_1$	$V_2$	$V_2^0$	$V_2$	$V_1$
I	I	IV 5)	IV	IV	I 6)
20	- 2,5	16,5	20	3,0	22,3
40	- 4,9	33,3	40	6,6	44,7
80	- 9,1	66,3	80	13,1	89,3
120	-13,4	99,2	120	20,0	133,3
160	-17,2	132,0			
III	III	IV 7)	IV	IV	III 8)
20	- 6,0	13,0	20	6,9	26,0
40	-11,4	25,8	40	14,0	51,8
80,4	-20,8	50,4	80,2	29,6	99,6
160,8	-35,4	98,0	160,4	62,8	194,2

Stäbe von verschiedenem Querschnitt.

I	I	V 9)	V	V	I 10)
20	6,6	25,5	20	- 6,0	13,0
40	13,3	52,2	40	-12,0	26,1
80	26,6	104,2	80	-24,6	52,4
120	39,6	156,4	160	-48,8	106,0
IV	IV	V 11)	V	V	IV 12)
20	9,0	27,8	20	- 8,2	10,5
40	18,4	55,7	40	-15,9	21,2
80	37,6	110,1	80	-30,8	41,8
120	57,7	163,6	160	-60,2	83,5

Um die in diesen Tafeln enthaltenen Zahlenwerthe mit der Theorie vergleichbar zu machen, sind sie noch von Fehlern zu befreien. Der Luftwiderstand ist bei so kleinen Amplituden zwar fast unmerklich; es beträgt nämlich die Abnahme der Amplituden pro Doppelschwingung bei 160 mm Ausschlag:

für die Stäbe	I und II	0,6 mm
für „ „	III	0,7 mm
für „ „	IV	0,5 mm
und für „ „	V	1,1 mm,

es fällt also der Einfluss während einer einfachen Schwingung beinahe in die Grenze der Beobachtungsfehler<sup>1)</sup> — aber eine andere Wirkung der umgebenden Luft ist merklicher.

1) Eine Correction ist deshalb nur näherungsweise angebracht.

Während der Einleitung des Stosses entsteht zwischen den Stäben eine Verdichtung der Luft, während ihrer Trennung eine Verdünnung. Beide Umstände wirken in entgegengesetzter Weise auf das System ein, aber wahrscheinlich nicht mit gleicher Stärke. Ich glaube annehmen zu müssen, dass die Verdünnung eine energischere ist, als die vorhergehende Verdichtung, und sehe die in den beiden ersten Tafeln ausgesprochene Erscheinung, dass bei zwei gleichen Stäben entgegen der Erwartung der stossende nicht nach dem Stoss in Ruhe verharret, sondern dem gestossenen noch ein wenig folgt, als eine Wirkung dieser Ursache an. Demgemäss corrigire ich zunächst die Beobachtungen der ersten beiden Tafeln dadurch, dass ich die kleine im stossenden Stab übrige Geschwindigkeit dem gestossenen noch zulege, und danach die der übrigen (indem ich berücksichtige, dass die besprochene Ursache nur von der relativen Geschwindigkeit der beiden Stäbe abhängen kann und indirect proportional ihren Massen auf sie wirken muss) dadurch, dass ich bei jeder Beobachtung den aus der ersten oder zweiten Tafel für die relative Geschwindigkeit der betreffenden beiden Stäbe passenden Werth entnehme und denselben, mit dem umgekehrten Verhältniss der Massen multiplicirt, von der Endgeschwindigkeit des stossenden Stabes abziehe, zu der des gestossenen zufüge. Z. B. ist in der dritten Beobachtung der fünften Tafel die relative Geschwindigkeit nahe dieselbe wie in der dritten, der ersten und zweiten Tafel. Ich bilde daher den corrigirten Werth:

$$v_1 = -9,1 - 1,2 = -10,3, \quad \text{aber:}$$

$$v_2 = 66,3 + 1,2 \cdot \frac{m_I}{m_{IV}}, \quad \text{d. i., da } \frac{m_I}{m_{IV}} = \frac{1}{4} \text{ ist,} \quad v_2 = 67,2.$$

Zu letzterem Werth würde wegen des Luftwiderstandes noch beinahe 0,2 hinzukommen.

Das Gleiche habe ich bei den Beobachtungen der neunten bis zwölften Tafel gethan in der Annahme, dass wegen der schwachen Abrundung der Enden der Stäbe ihr Querschnitt auf die genannte Erscheinung nur geringen Einfluss üben möchte; indess scheint es (vergl. p. 62), dass die so gebildete Correction etwas zu gross ausfällt.

Stellt man nach diesen Reductionen die beobachteten Werthe mit den nach der Neumann-Saint Venant'schen Formel berechneten zusammen, so erhält man folgende Uebersicht.

Tabelle II.

Stäbe von gleichem Querschnitt.

beobachtet		berechnet		beobachtet		berechnet	
$V_1$	$V_2$	$V_1$	$V_2$	$V_2$	$V_1$	$V_2$	$V_1$
$\frac{m_1}{m_2} = 1$ 1)				$\frac{m_2}{m_1} = 1$ 2)			
0	20,0	0	20,0	0	19,8	0	20,0
0	39,7	0	40,0	0	39,8	0	40,0
0	80,1	0	80,0	0	80,1	0	80,0
0	119,7	0	120,0	0	120,1	0	120,0
0	159,5	0	160,0	0	160,0	0	160,0
$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$ 3)				$\frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3}$ 4)			
3,9	23,5	6,7	20,0	- 3,6	16,2	0	13,3
7,9	47,0	13,3	40,0	- 7,6	31,7	0	26,7
16,8	93,5	26,7	80,0	-13,9	62,9	0	53,3
35,3	187,4	53,3	160,4	-25,5	124,0	0	106,7
$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3}$ 5)				$\frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{4}$ 6)			
- 2,8	16,7	0	15	2,8	22,6	5	20
- 5,4	33,7	0	30	6,2	45,2	10	40
-10,3	67,4	0	60	12,2	90,5	20	80
-15,1	100,6	0	90	18,8	135,1	30	120
-19,5	134,1	0	120				
$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$ 7)				$\frac{m_2}{m_1} = 2$ 8)			
- 6,4	13,2	0	10	6,7	26,4	10	20
-12,2	26,2	0	20	13,6	52,6	20	40
-21,6	51,4	0	40,2	28,7	101,5	40,1	80,2
-38,7	99,0	0	80,4	61,0	197,7	80,2	160,4
$\frac{m_1}{m_2} = 1,96$ 9)				$\frac{m_2}{m_1} = 0,51$ 10)			
6,3	26,1	6,5	26,5	- 6,6	13,3	- 6,5	13,5
12,8	53,2	13,0	53,0	-13,8	26,6	-13,0	27,0
25,4	106,7	26,0	106,0	-27,0	53,8	-26,0	54,0
38,0	160,1	39,1	159,1	-51,8	108,0	-52,1	108,0
$\frac{m_1}{m_2} = 0,38$ 11)				$\frac{m_2}{m_1} = 2,63$ 12)			
8,8	28,4	9,9	13,5	- 8,8	10,7	- 6,5	10,1
18,0	56,7	19,8	26,9	-16,9	21,6	-13,1	20,2
36,8	112,6	40,7	53,8	-33,3	42,7	-26,2	40,3
56,1	167,0	60,5	80,7	-63,6	85,3	-52,3	80,6

Die vorstehende Zusammenstellung zeigt ausser in den Tafeln 1, 2, 9 und 10, von denen später gesprochen werden wird, durchweg ausserordentliche Differenzen zwischen Theorie und Beobachtung. Besonders auffällig ist, dass, während bei Stäben gleichen Querschnitts die Theorie, wenn der kürzere stösst, nach dem Stosse für denselben Ruhe verlangt, die Beobachtung consequent ein lebhaftes Zurückspringen ergibt (vgl. Tafel 4, 5 und 7); ferner, dass sich ganz allgemein die nach dem Stoss übrige lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung sehr erheblich grösser findet, als sie die Theorie ergibt, und beide Umstände sprechen dagegen, dass Fehlerquellen die Ursachen der Abweichungen sind. — Bestätigt erscheint vollständig das allgemeine Gesetz von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes. Aber mit den Neumann-Saint Venant'schen Stossformeln sind diese Beobachtungen unvereinbar.

Hier ist nun der Ort, der Beobachtungen, die Hr. Boltzmann<sup>1)</sup> veranlasst und publicirt hat, zu gedenken. Sie betreffen nur den speciellen Fall zweier Stäbe von nahe gleicher Masse und gleichem oder verschiedenem Querschnitt, aber ich trage Bedenken, ihnen entscheidende Bedeutung beizulegen. Einmal sind nämlich die Querdimensionen so gross gegen die Längsdimensionen (bei den dickeren ist das Verhältniss 17:100), dass man kaum die Theorie, welche die Querdimensionen verschwindend klein voraussetzt, auf sie anwenden kann, und zweitens sind die mitgetheilten Beobachtungen noch nicht von dem Einfluss der oben erörterten Fehlerquellen befreit, der bei den sehr leichten Stäben (aus grauem Kautschuk gefertigt) ausserordentlich gross gewesen sein muss; wenigstens ergab die Beobachtung mit gleichen Stäben den Ausschlag des gestossenen Stabes, resp. = 83,5, 42 und 26 mm, wo nach der Theorie (die in diesem Falle sich bei meinen Versuchen vollständig bewährt hat, ja wie man weiter sehen wird, sich bewähren musste) resp. 100, 50 und 30 mm zu erwarten gewesen wäre.

Trotz alledem geben die Boltzmann'schen Beobach-

1) L. Boltzmann, l. c. p. 1227.

tungen durch ihre Abweichungen von den theoretischen Zahlenwerthen Grund zu schwerem Zweifel gegen die Richtigkeit der Theorie, eventuell ihre Anwendbarkeit auf die unter den gewöhnlichen Umständen angestellten Beobachtungen.

II. Den Grund für die Abweichung der Resultate der Beobachtung und der Neumann-Saint Venant'schen Formeln sehe ich in den letzteren zu Grunde liegenden Bedingungen an der Berührungsstelle beider Stäbe. Diese scheinen mir nicht nur im allgemeinen mit der Wirklichkeit, sondern auch unter sich im Widerspruch zu stehen. Sind die beiderseitigen Grenzelemente während der Berührung in solcher Lage und solchem Zustande, dass sie aufeinander wirken wie Nachbarelemente im Inneren eines einzigen Stabes, so können sie nicht durch eine beliebig kleine Dilatation getrennt werden (da dies von jenen keineswegs gilt), und zeigt umgekehrt die Beobachtung kein merkliches Aneinanderhaften, so können die beiderseitigen Grenzelemente nicht aufeinander wirken wie Theile eines ungetrennten Ganzen. Denn nach den Vorstellungen der Elasticitätstheorie ist mit gleicher relativer Lage zweier Körpermassen die gleiche Wirkung untrennbar verbunden, und es würde aus der zuerst von Poisson ausgesprochenen Annahme, dass von dem Moment der Berührung an die Stäbe als Theile eines einzigen elastischen Körpers angesehen werden können, folgen, dass sie sich niemals trennen, es sei denn, dass die durch den Stoss als Reaction erregte Dilatation gross genug wäre, die Cohäsion des einen Stabes zu überwinden, in welchem Falle das System aber nicht gerade an der ursprünglichen Grenzstellé, sondern z. B. bei gleicher Substanz und Dicke beider Stäbe an der Stelle zerreißen würde, wo die Dilatation zuerst auftritt.

Auf Grund dieser Betrachtungen habe ich mir über den Vorgang in der Grenze der stossenden Körper folgende Vorstellung gebildet.

Tritt die Erscheinung, die wir als Stoss bezeichnen, auf, so folgt daraus, dass die Stäbe während der „Berührung“ nicht in so inniger Verbindung sind, dass sie als ein Ganzes

anzusehen wären. Verschiedene Umstände werden dem entgegenwirken. Zunächst die meist vorhandene Krümmung der stossenden Endflächen<sup>1)</sup>, ferner geringe Unebenheiten, die auch bei der vollkommensten Politur nicht fehlen, ebenso die auf der Oberfläche condensirten Gasschichten<sup>2)</sup>, endlich vielleicht der Zustand der Oberflächenschichten der Körper selbst, der aller Wahrscheinlichkeit nach von dem der inneren Theile abweicht. In allen diesen Fällen hat ein Element, welches durch zwei, der Berührungsstellen beiderseitig sehr nahe liegende Querschnitte begrenzt wird und welches ich kurz die „Zwischenschicht“ nennen will, wesentlich andere Eigenschaften als ein gleich starkes im Inneren eines der Stäbe. Werden die zwei Stäbe mit unendlich kleiner Kraft zusammengedrückt, so hat die Zwischenschicht eine gewisse Dicke, welche die natürliche heissen mag. Eine Vergrösserung des Druckes verringert die Dicke, aber nach der Natur der Zwischenschicht ist die Compression jedenfalls nicht proportional dem Druck, sondern wächst bei gleichmässiger Zunahme desselben anfangs sehr schnell, allmählich langsamer. Einem Zug setzt die Zwischenschicht gar keinen Widerstand entgegen.

Hieraus folgt, dass die Bedingungen in der Grenze zwischen den Stäben sein werden, falls  $(Z_z)_1$  und  $(Z_z)_2$  die Druckkräfte im ersten und zweiten Stab und  $w_1, w_2$  die Verschiebungen in der Längsrichtung (welche in die  $z$ -Axe fallen mag) bezeichnen:

1) Auf den Einfluss der nie ganz fehlenden Krümmung der stossenden Flächen macht auch Hr. Boltzmann (l. c. p. 1225) aufmerksam und fügt hinzu: „dass daher bei gleich langen ebensowenig als bei ungleich langen Stäben die reflectirten Wellen sich wieder am Ausgangspunkte concentriren. Hiernach würde also der bedeutende Verlust von lebendiger Kraft beim Stosse nicht blos der elastischen Nachwirkung zuzuschreiben sein u. s. w.“ Aber dies letztere scheint mir angesichts des Resultates, dass die bei Stäben mit gekrümmten Endflächen erhaltenen Verluste an lebendiger Kraft durchweg viel geringer als nach der Neumann-Saint-Venant'schen Theorie, ja bei gleichen Stäben völlig verschwindend sind, nicht aufrecht zu erhalten. Hr. Prof. Boltzmann hat bei einer zweiten Veröffentlichung seiner Beobachtungen diesen Einwand gänzlich ignorirt. (Vgl. Wied. Ann. 17. p. 343. 1882.)

2) Vgl. Voigt, Wied. Ann. 19. p. 39. 1883.

$$(\bar{Z}_z)_1 = (\bar{Z}_z)_2 \quad \text{und} \quad \bar{w}_1 - \bar{w}_2 = F(\bar{Z}_z).$$

Hierin bezeichnet  $F(\bar{Z}_z)$  die Grösse der Compression der Zwischenschicht, ist also eine Function, die für kleine  $Z_z$  sehr schnell, für grössere langsamer zunimmt.

Diese Bedingungen würden gelten, so lange an der Berührungsstelle eine Druckkraft wirkt; verwandelt sich diese in eine Zugkraft, so sind die Stäbe ohne Wirkung aufeinander und gilt also beiderseitig  $(Z_z)_1 = 0$  und  $(Z_z)_2 = 0$ .

Mit einer unbekannten Function  $F$  lässt sich selbstverständlich das Problem nicht der Rechnung unterwerfen, und auch für die meisten einfachen und plausiblen speciellen Annahmen reichen die Mittel der Analysis nicht aus. Ich will daher folgendes angenäherte Verfahren benutzen. Bei einem bestimmten Stoss wird die Zwischenschicht um eine bestimmte Grösse zusammengepresst; das Verhältniss der Compression  $\delta l$  zur ganzen Dicke der Zwischenschicht  $l$  und der diese Compression pro Flächeneinheit erzeugenden Druckkraft  $p$ , nämlich  $\delta l/p l$  kann als der reciproke mittlere Elasticitätscoefficient  $e$  der Zwischenschicht bei diesem Stosse bezeichnet werden. Ich werde so rechnen, als wenn die Zwischenschicht in allen Perioden des Stosses denselben Elasticitätscoefficienten  $e$  besässe. Dann ist aber zu bemerken, dass dieser Elasticitätscoefficient keine durch die Natur der Stäbe allein gegebene Constante, sondern noch von der Stärke des Stosses abhängig ist, und zwar mit dieser wächst und abnimmt.

Lege ich, wie gesagt, die  $Z$ -Axe in die Mittellinie der stossenden Stäbe von ihrer Berührungsstelle aus, bezeichne mit  $w_1, w_2, E_1, E_2, \epsilon_1, \epsilon_2, m_1, m_2, q_1, q_2, l_1, l_2$  für den ersten und zweiten Stab Verrückungen, Elasticitätscoefficienten, Dichtigkeiten, Massen, Querschnitte und Längen, setze endlich abgekürzt:

$$\frac{E_1}{\epsilon_1} = a_1^2, \quad \frac{E_2}{\epsilon_2} = a_2^2, \quad E_1 q_1 = b_1, \quad E_2 q_2 = b_2,$$

und  $e q/l = c$ , worin  $l, q, e$  für die Zwischenschicht Dicke, Querschnitt und mittleren Elasticitätscoefficienten bezeichnen, so ist das Problem in folgenden Gleichungen ausgesprochen.

Es muss sein:

- (1) für  $-l_1 < z < 0$ , für  $0 < z < l_2$ ,  

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} = a_1^2 \frac{\partial^2 w_1}{\partial z^2}, \quad \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} = a_2^2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial z^2},$$
- (2) für  $z = -l_1$ ,  $\frac{\partial w_1}{\partial z} = 0$ , für  $z = l_2$ ,  $\frac{\partial w_2}{\partial z} = 0$ ,  
für  $z = 0^1$ .
- (3)  $b_1 \frac{\partial w_1}{\partial z} = b_2 \frac{\partial w_2}{\partial z} = c(w_2 - w_1)$ ,  
endlich für  $t = 0$
- (4)  $w_1 = 0$ ,  $w_2 = 0^2$
- (5)  $\frac{\partial w_1}{\partial t} = V_1^0$ ,  $\frac{\partial w_2}{\partial t} = V_2^0$ .

Das Problem zu lösen, setze ich:

$$w_1 = \sum A_1 \sin a_1 t p_1 \cos p_1 (l_1 + z) + B_1 t,$$

$$w_2 = \sum A_2 \sin a_2 t p_2 \cos p_2 (l_2 - z) + B_2 t,$$

wodurch sogleich die Bedingungen (1), (2) und (4) erfüllt sind.

Aus (3) folgt  $a_1 p_1 = a_2 p_2$ :

$$b_1 p_1 A_1 \sin p_1 l_1 + b_2 p_2 A_2 \sin p_2 l_2 = 0 \text{ und:}$$

$$c \left( \frac{1}{b_1 p_1} \operatorname{ctg} p_1 l_1 + \frac{1}{b_2 p_2} \operatorname{ctg} p_2 l_2 \right) = 1,$$

$$\text{endlich } B_1 = B_2 = B.$$

Setze ich  $a_1 p_1 = a_2 p_2 = v$ :

$$b_1 p_2 A_1 \sin p_1 l_1 = -b_2 p_2 A_2 \sin p_2 l_2 = A,$$

so kommt:

$$w_1 = \sum \frac{a_1 A_h \sin v_h t \cos \frac{v_h}{a_1} (l_1 + z)}{b_1 v_h \sin \frac{v_h l_1}{a_1}},$$

$$w_2 = - \sum \frac{a_2 A_h \sin v_h t \cos \frac{v_h}{a_2} (l_2 - z)}{b_2 v_h \sin \frac{v_h l_2}{a_2}},$$

1) Neben den Dimensionen der Stäbe ist die Dicke der Zwischenschicht zu vernachlässigen.

2) Die Annahme einer anfänglichen Dilatation hat wohl kaum Interesse.

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} \text{und } \frac{\partial w_1}{\partial t} = v_1 &= \sum a_1 A_h \frac{\cos v_h t \cos \frac{v_h}{a_1} (l_1 + z)}{b_1 \sin \frac{v_h l_1}{a_1}} + B, \\ \frac{\partial w_2}{\partial t} = v_2 &= - \sum a_2 A_h \frac{\cos v_h t \cdot \cos \frac{v_h}{a_2} (l_2 + z)}{b_2 \sin \frac{v_h l_2}{a_2}} + B. \end{aligned} \right.$$

Dabei sind die  $v_h$  die Wurzeln der transcendenten Gleichung (6):

$$(7) \quad \frac{a_1}{b_1} \operatorname{ctg} \frac{v l_1}{a_1} + \frac{a_2}{b_2} \operatorname{ctg} \frac{v l_2}{a_2} = \frac{v}{c}.$$

Um die Constanten  $A$  der einzigen noch übrigen Bedingung (5) gemäss zu bestimmen, hat man folgendermassen zu verfahren.

Man setze kurz:

$$v_1 = \sum_h A_h \cdot \tau_h \cdot \zeta'_h + B, \quad v_2 = \sum_h A_h \cdot \tau_h \cdot \zeta'_h + B,$$

worin:

$$\tau_h = \cos v_h t, \quad \zeta'_h = \frac{a_1 \cos \frac{v_h}{a_1} (l_1 + z)}{b_1 \sin \frac{v_h l_1}{a_1}}, \quad \zeta''_h = - \frac{a_2 \cos \frac{v_h}{a_2} (l_2 - z)}{b_2 \sin \frac{v_h l_2}{a_2}} \text{ ist.}$$

$$\text{Dann ist: } A_h = \frac{\frac{b_1}{a_1^2} \int_{-l_1}^0 (V_1^0 - B) \zeta'_h dz + \frac{b_2}{a_2^2} \int_0^{l_2} (V_2^0 - B) \zeta''_h dz}{\frac{b_1}{a_1^2} \int_{-l_1}^0 \zeta_h'^2 dz + \frac{b_2}{a_2^2} \int_0^{l_2} \zeta_h''^2 dz}.$$

Denn es lässt sich zeigen, dass:

$$\frac{b_1}{a_1^2} \int_{-l_1}^0 \zeta'_h \zeta'_k dz + \frac{b_2}{a_2^2} \int_0^{l_2} \zeta''_h \zeta''_k dz = 0 \text{ ist für } h \neq k.$$

Dies folgt aus den Eigenschaften von  $\zeta$ , dass nämlich überall:

$$(1') \quad -v_h^2 \zeta_h' = a_1^2 \frac{\partial^2 \zeta_h'}{\partial z^2}, \quad -v_h^2 \zeta_h'' = a_2^2 \frac{\partial^2 \zeta_h''}{\partial z^2},$$

$$\text{für: } (2') \quad z = -l_1, \quad \frac{\partial \zeta_h'}{\partial z} = 0, \quad \text{für } z = +l_2, \quad \frac{\partial \zeta_h''}{\partial z} = 0,$$

und für:

$$z = 0,$$

$$(3') \quad b_1 \frac{\partial \zeta_h'}{\partial z} = b_2 \frac{\partial \zeta_h''}{\partial z} = c(\zeta_h'' - \zeta_h') \text{ ist.}$$

Bildet man nämlich aus (1'):

$$\begin{aligned} -\frac{\nu_h^2 - \nu_k^2}{a_1^2} b_1 \int_{-l_1}^0 \zeta_h' \zeta_k' dz &= b_1 \int_{-l_1}^0 \left( \zeta_k' \frac{\partial^2 \zeta_h'}{\partial z^2} - \zeta_h' \frac{\partial^2 \zeta_k'}{\partial z^2} \right) dz, \\ -\frac{\nu_h^2 - \nu_k^2}{a_2^2} b_2 \int_0^{l_2} \zeta_h'' \zeta_k'' dz &= b_2 \int_0^{l_2} \left( \zeta_k'' \frac{\partial^2 \zeta_h''}{\partial z^2} - \zeta_h'' \frac{\partial^2 \zeta_k''}{\partial z^2} \right) dz, \end{aligned}$$

führt die rechte Seite durch theilweise Integration und Benutzung von (2') aus und addirt beide Formeln, so kommt nach (3') rechts Null; also ist:

$$(\nu_k^2 - \nu_h^2) \left[ \frac{b_1}{a_1^2} \int_{-l_1}^0 \zeta_h' \zeta_k' dz + \frac{b_2}{a_2^2} \int_0^{l_2} \zeta_h'' \zeta_k'' dz \right] = 0,$$

und demnach für  $k \geq h$  der zweite Factor = Null, q. e. d.

Ausgerechnet ergibt sich demgemäss:

$$(8) \quad A_h = \frac{4(V_1^0 - V_2^0)}{a_1 \left( \frac{2l_1 \nu_h}{a_1} + \sin \frac{2l_1 \nu_h}{a_1} \right) + a_2 \left( \frac{2l_2 \nu_h}{a_2} + \sin \frac{2l_2 \nu_h}{a_2} \right)}.$$

Die einzig noch übrige Constante  $B$  zu bestimmen, bilde man den Werth der Schwerpunktschwindigkeit für das ganze System. Dann findet sich:

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = B(m_1 + m_2) + \sum_h A_h \cos \nu_h t \left( q_1 \epsilon_1 \int_{-l_1}^0 \zeta_h' dz + q_2 \epsilon_2 \int_0^{l_2} \zeta_h'' dz \right).$$

Aber diese Summe findet sich nach den Formeln (1'), (2') und (3') gleich Null, also:

$$(9) \quad B = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 V_1^0 + m_2 V_2^0}{m_1 + m_2}.$$

Die Formeln (6)–(9) enthalten die Lösung des gestellten Problems.

Den Inhalt des Resultates zu überblicken, müsste eigentlich die in den Gleichungen (3) und (7) vorkommende Constante  $c$ , die dem Elasticitätscoefficienten der Zwischenschicht

proportional ist, bekannt sein. Da dies aber nicht der Fall ist, muss man sich mit einigen speciellen Folgerungen begnügen.

Ist  $c = \infty$ , so wirkt die Zwischenschicht ebenso, als wäre sie gar nicht vorhanden, sondern als träfen die Stäbe unmittelbar aufeinander; denn es wird hier für  $z = 0$ ,  $b_1 \partial w_1 / \partial z = b_2 \partial w_2 / \partial z$  und  $w_1 = w_2$ . Man erhält auf diese Weise die Neumann-Saint Venant'schen Formeln.<sup>1)</sup>

Aber mit dieser Annahme sind die Resultate der Messung im Widerspruch,  $c$  muss also endlich sein, und die oben entwickelte Vorstellung lässt vermuthen, dass es bei kleinen Stossgeschwindigkeiten sehr klein werden kann.

In diesem Falle lässt sich die Lage der Wurzeln der transcendenten Gleichung (7) leicht beurtheilen. Construiert man nämlich die Curven:

$$y = \frac{a_1}{b_1} \operatorname{ctg} x \frac{l_1}{a_1} + \frac{a_2}{b_2} \operatorname{ctg} x \frac{l_2}{a_2} \quad \text{und} \quad y = \frac{x}{c},$$

so sind die  $x$  Coordinaten ihrer Schnittpunkte die gesuchten Wurzeln  $\nu_h$ .

Man erkennt, dass eine erste Wurzel  $\nu_0$  unweit Null liegen muss, — um so näher, je kleiner  $c$  ist, — ausserdem zwei Systeme bei  $a_1(h\pi + \delta'_h)/l_1$  und  $a_2(h\pi + \delta''_h)/l_2$ , wo  $h = 1, 2, 3 \dots$  sein kann, und zwar sind die Werthe  $\delta'_h$  und  $\delta''_h$  bereits sehr klein, wenn  $\nu_0$  noch ziemlich beträchtlich ist.

Mit abnehmendem  $c$  werden die höheren Glieder der Reihen (6) sehr schnell den Einfluss verlieren, da sie proportional mit  $\sin \delta'_h$  und  $\sin \delta''_h$  sind, zugleich wird das erste Glied wegen der Kleinheit von  $\nu_0$  sich einem Grenzwert nähern.

Vernachlässigt man Glieder von der Ordnung  $\delta'_h$  und  $\delta''_h$ , sowie  $(\nu_0 l_1 / a_1)^2$  und  $(\nu_0 l_2 / a_2)^2$  neben 1, so erhält man nach leichten Reductionen:

1) Vgl. Saint-Venant, l. c. p. 288. Es mag noch einmal erwähnt werden, dass unter besonderen Umständen (Beobachtung im Vacuo, vollständiger Politur und ebener Gestalt der Endflächen) diese Formeln vielleicht angenähert, aber nie streng gültig werden können, da die ihnen zu Grunde liegenden Voraussetzungen im allgemeinen eine Trennung der Stäbe nach dem Stosse gar nicht zulassen.

$$v_1 = \frac{m_1 V_1^0 + m_2 V_2^0}{m_1 + m_2} + \frac{m_2 (V_1^0 - V_2^0)}{m_1 + m_2} \cos \nu_0 t$$

$$v_2 = \frac{m_1 V_1^0 + m_2 V_2^0}{m_1 + m_2} - \frac{m_1 (V_1^0 - V_2^0)}{m_1 + m_2} \cos \nu_0 t$$

und für die Berührungsstelle zugleich:

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -A_0 \sin \nu_0 t.$$

Dabei ist in erster Näherung für sehr kleines  $c$ :

$$\nu_0 = \sqrt{c \left( \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right)}.$$

Die vorletzte Formel zeigt, dass während  $0 < t < \pi/\nu_0$  bleibt, in der Berührungsstelle eine Compression vorhanden ist, für  $t = \pi/\nu_0$  aber eine Dilatation sich zu bilden beginnt. Zu diesem Zeitpunkt müssen also nach den oben entwickelten Ansichten die Stäbe ausser Wechselwirkung treten, und  $T = \pi/\nu_0$  ist als die „Dauer des Stosses“ anzusehen.

Die Stäbe bewegen sich in diesem extremen Falle fortwährend als Ganzes, d. h. ohne innere Dilatationen; ihre Schwerpunktsgeschwindigkeit wird also für den Moment der Trennung einfach durch Einsetzen des Werthes  $t = \pi/\nu_0$  in die letzten Formeln erhalten, und es ergibt sich:

$$(10) \quad V_1 = \frac{2m_2 V_2^0 + (m_1 - m_2) V_1^0}{m_1 + m_2}, \quad V_2 = \frac{2m_1 V_1^0 + (m_2 - m_1) V_2^0}{m_1 + m_2}.$$

In diesem extremen Falle, wo sich die Stäbe nur als Massen, deren Elasticität nicht in Betracht kommt, bewegen und die elastische Wirkung nur von der Zwischenschicht ausgeht, erscheinen also die alten Stossgleichungen, die man durch alleinige Benutzung des Principes der Erhaltung der lebendigen Kraft und der Schwerpunktsgeschwindigkeit ableiten kann, — und dies ist begreiflich, da mit dem Verschwinden der inneren Oscillationen der Stäbe der Satz von der Erhaltung der lebendigen Kraft wieder in Geltung tritt.<sup>1)</sup>

Innerhalb der beiden Extreme, dass die Zwischenschicht gar nicht wirkt ( $c = \infty$ ), und dass sie allein das Stoss-

1) Nach dem oben Entwickelten würden unter den Umständen, welche die vorgenommenen Vernachlässigungen gestatten, elastische und absolut starre Körper sich ganz gleich verhalten — nicht aber ebenso unelastische, weiche Körper, wie es vielleicht scheinen könnte.

phänomen hervorbringt ( $c = 0$ ) liegen alle denkbaren Fälle. Welchen Werth  $c$  bei jedem einzelnen Experiment hat, kann nur die Beobachtung selbst entscheiden, — aber die oben auseinandergesetzte Hypothese macht wahrscheinlich, dass bei den kleinsten Stossgeschwindigkeiten  $c$  den kleinsten Werth besitzt und mit jenen zunimmt. Dementsprechend müssten die Beobachtungen bei den kleinsten Stossgeschwindigkeiten am genauesten durch die Formeln (10) dargestellt werden und die bei grösseren angestellten Messungen nach den Neumann-Saint Venant'schen Formeln hinneigen. In wie weit dies stattfindet, zeigt die Zusammenstellung der beobachteten Werthe mit den aus Formel (10) berechneten auf Tab. III und ihre Vergleichung mit Tab. II.

Tabelle III.

Stäbe mit gleichem Querschnitt.

beobachtet		berechnet		beobachtet		berechnet	
$V_1$	$V_2$	$V_1$	$V_2$	$V_2$	$V_1$	$V_2$	$V_1$
$\frac{m_1}{m_2} = 1$ 1)				$\frac{m_2}{m_1} = 1$ 2)			
0	20,0	0	20,0	0	19,8	0	20,0
0	39,7	0	40,0	0	39,8	0	40,0
0	80,1	0	80,0	0	80,1	0	80,0
0	119,7	0	120,0	0	120,1	0	120,0
0	159,5	0	160,0	0	160,0	0	160,0
$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$ 3)				$\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{2}$ 4)			
+ 3,9	23,5	+ 4	24	— 3,6	16,2	— 4	16
+ 7,9	47,0	+ 8	48	— 7,6	31,7	— 8	32
+ 16,8	93,5	+ 16	96	— 13,9	62,9	— 16	64
+ 35,3	187,4	+ 32,1	192,5	— 25,5	124,0	— 32	128
$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$ 5)				$\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{3}$ 6)			
— 2,8	16,7	— 2,9	17,1	+ 2,8	22,6	+ 2,9	22,9
— 5,4	33,7	— 5,7	34,3	+ 6,2	45,2	+ 5,7	45,7
— 10,4	67,4	— 11,4	68,6	+ 12,2	90,5	+ 11,4	91,4
— 15,1	100,6	— 17,1	102,9	+ 18,8	134,9	+ 17,1	137,1
— 19,5	134,1	— 22,9	137,1				
$\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$ 7)				$\frac{m_2}{m_1} = 2$ 8)			
— 6,4	13,2	— 6,7	13,3	+ 6,7	26,4	+ 6,7	26,7
— 12,2	26,2	— 13,3	26,7	+ 13,6	52,6	+ 13,3	53,3
— 21,6	51,4	— 26,7	53,3	+ 28,7	101,5	+ 26,7	106,7
— 38,9	99,0	— 53,3	106,7	+ 61,1	197,9	+ 53,3	213,3

Stäbe mit verschiedenem Querschnitt.

beobachtet		berechnet		beobachtet		berechnet	
$V_1$	$V_2$	$V_1$	$V_2$	$V_2$	$V_1$	$V_2$	$V_1$
$\frac{m_1}{m_2} = 1,96$ 9)				$\frac{m_2}{m_1} = 0,51$ 10)			
+ 6,3	26,1	+ 6,5	26,5	- 6,6	13,3	- 6,5	13,5
+ 12,8	53,2	+ 13,0	53,0	- 13,8	26,6	- 13,0	27,0
+ 25,4	106,7	+ 26,0	106,0	- 27,0	53,8	- 26,0	54,0
+ 38,0	160,1	+ 39,1	159,1	- 51,8	108,5	- 52,1	108,0
$\frac{m_1}{m_2} = 0,38$ 11)				$\frac{m_2}{m_1} = 2,63$ 12)			
+ 8,8	28,4	+ 9,0	29,0	- 8,8	10,7	- 9,0	11,1
+ 18,0	56,7	+ 17,9	57,9	- 16,9	21,6	- 17,9	22,0
+ 36,8	112,6	+ 35,9	115,8	- 33,3	42,7	- 35,9	44,0
+ 56,1	167,0	+ 52,8	173,7	- 63,6	85,3	- 71,8	88,1

Die Zahlen dieser Tabelle ergeben, dass bei den kleinsten benutzten Stossgeschwindigkeiten von circa 40 mm pro Secunde (entsprechend 20 mm Ausschlag) die Annahme, dass  $c$  verschwindend klein ist, und demgemäss die Stäbe nur als bewegte Massen wirken, sehr nahe erfüllt ist; denn hier stimmen die beobachteten Werthe mit den nach Formel (10) berechneten soweit, als nach der Schwierigkeit der Beobachtungen zu erwarten ist. Dass die Abweichungen meist in dem Sinne stattfinden, dass der beobachtete Werth kleiner erscheint als der berechnete, ist nur natürlich, da alle Fehlerquellen in diesem Sinne wirken.

Bei grösseren Stossgeschwindigkeiten treten beträchtlichere Abweichungen von der Formel (10) auf, aber stets in dem vorausbezeichneten Sinne nach der Neumann-Saint Venant'schen Formel hin. Letztere gibt nämlich für  $V_1$  in Tafel (3), (6), (8), (11) Grösseres, in (4), (5), (7), (12) Kleineres als Formel (10), — dem entsprechend ist bei grösseren Stossgeschwindigkeiten das beobachtete  $V_1$  in Tafel (3), (6), (8) und (11) auch grösser, in Tafel (4), (5), (7) und (12) kleiner als das berechnete;  $V_2$  aber ist in allen Tafeln kleiner als nach Formel (10) berechnet, weil hierfür die Abweichungen beider Formeln auch stets im selben Sinne stattfinden. Die beobachteten Werthe der Tafeln (1) und (2) stimmen mit den berechneten für grosse und kleine

Stossgeschwindigkeiten fast gleich gut; in der That gibt für gleiche Stablängen jedes  $c$  dasselbe Gesetz für die Endgeschwindigkeiten.

Noch muss ich besonders auf die Beobachtungen (9) bis (12) hinweisen, die, wie gesagt, durch die Publication des Hrn. Boltzmann veranlasst worden sind. Die in jener Arbeit mitgetheilten Resultate widersprechen nur insofern meiner Theorie, als sie zu zeigen scheinen, dass auch bei kleinen Stossgeschwindigkeiten das Phänomen nicht nur von der Masse, sondern auch von der Gestalt der benutzten Stäbe abhängt. Hr. Boltzmann erhielt nämlich beim Stoss zweier nahezu identischer Stäbe (Länge 100 und 104 mm, Dicke 17 mm) bei einer Anfangselongation von 30 mm im Mittel 25,8 mm Ausschlag, beim Stoss zweier verschieden gestalteter (Längen 104 und 230 mm, Dicken 17 und 11 mm) und nahe gleich schwerer (Gewichte 23,8 und 23,9 g) im Mittel 24,2 mm. Auf Grund der oben angeführten Umstände vermag ich diesen Zahlen nicht entscheidende Bedeutung beizulegen, obgleich ich mir die nicht unbeträchtliche Grösse der Abweichung nicht zu erklären weiss.

Um aber den Zweifel, ob meine Formeln, auch auf den Fall ungleicher Querschnitte angewandt, die Beobachtungen darstellen, zu beseitigen, habe ich zum Schluss noch die Reihen (9) bis (12) beobachtet; die beobachteten Zahlen in (11) und (12), welche auf Tab. II vollständig den berechneten Werthen widersprechen, sind hier auf Tab. III mit der Theorie so weit in Einklang, als zu erwarten ist, wenn man berücksichtigt, dass bei dem dünneren Stab V die seitlichen Schwankungen fast noch auffallender waren, als bei den dickeren. Tafel (9) und (10) sind mit (1) und (2) analog, insofern nämlich auch bei verschiedenen Querschnitten für Stäbe gleicher Länge bei allen Annahmen über die Grösse  $c$  sich dieselben Werthe  $V_1$  und  $V_2$  ergeben. Demgemäss stimmen die beobachteten und berechneten Werthe auch bei grösseren Stossgeschwindigkeiten überein; dass dies nicht so vollkommen statt hat wie in den Tafeln (1) und (2), habe ich oben (p. 49) erklärt.

III. Im Folgenden theile ich noch einige Beobachtungen mit, die zur Ergänzung der vorstehenden nach und nach angestellt worden sind.

Nach Beendigung jener Versuche wurde mir die Arbeit des Hrn. Hertz<sup>1)</sup> „über die Berührung fester elastischer Körper“ bekannt, in welcher der Einfluss der Krümmung der zusammenstossenden Flächen auf die Erscheinung des Stosses in dem speciellen Falle unendlich kleiner Stossgeschwindigkeit theoretisch untersucht und dasselbe Gesetz abgeleitet ist, das ich für diesen Fall gegeben und geprüft habe. Dies veranlasste mich, einige Beobachtungen über den Stoss von Stäben mit möglichst ebenen Endflächen anzustellen.

Bei den früheren Versuchen waren die benutzten Stäbe an den Enden durch Flächen abgerundet, deren Krümmungsradien in der Axe nahe gleich der Länge des betreffenden Stabes waren; dies war nach der Art der Herstellung wahrscheinlich und ist durch mikrometrische Messung von Coordinaten angenähert bestätigt worden. Nach dem neuen Schleifen war die Krümmung so gering, dass die mikroskopische Messung keinen Werth der Krümmungsradien mehr zu bestimmen gestattete; sie mögen wohl mehrere Meter betragen haben.

In diesem neuen Zustande beobachtete ich zunächst den Stoss von I gegen II, um die auf p. 49 erwähnte Correction zu bestimmen, und fand folgendes System Werthe:

$V_1^0$	20	40	80	120
$V_1$	1,7	2,4	2,8	3,0
$V_2$	18,1	38,0	76,8	117,0

Die aus der zweiten Columnne sich ergebenden Correctionen sind nun bei den folgenden Beobachtungen angebracht worden. Es stiess Stab IV gegen III; ich stelle die corrigirten Resultate der neuen Beobachtungen zusammen mit den früher bei grösserer Krümmung der Endflächen erhaltenen, sowie mit den Resultaten meiner Formeln p. 57 unter den speciellen Annahmen, dass  $c$  sehr klein ( $c = 0$ ) und  $c$  sehr gross sei ( $c = \infty$ ). Die letztere Annahme führt, wie oben erwähnt, auf die Neumann-Saint Venant'schen Gesetze.

1) Hertz, Crelle's Journ. 92. p. 156. 1882.

$c = 0$		Endflächen				$c = \infty$	
		gekrümmt		fast eben			
$V_1$	$V_2$	$V_1$	$V_2$	$V_1$	$V_2$	$V_1$	$V_2$
6,7	26,7	6,7	26,4	7,0	24,5	10	20
13,3	53,3	13,6	52,6	15,2	47,6	20	40
26,7	106,7	28,7	101,5	32,2	92,1	40	80
42,1	162,1	45,0	148,0 <sup>1)</sup>	49,6	137,3	60	120

Die Beobachtung gibt, der Erwartung entsprechend, eine merkliche Abweichung der neuen Resultate von den alten in dem Sinne von kleineren zu grösseren Werthen von  $c$ , d. h. nach dem Neumann-Saint Venant'schen Gesetz hin. Doch ist ihr Betrag nicht so gross, dass man ohne weiteres daraus schliessen möchte, die Krümmung bewirke allein die Abweichung von jenem Gesetz.

Um dies noch auf andere Weise zu untersuchen, liess ich die zuvor blank polirten stossenden Flächen mit feinem Smirgelpapier mattiren. Nun ergaben sich folgende Werthe, die ich, wie die obigen, mit den theoretischen zusammenstelle:

$c = 0$		Endflächen				$c = \infty$	
		matt		blank			
$V_1$	$V_2$	$V_1$	$V_2$	$V_1$	$V_2$	$V_1$	$V_2$
6,7	26,7	6,6	25,2	7,0	24,5	10	20
13,3	53,3	14,1	49,3	15,2	47,6	20	40
26,7	106,7	31,0	96,3	32,2	92,1	40	80
42,1	162,1	47,0	142,0	49,6	137,3	60	120

Der oben entwickelten Vorstellung gemäss zeigt sich eine deutliche Abweichung der mit matten Endflächen erhaltenen Beobachtungen, wie sie einem kleineren Werthe von  $c$  entspricht.<sup>2)</sup>

Endlich habe ich, um den Beweis zu bringen, dass bei kleinen Stossgeschwindigkeiten (sowie die Formeln (10) sagen) die Substanz der stossenden Stäbe ohne Einfluss auf die Erscheinung ist, Hrn. stud. Wiechert und Hecht veran-

1) Aus den Beobachtungen in Tabelle II interpolirt.

2) Eine vorher angestellte Reihe von Messungen, bei denen die erst blanken Stossflächen mit verdünnter Salpetersäure geätzt waren, ergab keinen merklichen Einfluss dieser Veränderung auf die Erscheinung des Stosses.

lasst, einige Beobachtungen über den Stoss eines Stahlstabes gegen einen Glasstab, und umgekehrt, anzustellen.

Als Stahlstab diente Nr. V der früher von mir benutzten. Der Glasstab war 47,5 cm lang, circa 8 mm dick und 55,47 g schwer. Seine Enden waren sorgfältig, und zwar nahezu eben geschliffen, aber matt gelassen. Danach war zu erwarten, dass die Formeln (10) hier noch für grössere Stossgeschwindigkeiten sich nahezu gültig zeigen würden, als bei den an den Enden polirten Stahlstäben. Eine Schwierigkeit bot die Bestimmung der oft erwähnten Correction wegen der Wirkung des Luftdrucks; es blieb nichts übrig, als die auf p. 49 bestimmte Reihe der Berechnung zum Grunde zu legen, da dieselbe sich bei den Beobachtungen des Stosses von V gegen I, wenngleich etwas zu gross, doch nahe gültig erwiesen hatte (vergl. p. 62). Die betreffenden Correctionen dürften indess auch hier, namentlich für den sehr leichten Glasstab, ein wenig zu gross sein; sie würden nämlich be-

	bei $V_1^0 =$	20	40	80	120
für den Stahlstab		0,6	1,2	2,4	3,6
„ „ Glasstab		1,2	2,4	4,8	7,2

Bringt man sie an den, unter sich meist bis auf 0,5 mm stimmenden Beobachtungen an, so erhält man folgendes Tableau:

$V_1^0$	beobachtet		berechnet		$V_2^0$	beobachtet		berechnet	
	$V_1$	$V_2$	$V_1$	$V_2$		$V_2$	$V_1$	$V_2$	$V_1$
20	6,7	26,4	7,0	27,0	20	- 7,2	13,0	- 7,0	13,0
40	13,4	53,8	14,0	54,0	40	-14,4	26,2	-14,0	26,0
80	27,0	107,9	28,0	108,0	80	-28,6	52,4	-28,0	52,0
120	40,4	161,6	42,0	162,0	120	-42,3	78,5	-42,0	78,0

Bei der ersten Reihe stiess der Stahl-, bei der zweiten der Glasstab. Die Uebereinstimmung ist selbst bis zu Amplituden von 120 mm eine sehr erhebliche.

Alle Beobachtungen sind also im Einklang mit den im zweiten Theil abgeleiteten Resultaten der Theorie.

Königsberg i. Pr., Januar 1883.

# **VII. Beobachtungen an abfallenden Quecksilbertropfen; von Paul Volkmann.**

(Mittheilungen aus dem math.-phys. Institut in Königsberg i. Pr. Nr. 6.)

In dem Folgenden rechne ich den aus einem verticalen Rohr nach unten austretenden Tropfen von dem horizontalen Querschnitt der Austrittsstelle und bezeichne ihn als hängenden Tropfen. Den hängenden Tropfen kurz vor dem Moment des Abfallens will ich den grössten Tropfen nennen zum Unterschied von dem abfallenden Tropfen, wie er durch Wägung dem Volumen nach bestimmt wird. Gemessen wurde die Höhe der grössten und der nach dem Abfallen zurückbleibenden Tropfen, die sehr langsam aus einem Glasrohr traten, ferner der Durchmesser des Rohres an der Austrittsstelle, sowie das Gewicht des abfallenden Tropfens.

Hr. Prof. W. Voigt hatte schon früher einige darauf bezügliche Beobachtungen angestellt, bei denen durch eine Schraube Quecksilbertropfen aus einer engen Oeffnung gepresst wurden. Die Versuche scheiterten daran, dass es nicht möglich war, die Schraube in der Mutter hinlänglich gegen Quecksilber zu dichten; fiel der Tropfen ab, so drückte die stärkere Krümmung des zurückbleibenden Tropfens das Quecksilber weiter zurück.

Hr. Prof. Voigt forderte mich auf, die Versuche an einem thermometerartigen Gefäss fortzusetzen, dessen Kugel sehr langsam in einem Wasserreservoir erwärmt wurde. An das Rohr, aus dem die Tropfen austreten sollten, wurde eine Kugel geblasen, das Rohr dann passend gebogen, sodass bei den Versuchen das Ende des Ausflussrohres (2—3 cm) in verticale Lage gebracht werden konnte, andererseits die Kugel hinreichend entfernt war, als dass deren Erwärmung die Erscheinung störte. Die Füllung mit Quecksilber bereitete keine Schwierigkeiten.

Die mathematische Behandlung des Vorgangs betreffend, so sind für Tropfen, die mit einer endlichen Geschwindigkeit austreten, die statischen Betrachtungsweisen der Capillaritätstheorie überhaupt nicht anwendbar — ein Punkt, der wohl nicht immer hinlänglich beachtet ist. Auf Tropfen,

die mit sehr geringer Geschwindigkeit austreten und dann abfallen — unser Fall — sind die Differentialgleichungen der Theorie zwar anwendbar, aber nicht mehr vollständig durchführbar. Auch das Volumen des grössten Tropfens ist ohne Kenntniss des Krümmungsradius der untersten Stelle des Tropfens nicht bestimmbar. Das liegt daran, dass wir den Druck im Innern der Flüssigkeit an der Ausflussstelle nicht kennen. Die unten angeführten Beobachtungen zeigen jedenfalls, dass der Druck daselbst ein anderer, als in einer ebenen Flüssigkeitsoberfläche ist.

Die Differentialgleichung für den verticalen Querschnitt hängender Tropfen ist bekanntlich:

$$\left(\frac{2}{b} - \frac{2z}{a^2}\right) dx = \frac{1}{x} d \frac{xz'}{\sqrt{1+z'^2}} = \left(\frac{1}{q_1} + \frac{1}{q_2}\right) dx,$$

hierin ist  $b$  der Krümmungsradius an der tiefsten Stelle, die Coordinaten  $x, z$  sind von der tiefsten Stelle aus gerechnet.

Im Falle flacher hängender Tropfen — für uns von Wichtigkeit mit Rücksicht auf den zurückbleibenden Tropfen — zeigt die Behandlung, dass, so lange  $b^2 > a^2$ , wir den Tropfen am besten als Kugelabschnitt betrachten. Indem wir  $2z/a^2$  gegen  $2/b$  vernachlässigen, erhalten wir:

$$z = b - \sqrt{b^2 - x^2}, \quad b = \frac{h^2 + r^2}{2h}, \quad v_1 = \frac{1}{6} h \pi (3r^2 + h^2).$$

Für stärker gekrümmte Tropfen gibt die Einsetzung des in erster Näherung gefundenen Werthes für  $z$  in  $2z/a^2$  eine zweite Näherung.

Für hängende Tropfen endlich, deren Längen die halbe Breite übertrifft, können wir von einer gewissen Grenze an  $2z/a^2$  gegen  $2/b$  nicht mehr vernachlässigen. Die Gleichung lässt sich nicht mehr vollständig behandeln; dagegen kann für das Volumen des grössten Tropfens noch immer ein Ausdruck aufgestellt werden.

Die Frage ist die, wann fällt der Tropfen ab? Im Moment des Austretens beträgt der Winkel des Quecksilbers gegen Glas an der scharfen Kante  $180^\circ$ , im weiteren Verlauf wird dieser Winkel bis zu einem bestimmten Grenzwert geringer, von da ab wieder grösser. Der Tropfen fällt nach

meinen Beobachtungen ab, wenn der Winkel  $90^\circ$  zum zweiten mal erreicht wird.<sup>1)</sup>

Würde bei der Abnahme des Winkels der Werth erreicht werden, den man als Randwinkel des Quecksilbers gegen Glas zu bezeichnen pflegt ( $\omega = 30$  bis  $45^\circ$ ), so würde der Tropfen bereits bei diesem Werth abfallen, meine Beobachtungen zeigten, dass dieser Werth nicht erreicht wird; der Winkel, bei dem die Umkehr erfolgt, ist also grösser als der Randwinkel. Der Tropfen hängt an dem kleinst möglichen Querschnitt; würde  $\omega$  den Werth  $\frac{1}{2}\pi$  überschreiten, so würde ein geringerer Querschnitt existiren, als er durch die Ausflussstelle gegeben ist, der Tropfen fällt ab.

Unter Berücksichtigung dieses Werthes  $\omega = \frac{1}{2}\pi$  erhält man für das Volumen des grössten hängenden Tropfens:

$$v = r^2 \pi h - 2\pi \int_0^r x dx = r\pi \left( rh - \frac{a^2 r}{b} + a^2 \right).$$

Ich gehe jetzt zu meinen Beobachtungen über. Ich habe an zwei Röhren Messungen mit abfallenden Tropfen gemacht. Die Durchmesser ( $2r$ ) wurden an 6 um gleiche Bogen voneinander abstehenden Stellen unter dem Mikroskop gemessen. Die Werthe für die Höhen des grössten ( $h_2$ ) und ebenso des zurückbleibenden Tropfens ( $h_1$ ) stimmten fast immer genau überein. Nur einmal riss der abfallende Tropfen Theile aus dem Innern des Rohres mit. Die Höhe des grössten Tropfens markirte sich weniger scharf, indem schon einige Zeit vor dem Abfallen ein Wippen auch ohne Veranlassung äusserer Erschütterungen sich bemerkbar machte. Die Dauer der Bildung eines Tropfens betrug ca. 10–15 Minuten.

Es wurde beobachtet:

I.	$r = 0,210$ mm	II.	$r = 0,537$ mm
	$h_1 = 0,09$ „		$h_1 = 0,32$ „
	$h_2 = 2,28$ „		$h_2 = 2,95$ „
	$4p = 178$ mg		$4p = 377$ mg
(p ist das Gewicht der abfallenden Tropfen.)			

1) cf. Quineke, Pogg. Ann. 135. p. 626. 1868.

Aus diesen Angaben berechnet sich  $b_1$  der Krümmungsradius des zurückbleibenden Tropfens,  $v_1$  das Volumen desselben,  $v$  das Volumen des grössten hängenden Tropfens:

$$b_1 = 0,29 \text{ mm}$$

$$v_1 = 0,007 \text{ cmm}$$

$$v = \begin{cases} 3,28 \\ +0,01 \end{cases}$$

$$3,29 \text{ cmm}$$

$$a^2 \left(1 - \frac{0,210}{b}\right) = 4,51$$

$$b_1 = 0,61 \text{ mm}$$

$$v_1 = 0,163 \text{ cmm}$$

$$v = \begin{cases} 6,95 \\ +0,16 \end{cases}$$

$$7,11 \text{ cmm}$$

$$a^2 \left(1 - \frac{0,537}{b}\right) = 2,62$$

Eine Messung von  $b$  des Krümmungsradius an der tiefsten Stelle dürfte des vor dem Abfallen eintretenden Wippens wegen schwierig sein, andererseits ist zu bemerken, dass sich zum Schluss die Krümmung  $b$  nur noch unbedeutend ändern wird, sodass eine Messung der Krümmung des Tropfens kurz vor Eintreten des Wippens z. B. durch das Ophthalmometer nicht ausgeschlossen wäre.

Wenn auch die angeführten Beobachtungen zu keinem definitiven Werth der Capillaritätsconstante des Quecksilbers führen, so können sie doch zur Prüfung einer Annahme dienen, die sonst wohl hin und wieder — wie mir scheint — ohne jede Berechtigung gemacht ist. Nach dieser Annahme soll der Druck im Innern einer Flüssigkeit an der Ausflussstelle gleich dem einer ebenen Flüssigkeitsoberfläche sein. Dann wäre  $h_2 = a^2/b$ ,  $v = r\pi a^2$ ,  $\alpha = P/2r\pi$ , wo  $P$  (zum Unterschied von  $p$ ) das Gewicht des grössten hängenden Tropfens ist. Es würde sich dann ergeben:

$$\text{I. } \alpha = 33,9 \left(\frac{\text{mg}}{\text{mm}}\right) \\ r = 0,210 \text{ mm}$$

$$\text{II. } \alpha = 28,6 \left(\frac{\text{mg}}{\text{mm}}\right) \\ r = 0,537 \text{ mm}$$

Diese Werthe  $\alpha$  sind kleiner, als sie je gefunden sind für Quecksilber, und damit glaube ich, die Unrichtigkeit der Relation  $h = a^2/b$  und der damit verbundenen Annahme bewiesen zu haben.

Quincke<sup>1)</sup> gibt als die zuverlässigsten Werthe  $\alpha = 55,21 \frac{\text{mg}}{\text{mm}}$

1) Quincke, Pogg. Ann. 105. p. 33. 1858.

bis 58,79  $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$  an. An einer anderen Stelle<sup>2)</sup> bestimmte er unter Benutzung der Relation  $h_2 = a^2/b$  aus fallenden Tropfen:

2 <sup>r</sup>	$\alpha$ (langsam)	$\alpha$ (schnell)
1,029 mm	40,42 mm	42,06 mm
0,308 „	43,62 „	57,06 „

Es zeigt sich in Uebereinstimmung mit meinen Beobachtungen für ein kleineres  $r$  ein grösseres  $\alpha$ . Die Quincke'schen Beobachtungen zeigen sehr deutlich, was auch sonst beobachtet ist, für langsamere Tropfenbildung ein kleineres  $\alpha$ , eine Erscheinung, die wohl zu erklären ist. Ich vermute, dass die von Quincke als langsam bezeichnete Tropfenbildung noch immer bedeutend schneller stattfand, als bei meinen Beobachtungen, in denen sie, wie schon erwähnt, 10—15 Minuten dauerte. Daher möchte ich die von mir an ziemlich gleichen Durchmesser (wie bei Quincke) erhaltenen noch kleineren Werthe von  $\alpha$  erklären. Jedenfalls sind sie viel zu klein, als z. B. durch Nachwirkung entstanden anzunehmen.

Königsberg i. Pr., im Januar 1883.

#### VIII. *Ueber den galvanischen Leitungswiderstand des Psilomelan; von Hugo Meyer.*

Vor längerer Zeit habe ich mich mit den auffallenden Abweichungen vom Ohm'schen Gesetze beschäftigt, welche zuerst von Hrn. F. Braun<sup>2)</sup> an einigen metallisch leitenden Mineralien beobachtet sind. Als bestes Material war Psilomelan empfohlen, und demgemäss erstreckten sich meine Untersuchungen zunächst auf dünne Platten, welche aus einem derben Stücke dieses Minerals herausgeschnitten waren. Die Resultate, zu denen ich gelangte<sup>3)</sup>, lassen sich kurz wie folgt zusammenfassen. In Uebereinstimmung mit den Beobachtungen des Hrn. Braun zeigten die Platten

1) Quincke, Pogg. Ann. 135. p. 638. 1868.

2) F. Braun, Wied. Ann. 4. p. 476. 1878.

3) H. Meyer, Ueber stationäre electr. Störung etc., Göttingen 1880.

deutlich ausgeprägte unipolare Leitung; das Verhältniss des Widerstandes in der Richtung I zu dem in der entgegengesetzten Richtung II ist in nicht genauer anzugebender Weise abhängig von der Intensität des constanten Stromes, bei Aenderungen der letzteren kann sich der Sinn der unipolaren Leitung umkehren. Von der Zeitdauer, während welcher der Strom den Körper durchfliesst, ist der Widerstand der Art abhängig, dass er bei wachsender Zeitdauer abnimmt. Den Satz aber, wonach der Widerstand des Psilomelan für den constanten Strom abnehmen soll, wenn gleichzeitig ein alternirender Inductionsstrom das Mineral durchfliesst, bestätigten meine Versuche nicht, weder wenn das Stromcurvennetz des constanten Stromes mit dem des Inductionsstromes zusammenfiel, noch wenn die Strömungen senkrecht zu einander erfolgten.

Die Messungen wurden nach der Wheatstone'schen Methode ausgeführt, dabei trat in dem Zweige der Brückencombination, welcher den Psilomelan enthielt, durch Einschaltung der Inductorleitung, ohne dass der Inductor in Thätigkeit zu sein brauchte, unter Umständen eine bedeutende Widerstandsänderung durch Stromverzweigung ein, und ich sprach die Vermuthung aus, dass Hr. Braun eine ähnliche Widerstandsänderung vielleicht dem Einflusse der Inductionsströme zugeschrieben habe. Hr. Prof. Braun hatte nun die Güte, mir mitzutheilen, dass diese Annahme ausgeschlossen sei, und auf seine Veranlassung habe ich daher die Untersuchungen noch einmal wieder aufgenommen, indem ich die Versuchsanordnung (Methode des Differentialmultipliers) der seinigen möglichst genau nachbildete. Ich habe aber meine früheren Resultate bei zahlreichen Messungen durchaus bestätigt gefunden. Eine Aenderung für den Widerstand des constanten Stromes war niemals nachweisbar, gewisse scheinbare Aenderungen, die nur dann sich zeigten, wenn die continuirliche und die alternirenden electricischen Entladungen in derselben Richtung erfolgten, fanden eine vollkommen befriedigende Erklärung in der unipolaren Leitungsfähigkeit des Minerals. Den grössten Theil des gesammten Widerstandes macht zweifelsohne ein sehr variabler Uebergangswiderstand aus. Die Abweichungen zwischen den

Beobachtungen des Hrn. Braun und den meinigen konnten hiernach nur in der Verschiedenheit des untersuchten Materials eine Erklärung finden.

Ich untersuchte daher ein zweites Stück Psilomelan, das durch eine schöne traubig nierenförmige Bildung ausgezeichnet war und beim Durchschneiden ein höchst unregelmässig strahliges Gefüge zeigte; einige andere Mineralien waren eingesprengt, der Fundort war derselbe wie der jenes ersten, Ilmenau. Der Widerstand ergab sich ziemlich gross, aber unabhängig von Richtung, Dauer und Intensität des constanten Stromes, auch war ein Einfluss des Inductionstomes nicht zu erkennen. Ebenso normal verhielt sich ein sehr gut leitendes, derbes Exemplar von Giessen mit muschligem Bruch.

Es kann hiernach keinem Zweifel unterliegen, dass die Differenzen, die sich bei den verschiedenen Widerstandsmessungen ergeben haben, in Verschiedenheiten des Materials begründet sind. Wenn zwei Stücke von demselben Fundort sich so verschieden verhalten wie die von mir untersuchten, so wird man annehmen dürfen, dass ein drittes Stück, welches vielleicht noch anderwärts herkommt, sich wieder anders verhält, und ich glaube daher, es können die Resultate des Hrn. Braun und die, zu denen ich gelangt bin, sehr wohl nebeneinander bestehen. Ueber die Natur der Verschiedenartigkeit der mir vorliegenden Psilomelane bin ich nicht im Stande, irgend etwas auszusagen. Bei so bewandten Umständen wird man schwerlich hoffen können, auf diesem Wege zu allgemeineren Resultaten zu gelangen.

Es mag noch erwähnt werden, dass eine Schwefelkiesplatte und ein Bleiglanzkrystall ebenfalls normales Verhalten gegen den galvanischen Strom zeigten, entgegen den Beobachtungen des Hrn. Braun<sup>1)</sup>, aber in Uebereinstimmung mit denen des Hrn. Dufet<sup>2)</sup>. Nach den Erfahrungen am Psilomelan zweifle ich nicht, dass auch diese Verschiedenheit der Resultate in der Natur der Versuchsobjecte begründet ist.

Göttingen, physikal. Inst., 5. Februar 1883.

1) F. Braun, Pogg. Ann. 153. p. 556. 1874.

2) Dufet, Compt. rend. 81. p. 629. 1875.

**IX. Bemerkungen zu dem Aufsätze von W. Siemens:  
*Ueber das Leuchten der Flamme*<sup>1)</sup>;  
 von W. Hittorf.**

Die wichtige Thatsache, welche der Verfasser hier veröffentlicht, dass die gewöhnlichen Gase in der Temperatur der Stahlschmelzhitze noch keine vom Auge erkennbare Lichtentwicklung geben, wenn sie bloß erhitzt und nicht gleichzeitig in der Verbrennung begriffen sind, findet sich bereits ausführlich in meiner dritten Mittheilung über die Electricitätsleitung der Gase<sup>2)</sup> beschrieben und gewürdigt.

Ich erkannte dieses Verhalten zuerst, als ich durch diese Gase bei Dichten, denen Druckverhältnisse grösser als 15 mm Quecksilber entsprechen, mittelst dicker (4 mm) Platinelectroden, welche im Abstände von 20–30 mm von einander sich befanden, den Strom meiner damals aus 1600 Elementen bestehenden Tauchbatterie ohne Einschaltung eines Widerstandes leitete.

„Unmittelbar nach Schluss der Kette,“ heisst es daselbst (p. 589) „traten noch das gelbrothe Licht am positiven Pole, der dunkle Raum und das blaue Glimmlicht am negativen auf. In dem Maasse, als beide Platinmassen sich erhitzen, verschwanden diese Lichter bald vollständig, wenn die Spannkraft mehr als 15 mm betrug.“

„Die Luftschicht, welche die auf die Länge von 10 mm weissglühende Kathode umgibt, erscheint dem Auge ganz dunkel, besitzt also noch kein Emissionsvermögen. Und doch muss ihre Temperatur sehr hoch sein, da sie trotz ihrer geringen Masse das schwerflüssige Metall am unteren Ende zum Schmelzen bringt und dünnere Drähte desselben wie Wachs abtropfen lässt.“

Seitdem habe ich den schönen Versuch bei noch höheren Temperaturen mit demselben Erfolge wiederholt, nachdem ich mir durch Vermittelung der deutschen Gold- und Silber-Scheideanstalt in Frankfurt a. M. aus der berühmten Platinschmelze von Matthew in London zwei pris-

1) W. Siemens, Wied. Ann. 18. p. 311. 1883.

2) Hittorf, Wied. Ann. 7. p. 587–591. 1879.

matische Stäbchen aus reinem geschmolzenem Iridium verschafft hatte. Ihr Querschnitt ist ein gleichseitiges Dreieck von 3 mm Seite, und ihre Länge beträgt 6 cm. Sie wurden in dicke Messingdrähte befestigt, und in einer 6 cm weiten Glasröhre aufgestellt. Indem ich meine seitdem auf 2400 Elemente vergrößerte Tauchbatterie in Reihen von 400, 600 und 800 Elementen theilte und, um den inneren Widerstand zu verringern, je sechs, vier und drei dieser Reihen neben einander benutzte, erhielt ich in den dichteren Gasen stärkere stetige Ströme wie früher. Ich erreichte mit diesen Combinationen der Elemente diejenigen Intensitäten, bei denen die Wärmeentwicklung nicht mehr in den Gasschichten um die Kathode, sondern in denjenigen um die Anode die stärkere ist. Das Ende der weissglühenden Iridiumanode kam nämlich zum Schmelzen, während die weissglühende Kathode ihre scharfen Kanten behielt. Hier waren die Gase (ich benutzte Stickstoff, Wasserstoff, Kohlenoxyd) auf der ganzen Strombahn überall dunkel. Die beiden weissglühenden Iridiumstäbchen bieten in dieser absolut dunklen Umgebung einen eigenthümlich befremdlichen Anblick, da man so gewohnt ist, nur durch leuchtende Flammengase feste oder flüssige Körper auf hoher Temperatur zu sehen, und der benutzte Strom von etwa einem Ampère Stärke die dünnen Kupferdrähte, welche zur Zuleitung dienen, nicht merklich erwärmt. Kohle ist für diesen Versuch ungeeignet, weil sie bläulich gefärbten Dampf gibt, der das Swan'sche Spectrum sehr schön zeigt.

Durch besondere Versuche habe ich mich auch überzeugt, dass alle Gase, welche diese hohen Wärmezustände angenommen haben, gute Leiter der Electricität bei der schwächsten Spannungsdifferenz sind, und dass sie beim Durchgange des Stromes nicht mehr Spectra der ersten Ordnung geben. Es ist hier die Temperatur erreicht, in welcher diese von Plücker und mir früher beschriebenen Spectra unmöglich werden. Bedeutend höher und gegenwärtig nur mittelst der momentanen Entladungsströme des Condensators erreichbar ist diejenige Temperatur, in welcher die nichtmetallischen Gase ihr Linienspectrum (Spectrum zweiter Ordnung) geben.

Ich bin gegenwärtig mit der Zusammenstellung und Redaction meiner sehr ausgedehnten Versuche über die Electricitätsleitung der Gase beschäftigt und hoffe, bald in den Annalen meine vierte und letzte Mittheilung veröffentlichen zu können.

Mittelst der stetigen Ströme der galvanischen Kette konnte ich leicht feststellen, dass die leuchtenden Gase in Geissler'schen Röhren eine niedrige Temperatur besitzen, dass daher dieses Leuchten nicht als ein Glühen, sondern als ein Phosphoresciren betrachtet werden muss.<sup>1)</sup> Die Stetigkeit des Stromes gestattete auch den Nachweis, dass diesen leuchtenden Gasen die Absorptionsfähigkeit für die Strahlen, welche sie aussenden, abgeht, dass sie also anders, als die in den Flammen leuchtend gewordenen Metaldämpfe nach Kirchhoffs glänzender Entdeckung sich verhalten.

Der Phosphorescenzcharakter des meist blauen Lichtes, welches die gewöhnlichen Flammengase aussenden, wurde ausdrücklich von mir hervorgehoben.

„Das Licht unserer gewöhnlichen Flammen,“ heisst es p. 588, „welche keine festen Theilchen enthalten, ist noch nicht durch die Temperatur, sondern durch den chemischen Process bedingt und muss als Phosphorescenzlicht betrachtet werden. Denn haben dieselben Gase die Temperatur der Flammen angenommen, ohne in dem chemischen Processe begriffen zu sein, so strahlen sie noch kein vom Auge wahrnehmbares Licht aus. Davon kann man sich überzeugen, wenn man in den heissesten Theil der Flamme, welche die Bunsen'sche Lampe mit ganz geöffnetem Schieber gibt, einen an beiden Enden offenen, aus möglichst dünnem Platinblech gerollten Cylinder von kleinem Durchmesser horizontal aufhängt und, um die Strahlen des glühenden Metalles vom Auge abzuhalten, durch eine enge Röhre nach der Axe des Cylinders im dunklen Zimmer blickt. Das Gas innerhalb der Röhre erscheint dem Auge dunkel und verschieden von

1) Hittorf, Wied. Ann. 7. § 4. p. 575. 1879. Das Nähere findet sich hier angegeben. Bekanntlich gelangte E. Wiedemann auf einem anderen Wege zu dieser Thatsache (Wied. Ann. 6. p. 298) und besitzt bezüglich der Veröffentlichung die Priorität vor mir.

demjenigen der leuchtenden Flamme. Dasselbe Resultat geben die Gase, welche sich im Inneren einer durch Kohlenfeuer weissglühend gemachten Röhre befinden.

Ein späterer Paragraph wird ausserdem darthun, dass das electrische Verhalten der Flammengase verschieden ist von demjenigen, welches dieselben Gase in derselben Temperatur zeigen, wenn sie nicht im chemischen Prozesse begriffen sind.

Diese Verhältnisse stehen mit dem Satze, dass alle Körper bei derselben Temperatur Licht von derselben Wellenlänge auszustrahlen beginnen, nicht im Widerspruche. Die gewöhnlichen Gase besitzen bei diesen Temperaturen noch kein merkliches Absorptionsvermögen und können daher nach Kirchhoff's Satze auch kein solches Emissionsvermögen haben.“

Bezüglich aller dieser Thatsachen und Schlüsse darf ich daher die Priorität vor Hrn. W. Siemens in Anspruch nehmen.

Vor kurzem habe ich aber gefunden, dass ich nicht der erste gewesen bin, der diese richtige Auffassung über das Licht der Flammengase gehabt hat. Melloni abstrahirte nämlich dieselbe schon aus Draper's Versuchen über die Erzeugung von Licht und Wärme und sprach sie in dem Aufsatz: „Ueber die Strahlungen glühender Körper und über die Elementarfarben des Spectrums“ aus.<sup>1)</sup>

„Einige ausgezeichnete Physiker,“ heisst es p. 65, „unter anderen Hr. Biot, nehmen an, das zuerst von glühenden Körpern entsandte Licht sei von letzterer (nämlich blauer) Farbe, und sie erklären dies nach den Principien einer jetzt fast allgemein verlassenen Theorie. Wir werden gegenwärtig sehen, was wahrscheinlich die Ursache der verschiedenen Farben sei, die aus phosphorescirenden und in chemische Verbindung tretenden Körpern entstehen. Wir wollen blos bemerken, dass die von Hrn. Biot erwähnte Farbe bei Flammen vorkommt; und dass diese Fälle von Verbrennung, als zur Classe der chemischen Verbindung gehörend, sorgfältig unter-

1) Melloni, Pogg. Ann. 75. p. 62. 1848.

schieden werden müssen von dem Glühen im eigentlichen Sinne, welches, wie schon gesagt, unmittelbar und lediglich aus einer Temperaturerhöhung im Körper entspringt und immer mit einem rothen Lichte anfängt.“

Melloni gab keinen experimentellen Beweis für seine Behauptung, und dies wird wohl der Grund sein, dass sie so vollständig in den heutigen Lehrbüchern der Physik und der Chemie unbeachtet geblieben ist.

Aber auch bezüglich des experimentellen Beweises habe ich einen Vorgänger. In dem physikalischen Theile der vierten Auflage des Handbuches der Chemie von L. Gmelin, dieser Fundgrube für alte vergessene Thatsachen, findet sich p. 163 unter der Ueberschrift: „Lichterzeugung durch Wärme“ folgender Satz:

„Alle Körper werden bei derselben Temperatur glühend, nur Luft scheint nach Wedgwood's Versuchen einer höheren Temperatur zum Leuchten zu bedürfen.“

Da ein Citat zu dieser Angabe fehlt, musste ich die alte Literatur durchsehen und fand in Gren's Journal der Physik B. 8. p. 97 einen Auszug aus der Arbeit von Th. Wedgwood, welche in den Phil. Transactions 1792 enthalten ist. Den Originalaufsatz konnte ich nicht einsehen, da die alten Bände der Transactions unserer Bibliothek fehlen.

Wedgwood zeigte in folgender einfachen und hübschen Weise, dass die Luft in der Temperatur der Glühhitze noch nicht leuchtet. Er machte eine Röhre von Thon in Form eines Zickzack im Kohlenfeuer glühend und blies Luft durch die eine Oeffnung hinein. Die aus der anderen Oeffnung austretende Luft war dunkel; dass sie die Temperatur der Glühhitze besass, bewies er durch ein Goldblättchen, welches er vor die Ausströmungsstelle hing, und welches hier sogleich glühend wurde.

Münster i. W., 5. Februar 1883.

**X. Ueber eine die electriche Entladung begleitende  
Erscheinung; von Heinrich Hertz.**

(Hierzu Taf. II Fig. 5—7.)

Im Folgenden wird eine Erscheinung beschrieben, welche die electriche Entladung, insbesondere den Flaschenfunken, in Luft und anderen Gasen bei nicht zu geringer Dichte häufig begleitet. Unter den meisten Verhältnissen ist dieselbe allerdings so unscheinbar, dass sie nicht der Erwähnung werth gehalten worden zu sein scheint, dieselbe trat mir aber, als ich sie zuerst bemerkte, in so auffälliger Form entgegen, dass ich veranlasst wurde, einige Versuche über ihre Natur anzustellen. Vorweg sei bemerkt, dass zu den Versuchen ein grösseres Inductorium benutzt wurde, welches in freier Luft Funken von 4—5 cm gab, dass die mehrfach erwähnte Leydener Flasche eine solche von etwa zwei Quadratfuss Belegung war, und dass die Einschaltung derselben in den Stromkreis einfach in der Weise bewirkt wurde, dass die eine Belegung mit dem einen, die andere mit dem anderen Pol des Inductoriums verbunden wurde, ohne dass sonst etwas am Stromkreis geändert worden wäre.

1. In Fig. 5 ist eine Entladungsvorrichtung dargestellt, welche aus einem nicht zu eng ausgezogenen Glasrohr, einer innerhalb desselben befindlichen und einer ausserhalb desselben in der Nähe der Mündung angebrachten Electrode besteht. Bringt man diese Vorrichtung unter die Glocke der Luftpumpe, füllt die Glocke mit gut getrockneter Luft, entleert bis auf 30—50 mm Druck und leitet die Entladungen des Inductoriums ein, so beobachtet man die folgende Erscheinung: An der Kathode sitzt das blaue Glimmlicht, es folgt gegen die Anode hin der einen oder einige Millimeter breite dunkle Raum, von dessen Grenze bis zur Anode ein rother Streifen von 1—2 mm Durchmesser den Weg des Stromes bezeichnet. Dieser Streifen füllt bei jeder der beiden Stromrichtungen den grössten Theil der Länge des Glasrohres und biegt an dessen Mündung scharf gegen den ausserhalb befindlichen Pol um. Ausserdem aber bemerkt man einen

aus der Mündung des Rohres geradlinig hervorspringenden, scharf begrenzten Strahl von braungelber Farbe, von etwa 4 cm Länge und von der in der Zeichnung, Fig. 1, angedeuteten Gestalt. Der grösste Theil des Strahles scheint unbeweglich zu stehen, nur an der Spitze läuft er in einzelne flatternde Zungen aus. Der Strahl ändert seine Gestalt nicht merklich bei Umschaltung des Stromes. Wird aber eine Flasche eingeschaltet, so tritt eine wesentliche Aenderung ein, der Strahl erscheint heller und geht nur auf eine Strecke von 1—2 cm geradlinig fort, um sich dann in ein Büschel heftig bewegter, nach allen Seiten auseinander gehender Zweige aufzulösen, in der Art, wie dies Fig. 6 andeutet.

2. Vergrössern oder verkleinern wir den Druck der Luft, so wird, falls wir zunächst von der Benutzung der Flasche absehen, nach beiden Richtungen hin der Strahl unscheinbarer, aber in verschiedener Weise. Vergrössern wir den Druck, so füllt die Funkenbahn den Querschnitt der Mündung nicht mehr aus, auch der austretende Strahl füllt dann den Querschnitt nicht mehr, sondern tritt nur auf der Seite der Mündung aus, an welcher der Funke sich zeigt; er wird dabei schmaler, kürzer und nimmt eine dunklere, rothbraune Färbung an. Verkleinern wir den Druck, so wird der Strahl gleichfalls kürzer, aber er verbreitert sich gleichzeitig, nimmt eine hellere gelbe Färbung und eine geringere Lichtstärke an. Wenn sich die ersten Schichten in dem Rohre bilden, ist er nur noch eben wahrzunehmen, er erfüllt dann einen kleinen, halbkugelförmigen Raum vor der Mündung des Rohres. Bei Anwendung der Flasche zeigt sich ein analoger Verlauf, das Maximum der Entwicklung aber liegt bei kleineren Drucken, und es wird vortheilhaft, die Mündung des Rohres weiter zu wählen. Die auffälligsten Formen in Luft habe ich beobachtet bei folgender Versuchsanordnung: die Glasröhre war 5 mm weit, 3 cm lang, ohne alle Verengung an der Mündung, die Luft war auf 10—20 mm Druck gebracht und wurde durch ein unter die Glocke der Luftpumpe gestelltes Schälchen mit Schwefel- oder Phosphorsäure gut trocken gehalten, eine grosse Flasche war eingeschaltet und

der Glanz der Entladungen selbst dadurch abgeblendet, dass als äussere Electrode ein über das Glasrohr gestülptes und dasselbe etwas überragendes Metallrohr benutzt wurde. Der Strahl zeigte sich unter diesen Bedingungen als ein baumartiges Gebilde, welches bis zu 12 cm Höhe annahm, der dem Stamm entsprechende Theil schoss geradlinig auf eine Länge von 3—5 cm aus dem Rohre auf, während die Krone aus Flammen gebildet wurde, die lebhaft nach allen Seiten auseinander flatterten. Die Helligkeit lässt sich etwa nach der Angabe bemessen, dass die Erscheinung auch im hellen Zimmer noch wahrnehmbar war, dass aber zur Beobachtung der Einzelheiten das Zimmer verdunkelt werden musste.

3. Kann der Strahl wegen zu grosser Nähe der gegenüberliegenden Wand nicht zu voller Entwicklung kommen, so breitet er sich an der Wand aus. Trifft er dieselbe senkrecht, so bildet er eine kreisförmige Wulst um den Treffpunkt; trifft er unter einiger Neigung auf, so gleitet er an der Wand fort nach der Seite, nach welcher ein die Wand treffender Körper reflectirt werden würde. Die hier auftretenden Erscheinungen lassen sich am einfachsten beschreiben, indem man sagt, die Strahlen verhalten sich sehr ähnlich, wie es Flüssigkeitsstrahlen, die aus den Mündungen der Rohre austräten, thun würden.

4. Der Magnet zeigt keine Wirkung auf den Strahl. Ebensowenig thun dies genäherte Leiter, auch dann nicht, wenn dieselben geladen sind, z. B. wenn dieselben mit einem der beiden Pole verbunden werden.

5. Der Strahl erzeugt eine beträchtliche Erwärmung in den Körpern, auf welche er auftrifft. Ein Thermometer in den Strahl gebracht, steigt nach den Umständen um zehn und mehr Grad, trifft der Strahl die Glaswand, so erhitzt er dieselbe fühlbar, kleine Gegenstände, mit Klebwachs an Drähte befestigt, werden im Strahl abgeschmolzen. Erzeugt man den Strahl in freier Luft (siehe unter 10), so kann die erzeugte Hitze direct durch das Gefühl wahrgenommen werden. Hingegen gelang es nicht, einen noch so dünnen, in den Strom gehängten Platindraht zum Glühen zu bringen.

6. Der Strahl übt eine beträchtliche mechanische Wirkung aus. Ein in denselben gehängter Draht geräth in heftige Oscillationen, ebenso ein elastisches Glimmerblatt, durch welches man den Strahl ablenkt. Legt man ein Glimmerblättchen über die Mündung des Rohres, so wird es durch die erste Entladung weit fortgeschleudert. Radiometerartige Flugrädchen verschiedener Art können durch den Strahl in continuirliche Rotation versetzt werden. Indessen ist die Stosswirkung nicht einseitig von der Mündung fortgerichtet. Befestigt man vor derselben ein Glimmerblättchen so, dass es nur in der Richtung gegen die Mündung hin beweglich ist, so geräth es gleichwohl in Schwingungen, beweisend, dass nach jedem von der Mündung abgerichteten Stoss ein wenn auch weniger energischer Rückstoss erfolgt.

7. Der Strahl ist keine momentan aufblitzende Erscheinung, sondern entwickelt sich in bequemer messbarer Zeit. Seinen zeitlichen Verlauf habe ich untersucht einmal mit dem Drehspeigel, sodann mit einem eigens hierfür construirten Apparate, welcher übrigens schon von anderen angegeben ist, und der folgende Einrichtung hat: Auf die Axe eines Becquerel'schen Phosphoroskops ist eine Scheibe mit schmalem, radialem Schlitz aufgesetzt, bei jeder Umdrehung der Scheibe bewirkt der Apparat bei einer bestimmten Stellung derselben die Oeffnung des primären Stromes. Rotirt nun die Scheibe schnell, so erscheint sie durchsichtig, blickt man aber an verschiedenen Stellen hindurch, so sieht man die Dinge so, wie sie zu bestimmten verschiedenen Zeiten nach Oeffnung des Stromes erscheinen. Dieser Apparat leistet meist viel bessere Dienste als der Drehspeigel, in dem vorliegenden Falle aber genügt der letztere. Beide Versuchsmethoden ergeben das Folgende: Die Erscheinung verläuft nicht momentan, sondern hat eine Dauer von etwa  $\frac{1}{20}$  Sekunde. Nicht alle Theile des Strahles erscheinen gleichzeitig; die unteren leuchten schon, ehe die oberen beginnen; die oberen sind sichtbar, nachdem die unteren schon erloschen sind. Die Erscheinung ist daher nur für das unbewaffnete Auge ein Strahl, in Wirklichkeit besteht dieselbe in einer leuchtenden Wolke, die aus dem Rohr mit endlicher Geschwindigkeit

aufsteigt. Diese Geschwindigkeit ist, wenn keine Flasche benutzt wird, im Mittel für den ganzen Weg von der Ordnung von 2 m in der Sekunde, aber sie scheint bei Beginn des Vorganges weit grösser zu sein, und ebenso scheint sie weit grösser zu sein für Flaschenfunken, es war für solche häufig wohl das Nachleuchten des Gases, aber nicht die Entwicklung des Strahles zu beobachten.

8. Den beschriebenen analoge Erscheinungen treten auf in anderen Gasen, doch zeigen die Strahlen nach Farbe, Gestalt, Abhängigkeit von der Dichte etc., charakteristische Unterschiede. In Sauerstoff ist der Strahl sehr schön, sehr ähnlich demjenigen in Luft, jedoch die Färbung ein reineres Gelb. Die Erscheinung in Stickoxydul ist derjenigen in Sauerstoff fast gleich. In Stickstoff gelang es nur, sehr schwach sichtbare Strahlen herzustellen, die Färbung war am ehesten ein dunkles Roth. In Wasserstoff haben die Strahlen die beste Entwicklung bei circa 100 mm Druck, bei Anwendung kräftiger rother Flaschenfunken, die Färbung ist ein schönes Blau-Indigo, die Lichtstärke nicht gross. Dagegen sind die räumlichen Dimensionen weit beträchtlicher, als in Luft, sodass selbst in einer Glasglocke von 20 cm Höhe der Strahl sich nicht frei entwickeln kann, sondern sich an der oberen Wölbung ausbreitet. In Dampf von Terpentinöl und Aether, sowie in Leuchtgas sind die Strahlen grünlich weiss, kurz, scharf gezeichnet. Das Spectrum des Lichtes ist in Luft und Sauerstoff ein continuirliches, besonders in Roth, Gelb und Grün hervortretendes; in den kohlehaltigen Dämpfen ein Bandenspectrum, welches sicher als ein Kohlenspectrum erkannt werden konnte; in Wasserstoff war es wegen der Lichtschwäche äusserst schwer wahrzunehmen, doch sah ich zu verschiedenen Malen mit Sicherheit einige Banden, deren bemerkenswertheste mindestens sehr nahezu an der Stelle der grünblauen Wasserstofflinie lag, die übrigen lagen von hier aus in der Richtung des Violetten. In Stickstoff konnte ein Spectrum nicht erhalten werden.

9. In den genannten Gasen kann man das Vorhandensein eines Strahles immer durch die mechanische Wirkung desselben nachweisen, indessen ist der Strahl keineswegs

unter allen Umständen deutlich sichtbar, und seine Sichtbarkeit scheint theilweise an sehr sonderbare Bedingungen geknüpft. Ungetrocknete Zimmerluft gibt ein ausserordentlich viel schwächeres Bild, als solche, welche gut getrocknet wurde. Stellt man unter die Glocke der Luftpumpe eine Schale mit Schwefelsäure oder Phosphorsäure oder Chlorcalcium, so sieht man die Erscheinung an Deutlichkeit gewinnen, in dem Maasse als die Luft trockener wird. Räthselhafter noch erscheint das Verhalten des Wasserstoffes. Füllte ich die Glocke mit demselben, so riefen die Entladungen des Ruhmkorffs nicht ohne weiteres das Leuchten hervor, sondern Flaschenfunken waren hierzu erforderlich, war der Strahl indess einmal sichtbar geworden, so konnte er ohne die Einschaltung der Flasche unterhalten werden. Er dauerte aber nur einige Minuten an, dann erlosch er, ohne dass ich ihn wieder hervorrufen konnte. Ich habe die Bedingung des Leuchtens nicht ausfindig zu machen vermocht. Die grössere oder geringere Feuchtigkeit schien von keinem Einfluss, ebenso wenig die Anwesenheit einer kleinen Menge Sauerstoff. Blieb der Wasserstoff stundenlang unter der Glocke, ohne benutzt zu werden, so verlor er sein Leuchtvermögen nicht, war dasselbe durch die Entladungen aber einmal zerstört, so stellte auch stundenlange Ruhe dasselbe nicht wieder her. Ich würde das Leuchten auf Verunreinigungen schieben<sup>1)</sup>, wenn ich nicht glaubte, das Spectrum des ausgesandten Lichtes als ein Wasserstoffspectrum erkannt zu haben. Uebrigens erfolgen die Schwingungen eines dem Strahl entgegengestellten Glimmerblättchens ebenso lebhaft in feuchter wie in trockener Luft, in frisch bereitetem Wasserstoff, wie in solchem, welcher zu leuchten aufgehört hat, sodass das Sichtbarwerden der Strahlen nur als eine nebensächliche Eigenschaft derselben erscheint.

10. Man kann die Strahlen auch in Gasen von Atmosphärendruck hervorrufen, man thut zu dem Ende gut, eine der bisher benutzten ähnliche, aber kleinere Entladungsvor-

1) Der Wasserstoff war bereitet aus reinem Zink und verdünnter Schwefelsäure.

richtung anzuwenden. Die Erscheinung ist allerdings nur einige Millimeter lang und sehr unscheinbar, aber man kann an derselben mit Bequemlichkeit einige weitere Beobachtungen anstellen. Man kann die Hitze und den Stoss des Strahles dem Gefühl direct wahrnehmbar machen. Der Strahl treibt Rauch und kleine Flammen auch in einer Entfernung von 2—3 cm von der Mündung des Glasrohres auseinander. Durch einen starken Luftstrom wird der Strahl umgeknickt und bei Seite getrieben. Bläst man durch die Mündung, an welcher sich der Strahl bildet, so verlängert sich derselbe, saugt man Luft ein durch die Mündung, so verkürzt er sich. Leitet man durch die Mündung ein anderes Gas und stülpt gleichzeitig ein Reagensgläschen über dieselbe, so erhält man die Erscheinung in dem betreffenden Gase; beispielsweise erhält man so in Wasserstoff einen nur wenige Millimeter langen, aber deutlich sichtbaren blauen Strahl. Leitet man durch die Mündung Leuchtgas und entzündet dasselbe, so oscillirt die Flamme heftig beim Durchgang der Funken, der unter 7 beschriebene Apparat zeigt, dass durch jeden Funken eine kleine Gaswolke ausgestossen wird, die oberhalb der Mündung getrennt von der übrigen Gassmasse verbrennt.

11. Nach allem Gesagten kann es kaum zweifelhaft erscheinen, dass der Strahl gebildet wird durch eine aus dem Rohr austretende leuchtende Gassmasse, und es liegt die Annahme nahe, dass die austreibende Ursache in der Expansivkraft zu suchen sei, welche die gesteigerte Temperatur dem Gasinhalt ertheilt. Bringt man indess die Electrode, welche bisher ausserhalb des Rohres lag, im Innern desselben nahe der Mündung an, oder lässt man die Funken in einem beiderseits geschlossenen Glasrohr überschlagen, welches in irgend einem seitlichen Punkte eine Oeffnung besitzt, so treten zwar auch in diesen Fällen aus den Mündungen Strahlen aus, aber dieselben sind viel schwächer, als diejenigen, welche an den gleichen Oeffnungen entstehen würden, falls auch die Funken die Oeffnungen passirten. Wäre erhöhte Temperatur die Ursache des Austretens, so könnte ein solcher Unterschied nicht bestehen. Deutlicher, als diese immerhin zweideutigen Versuche sprechen gegen die obige Annahme die

Formen, in welche der Strahl übergeht, wenn die Entladungsvorrichtung gänzlich geändert wird.

12. Verkürzt man nämlich das Rohr mehr und mehr und ändert die Entfernung und Gestalt der Electroden, so kann man die bisher benutzte Entladungsvorrichtung continuirlich in jede andere überführen, dabei verändert der Strahl seine Gestalt, aber er verschwindet nicht, sondern geht continuirlich in andere Formen über. Es zeigt sich, dass die bisher benutzte Entladungsvorrichtung vor allen übrigen nur deshalb den Vorzug verdient, weil sie die hier betrachtete Erscheinung von der übrigen Lichtmasse der Entladung isolirt. Die auftretenden Gebilde sind sehr mannigfaltig und oft sehr zierlich, mein Beobachtungsmaterial reicht nicht aus, dieselben in Ordnung darzustellen. Im allgemeinen zeigt sich die Form derselben abhängig von der Richtung des Stromes, und es lässt sich deutlich erkennen, dass die bewegten Gasmassen Geschwindigkeitscomponenten in der Richtung der Strombahn besitzen, deren Ursache nicht einfach in der erhöhten Temperatur der Funkenbahn gesucht werden kann. Zur Bestätigung genügt das einzige Beispiel, welches ich anführen will. Lässt man den Funken der Flasche zwischen kugelförmigen Electroden von nicht zu grossem Abstand überschlagen, so erscheint das dem Strahl analoge Gebilde als ein die Mitte der Funkenbahn umgebender Wulst. (Fig. 7, *a*,  $\alpha$ .) Die Farbe desselben ist entsprechend der Farbe des Strahles gelb bei geringen Dichten, rothbraun bei atmosphärischem Druck. In dieser letzteren Färbung kann der Wulst mit einiger Aufmerksamkeit an jedem Funken gesehen werden, der zwischen den Electroden einer Holtz'schen Maschine überspringt, wenn die (nicht allzu kleinen) Flaschen derselben benutzt werden. Interessant ist der Aufschluss, welchen das unter 7 erwähnte Instrument über die Bildung dieses Wulstes gibt. Zunächst erscheint der helle geradlinige Funke, während dessen Dauer das gelbe Licht entweder noch nicht vorhanden ist oder wegen der Blendung des Auges nicht gesehen werden kann, ihm folgt die Aureole (Fig. 7, *b*,  $\beta$ ), vom positiven Pol als rother Streif ausgehend und mit dem gelben Lichte  $\alpha$  umgeben, letzteres staut sich

etwas jenseits der Mitte des Weges zur Kathode und bildet einen Wirbel (Fig. 7, c); diesen Wirbel sieht man noch einige Zeit in der Luft zwischen den Electroden stehen (Fig. 3, d), nachdem die übrige Erscheinung erloschen ist, das Ganze hat übrigens nur eine Dauer von etwa  $\frac{1}{40}$  Sekunde.

Die hier beschriebenen Erscheinungen habe ich in der Literatur nicht erwähnt gefunden, Hr. Dr. Goldstein hatte bei seinen zahlreichen Versuchen über die Entladung in verdünnten Gasen analoge Erscheinungen schon häufig beobachtet, auch machte er mich erst aufmerksam auf den vortheilhaften Einfluss, den ein sorgfältiges Trocknen der Luft auf die Helligkeit des gelben Lichtes ausübt.

## XI. *Electrische Untersuchungen;* *von Carl Fromme.*

### 2. Abhandlung.

#### Ueber das Verhalten von Platin, Palladium, Gold, Gaskohle, und Aluminium in Salpetersäure.

In der Einleitung zu der ersten Abhandlung habe ich die Bemerkung gemacht, dass eine frühere Beobachtung, nach welcher das Grove'sche Element unter Umständen einen sehr viel stärkeren Strom liefert, je länger man es geschlossen hält, für mich mit die Veranlassung war, das Verhalten des Platins in Chromsäure einer eingehenden Untersuchung zu unterwerfen.

Die grosse Reihe interessanter Gesetzmässigkeiten, welche hierbei gefunden wurden, legte es nahe, in derselben Weise, wie die Chromsäure, auch die Salpetersäure zu untersuchen.

Die Beobachtungen geschehen ganz in der früher beschriebenen Weise, auch alle allgemeinen, am Schlusse des § 1 der ersten Abhandlung gemachten Bemerkungen gelten für das Folgende. In dem Element Zink-Schwefelsäure-Chromsäure-Platin (Palladium etc.) tritt nur Salpetersäure

an die Stelle der Chromsäure. Die Salpetersäure wurde etwa 30-procentig gewählt. Zwar zeigen sich die im Folgenden zu beschreibenden Erscheinungen bei Säure jeder beliebigen Concentration, aber doch desto weniger ausgeprägt, je höher dieselbe ist. Sie sind aber abhängig von der Stromdichtigkeit am Platin (Palladium etc.), indem sie sowohl bei sehr kleiner als bei sehr grosser Stromdichte zurücktreten, bei ersterer desto mehr, je concentrirter, bei letzterer desto mehr, je verdünnter die Säure ist. Aus diesem Grunde nahm ich die Salpetersäure von mittlerer Concentration.

Die untersuchten Metalle kamen fast durchweg in Drahtform zur Verwendung.

Als Vergleichselement diente, wie früher, ein Grove'sches Element (*S.*), welches in concentrirter Salpetersäure ein Platinblech von grosser Oberfläche enthielt. Ein solches Element zeigte dann nach dem oben Ausgeführten die mitzutheilenden Erscheinungen nicht: Es lieferte ganz constante Ablenkungen.

Das mit verdünnter Salpetersäure gefüllte Element ist im Folgenden abgekürzt bezeichnet durch *s*, die electromotorische Kraft durch *E. K.*; der Rheostatenwiderstand durch *W*, die grössere (mit feinem Draht gewickelte) und kleinere (mit dickem Draht gewickelte) Spirale des Wiedemann'schen Galvanometers durch *Gr. Sp.* und *Kl. Sp.*

### I. Platin in Salpetersäure.

1. Aenderung der electromotorischen Kraft mit der Dauer der Stromschliessung und mit der Stromdichte.

Die Tab. 1 und 2 zeigen, wie sich die *E. K.* vom Augenblick des Stromschlusses an ändert.

Tab. 1. Platinspirale.

<i>W</i> = 14800. <i>Gr. Sp.</i>		<i>W</i> = 400. <i>Kl. Sp.</i>			
<i>S.</i> Erster Ausschlag	505,7	<i>S.</i>	509,8	60 <sup>sec</sup>	343,8
10 <sup>sec</sup>	387,5	10 <sup>sec</sup>	387,1	120	345,4
<i>s.</i> Erster Ausschlag	461,2	<i>s.</i>	426,3	180	346,1
10 <sup>sec</sup>	351,7	10 <sup>sec</sup>	332,8	300	346,8
20	351,4	20	340,3		
40	351,3	30	341,8		
70	351,3	40	342,7		



	Spirale	Grosse						Kleine			
s.	Minimum <i>d</i>	Das Minimum trat zwischen 0 und 10 <sup>sec</sup> ein, war also nicht zu beobachten									
	Zeit des Minimums sec										
	Maximum <i>e</i>	351	349	349	349	348	346	348	348	340	342
	<i>b/e</i>	1,10	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11	1,12	1,12
	<i>f</i>	460	456	455	455	454	451	454	454	443	444
	<i>f/e</i>	1,31	1,31	1,30	1,30	1,31	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30

Tab. 4. Kurzer Platindraht.

Spirale		Grosse							Kleine	
$W$		25000	20500	15500	10000	4000	2000	1000	700	300
Erster Aus- schlag $a$	}	489	465	459	459	448	451	458	475	463
		381	361	358	357	348	350	355	367	359
Erster Aus- schlag $c$	}	385	358	345	328	273	257	260	212	196
		260	243	194	187	163	157	154	149	138
Minimum $d$		10	10	20	20	20—30	30	40	40—50	70
Zeit des Mini- mums sec		10—20	10—20	50—60	50—60	50—60	70—80	100—110	120—130	160—170
Zeit d. grössten Zunahme		328	312	311	312	304	305	310	325	311
Maximum $e$		1,16	1,16	1,15	1,15	1,14	1,15	1,14	1,13	1,16
$b/e$		418	399	398	398	388	391	396	417	394
$f$		1,27	1,28	1,28	1,28	1,28	1,28	1,28	1,28	1,27
$f/e$										

Aus den Tab. 1 bis 4 ergibt sich folgendes Gesetz:

Sobald ein Grove'sches Element geschlossen wird, nimmt seine E. K. ab und nach Erreichung eines kleinsten Werthes wieder zu. Sie bleibt von Anfang an constant, wenn entweder die Salpetersäure sehr concentrirt (Element *S*) oder die Stromdichte am Platin sehr klein ist (Tab. 1, *W* = 14800). Das Minimum wird immer sehr schnell erreicht, bei kleinen und mittleren Stromdichten innerhalb der ersten 10 Sec. nach Stromschluss, bei grösseren in zunehmend

längerer Zeit. Es liegt ferner desto tiefer, je grösser die Stromdichte ist. Das Anwachsen der E. K. nach überschrittenem Minimum ist zuerst beschleunigt, dann verzögert. Der Zeitpunkt grösster Geschwindigkeit fällt desto später, je grösser die Stromdichte ist, die E. K. ändert sich dann in rapider Weise; sie wurde z. B. bei  $W = 300$  in Tab. 2 auf  $t = 170$  Sec. um etwa 25 % grösser beobachtet, als auf  $t = 160$  Sec.

Ein grösster Werth wird völlig erst nach sehr langer Zeit erreicht. Bildet man das Verhältniss desselben ( $e$ ) zu der constanten Ablenkung ( $b$ ) durch das Element  $S$ , so findet man  $b/e$  nur zwischen den Grenzen 1,10 und 1,12 veränderlich in Tab. 3 und zwischen 1,13 und 1,16 in Tab. 4. Hieraus folgt unter der Voraussetzung einer von der Stromdichte unabhängigen E. K. des Elements  $S$  — was innerhalb der hier eingehaltenen Grenzen sehr nahe richtig ist —, dass die E. K. eines mit verdünnter Salpetersäure gefüllten Elementes, obwohl sie zeitweilig bis auf weniger als die Hälfte des Werthes sinken kann, den sie bei ungeschlossenem Element besitzt, dennoch nach längerer Zeit immer wieder nahe diesen grössten Werth erreicht. Mit anderen Worten: Es ist die Tiefe des Minimums von fast verschwindendem Einfluss auf die Höhe des Maximums. Der erste Ausschlag des Galvanometers gibt durchaus kein Maass für die Höhe dieses Maximums, d. h. für die E. K. des ungeschlossenen Elements. Denn das Verhältniss  $c/e$  des ersten Ausschlags zum Maximum ist nur bei den drei kleinsten Stromdichten der Tab. 3 dem durchaus constanten, von der Stromdichte unabhängigen Verhältniss  $a/b$  des Elementes  $S$  gleich, während es bei grösseren Stromdichten stark abnimmt. Dagegen ist der erste Ausschlag ( $f$ ) des Galvanometers, welchen man nach erreichtem Maximum und kurzer Oeffnung des Elements erhält, von der Stromdichte unabhängig, denn sein Verhältniss ( $f/e$ ) zu dem Maximalwerth  $e$  ist vollkommen constant und nur sehr wenig kleiner als das entsprechende Verhältniss  $a/b$  bei dem Element  $S$ . Den Grund für die etwas kleineren Werthe s. in § 3a, a. E.

Bei den in die obigen Tabellen aufgenommenen Versuchen war der metallische Schliessungswiderstand stets so gross im Vergleich zu dem Widerstande des Elements, dass die Ablenkung des Galvanometers ein directes Maass der E. K. gab.

Sinkt der Rheostatenwiderstand unter die oben eingehaltene Grenze, so ist die Gleichsetzung von Ablenkung und E. K. zwar nicht mehr erlaubt, aber der Verlauf der Ablenkungen zeigte doch wenigstens, dass eine Zunahme der E. K. nach erreichtem Minimum nicht eintritt.

Die Ablenkung des Galvanometers nahm nämlich bei sehr grosser Stromdichte sehr schnell bis zu einem kleinsten Werth ab und blieb auf demselben stehen. Diejenige Stromdichte, bei welcher die Periode der Zunahme zuerst verschwindet, bestimmt sich durch die Concentration der Salpetersäure: Sie wächst mit wachsender Concentration.

## 2. Einfluss einer Erschütterung des Platins auf die electro-motorische Kraft.

Die folgende Tabelle ist eine Fortsetzung der vorhergehenden. Des besseren Vergleichs wegen sind die Werthe von  $c$ ,  $d$ ,  $e$  und  $f$  aus Tab. 4 nochmals in Tab. 5 aufgenommen.  $c'$  gibt den ersten Ausschlag und  $d'$  das Minimum der Ablenkung des Galvanometers an, wenn nach erreichtem Maximum  $e$  das Element 10 Sec. lang geöffnet, und während dieser Zeit der Platindraht in der Säure leise geklopft worden war;  $c_1$  und  $e_1$  aber bedeuten ersten Ausschlag und constante Ablenkung für den Fall, dass die Erschütterungen des Platins auch während des neuen Stromschlusses noch fortgesetzt wurden, und  $\epsilon$  die mit dem Aufhören dieser Erschütterungen alsbald eintretende Ablenkung, welche gewöhnlich nur kurze Zeit bestehen blieb und dann zunahm.

Aus Tab. 5 lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

Wenn man, nachdem die E. K. ihren Maximalwerth  $e$  angenommen hat, den Strom unterbricht, das Platin erschüttert und nach 10 Sec. wieder schliesst, so nimmt, da der erste Ausschlag  $c' < c$ , die E. K. etwas schneller, als vorher bei frisch geglühtem Platin, bis zu einem kleinsten Werthe

Tab. 5. Platindraht.

Spirale	Grosse							Kleine	
$W$	25000	20500	15500	10000	4000	2000	1000	700	300
Erster Aus- schlag $c$	385	358	345	328	273	257	260	212	196
Minimum $d$	260	243	194	187	163	157	154	149	138
Maximum $e$	328	312	311	312	304	305	310	325	311
Erster Aus- schlag $f$	418	399	398	398	388	391	396	417	394
Erster Aus- schlag $c'$	358	338	334	315	260	242	238	202	184
Minimum $d'$	—	—	237	186	155	145	141	136	—
Erster Aus- schlag $c_1$	359	340	340	334	282	265	256	219	—
Ablenkung $e_1$	262	253	254	243	201	146	139	137	—
Ablenkung $\varepsilon$	253	240	232	203	162	130	132	134	—
$e - e_1$	66	59	57	69	103	159	171	188	—
$e_1 - \varepsilon$	9	13	22	40	39	16	7	3	—

$d'$  ab, welcher meist kleiner als  $d$ , bei geringeren Stromdichten aber vielleicht grösser als  $d$  ist. Sie verweilt länger auf dem Minimum  $d'$  als früher auf  $d$  und steigt dann an, wenn die Stromdichte nicht zu gross ist, um nach einiger Zeit wieder den Maximalwerth zu erreichen. Bei grösseren Stromdichten aber bleibt die E. K. auf dem Minimum stehen, während sie beim ersten Stromschluss (bei geglühtem Platin) wieder zugenommen hatte. Wird nach Wiederschliessung des Stromes die Erschütterung des Platins noch fortgesetzt, so erreicht die E. K. sehr bald einen constanten Werth  $e_1$ , welcher immer kleiner als der bei unbewegtem Platin erhaltene constante Endwerth  $e$  ist, desto mehr, je grösser die Stromdichte. Hört man endlich auf zu erschüttern, so nimmt die E. K. noch weiter bis  $\varepsilon$  ab, um darauf, desto schneller, je kleiner die Stromdichte ist, wieder zuzunehmen, und dem Werthe  $e$  sich anzunähern. Die Differenz  $e_1 - \varepsilon$  nimmt mit wachsender Stromdichte zuerst zu und dann ab.

Man wird endlich noch die Frage aufwerfen müssen, welchen Einfluss eine bei geschlossenem Element ausgeführte momentane Erschütterung des Platins auf die E. K. ausübt?

Diese Frage lässt sich nur beantworten, wenn die E. K. keiner raschen zeitlichen Aenderung unterworfen ist, wenn sie sich also auf ihrem Minimum oder nahe bei ihrem Maximum befindet. Es verursachte dann eine kurze und geringe Erschütterung des Platins eine rasche Abnahme der E. K., deren Grösse mit wachsender Stromdichte zunahm. Eine geringe Erschütterung ist genügend, die E. K. vom Maximum *e* auf ihr früheres Minimum *d* zurückzubringen. Die E. K. steigt darauf in der früheren Weise wieder zum Maximum an, falls die Stromdichte nicht zu gross ist. Im anderen Falle bleibt sie auf dem kleinsten Werth stehen, und wenn man darauf das Platin nochmals erschüttert, so nimmt sie nur momentan zu, um sofort wieder zu fallen. In einer Zunahme der E. K. bestand die Wirkung einer Erschütterung des Platins überhaupt immer dann, wenn der Rheostatenwiderstand so klein war, dass die E. K. dauernd einen kleinsten Werth besass (s. § 1 a. E.).

3. Einfluss einer vorhergehenden grösseren Stromdichte auf die electromotorische Kraft bei einer nachfolgenden kleineren und umgekehrt.

a) Die eine der beiden Stromdichten hat den Werth Null. Die Tab. 6 und 7 veranschaulichen, wie sich die E. K. während einer Oeffnung des Elements, und wie sie sich bei einer neuen Schliessung verhält. Die Beobachtungen sind mit dem Electrometer angestellt, wegen dessen Benutzung man die erste Abhandlung vergleichen möge.

Tab. 6. Platindraht, gegläht.

Pole isolirt: E. K. = 89,0.

Pole verbunden durch $W = 4000$ :				Pole isolirt:	
Sec.	E. K.	Sec.	E. K.	Sec.	E. K.
9	39,2 (Min.)	90	83,2	3	86,2
15	66,2	120	83,5	20	87,2
20	81,1	180	84,1	40	87,4
40	81,7	360	84,7	60	87,7
70	82,9				

Pole verbunden durch $W = 4000$ :		Pole verbunden durch $W = 4000$ :	
Sec.	E. K.	Sec.	E. K.
8	83,0 (Minimum)	4	68,2 (Minimum)
20	84,0	10	78,2
40	84,2	25	81,2
		60	82,7
		...	83,7
Pole isolirt und Platin erschüttelt:		Pole isolirt:	
E. K. = 89,2.		3	86,2
		10	87,4
		30	87,9
		Platin erschüttelt:	
		—	89,2.

Tab. 7. Platindraht, gegläht.

Pole isolirt: E. K. = 89,3.			
Pole verbunden durch $W = 500$ :		Pole verbunden durch $W = 500$ :	
Sec.	E. K.	Sec.	E. K.
2	66,3	2	69,3
6	31,3	6	30,3
10	33,3	10	32,3
20	38,3	19	41,3
30	78,3	25	75,3
50	80,3	50	80,3
120	81,6	80	81,1
300	82,1		
Pole isolirt		Pole isolirt:	
Sec.	E. K.	Sec.	E. K.
3	84,3	2	83,3
7	85,8	4	85,1
40	86,2	24	86,3
60	86,3	60	86,7
Platin erschüt- tert E. K. = 88,8.		Platin erschüttelt	
		—	88,8

Aus den Tab. 6 und 7 lassen sich folgende Resultate ableiten:

In § 1 ist schon der Schluss gezogen worden, dass die E. K., mag sie auch momentan sehr niedrige Werthe annehmen, doch nach einiger Zeit nahe wieder den Werth erhält, welchen sie bei geöffnetem Elemente besitzt.

Diesen Schluss bestätigen die vorstehenden Tabellen. In Tab. 6 ist der Rheostatenwiderstand so gross (vgl. die erste Abhandlung), dass die Ablenkungen des Electrometers auch bei geschlossenem Element als Maass der E. K. angesehen werden können.

Tab. 6 zeigt dann, dass nach sechs Minuten die E. K. sich der bei isolirten Polen beobachteten bis auf 4,5% genähert hat.

Unterbricht man den Strom, so erscheint nicht sogleich wieder die E. K. des geöffneten, d. h. des überhaupt noch nicht (seit dem Glühen des Platins) geschlossenen Elements. Dieselbe ist auch nach einer Minute noch nicht wieder erreicht.

Dagegen beseitigt die Erschütterung des Platins augenblicklich die Wirkung eines vorhergegangenen Stromschlusses, indem sie sofort die maximale E. K., wie sie bei geglühtem Platin und geöffnetem Element beobachtet wurde, wiederherstellt.

Schliesst man nach längerer Unterbrechung das Element von Neuem, so nimmt die E. K. wieder bis zu einem Minimum ab und dann zu. Der erste Ausschlag eines eingeschalteten Wiedemann'schen Galvanometers war dann desto kleiner (d. h. die E. K. nahm um so mehr ab), je länger geöffnet gewesen war, dagegen war die nach 10 Sec. beobachtete Ablenkung des Galvanometers von der Zeitdauer der Oeffnung schon nahe unabhängig.

War während der Unterbrechung das Platin nicht bewegt, so variierte die E. K. wenig: das Minimum lag hoch, und das Maximum wurde schnell wieder erreicht.

War aber zugleich das Platin erschüttert, so variierte die E. K. wieder in weiten Grenzen, wie im § 2 genauer ausgeführt worden ist.

b) Beide Stromdichten sind von endlicher Grösse. Die folgenden Beobachtungen sind einer mit dem Electrometer angestellten Versuchsreihe entnommen. Im übrigen vgl. man die erste Abhandlung.

Tab. 8. Platindraht.

Pole isolirt: E. K. = 89,0.

Pole verbunden:		$W = 5000.$	
Sec.	E. K.	Sec.	E. K.
8	47,0 (Minimum)	7	82,0 (Maximum)
20	75,5	15	81,2
30	76,5	40	80,5
50	78,0	90	80,0
120	79,0	$W = 1000.$	
210	79,2	6	73,3 (Minimum)
$W = 1000.$		15	75,7
5	73,2 (Minimum)	25	76,2
10	75,2	90	76,8
20	76,8	$W = 5000.$	
90	77,2	8	82,0 (Maximum)
		15	81,2
		25	80,9
		40	80,5

Hieraus folgt, dass, wenn man von einer kleineren zu einer grösseren Stromdichte übergeht, die E. K. zuerst bis zu einem Minimum ab- und darauf zunimmt, und dass, wenn umgekehrt die Stromdichte kleiner wird, die E. K. zuerst bis zu einem Maximum zu- und dann abnimmt.

Nach dem im § 1 gewonnenen Resultate gilt der erste Theil dieses Gesetzes, auch wenn die Stromdichte den Nullwerth, nicht aber, wenn sie dem Maximum ( $W = \theta$ ) naheliegende Werthe besitzt. Der zweite Theil des Gesetzes ist ebenfalls nicht auf sehr grosse Stromdichten anwendbar. Wenn auf  $W = 0$  unmittelbar, d. h. ohne Unterbrechung des Stromes, ein grösserer Widerstand folgt, so beobachtet man nur eine Zunahme.

#### 4. Einfluss der Temperatur des Platins oder der Salpetersäure.

Die Untersuchung wurde in der Weise geführt, dass entweder in die erwärmte Salpetersäure ein geglühter, aber vollständig erkalteter Platindraht eingeführt, oder dass in die kalte, d. h. Zimmertemperatur besitzende Salpetersäure der glühende Draht getaucht und dann sofort der Strom geschlossen wurde.

In der folgenden Tabelle gibt die erste Horizontalreihe die Temperatur in Celsiusgraden, welche die Salpetersäure im Augenblick des Stromschlusses besass, resp. den Zustand des Platins an.

Die Zahlen der ersten Verticalreihe bedeuten die seit der Stromschliessung verflossene Zeit, die Zahlen der übrigen die Ablenkungen des Galvanometers. Die Beobachtungen sind nicht in der Reihenfolge wachsender Temperatur angeordnet, sondern nur der Uebersichtlichkeit wegen so angeordnet.

	20°	21,5°	23°	27°	30°	32°	32°	37°	41,5°	48°	Platin glühend
Erster Ausschlag	250	265	282	280	275	375	265	472	479	489	528
10 <sup>sec</sup>	174	200	250	365	370	372	365	379	382	389,0	371
20 <sup>sec</sup>	175	354	367	372	375	377	371	380	383	388,8	366
30 <sup>sec</sup>	338	364	371	374	377	378	373	—	—	388,0	367

Hieraus folgt aber:

Mit wachsender Temperatur der Salpetersäure und des Platins rückt das Minimum der E. K. nach höheren Werthen, und das Maximum wird schneller erreicht. Bei einer Temperatur von  $48^{\circ}\text{C.}$ <sup>1)</sup> ist die E. K., soweit die Tabelle erkennen lässt, von Anfang an constant.

In Wirklichkeit findet wohl auch bei  $48^{\circ}$  anfangs noch eine kleine Abnahme der E. K. statt, das Element verhält sich auch bei  $48^{\circ}\text{C.}$  wohl nicht ganz so, wie wenn es mit concentrirter Salpetersäure gefüllt wäre. Denn das Verhältniss des ersten Ausschlags zu der Ablenkung des Galvanometers ist 1,26, also etwas kleiner als der früher bei concentrirter Salpetersäure gefundene Werth.

Die geringe Abnahme, welche die Ablenkung bei  $48^{\circ}$  zwischen  $10^{\text{sec}}$  und  $30^{\text{sec}}$  zeigt, ist wohl eine Folge der allmählich abnehmenden Temperatur der Säure, denn einige, mit dem Electrometer und geöffneten Elementen angestellte Versuche zeigten, dass die E. K. ein klein wenig mit der Temperatur der Salpetersäure wächst.

Für das letztere spricht auch die Beobachtung mit glühendem Platindraht:

Der erste Ausschlag ist viel grösser als der bei einer Temperatur von  $48^{\circ}$  erhaltene, dennoch zeigt sich später die bei  $48^{\circ}$  nicht bemerkbare Ab- und Zunahme der E. K., offenbar deshalb, weil der Platindraht seine Wärme rasch an die Säure abgab, ohne dass hierdurch deren Temperatur bis  $48^{\circ}$  stieg. Sieht man nun als constante Ablenkung 388 an und bildet das Verhältniss des ersten Ausschlags 528 zu derselben, so erhält man 1,36. Da dieser Werth grösser ist als der mit constanten Elementen erhaltene, so muss der erste Ausschlag im Verhältniss zu der constanten Ablenkung zu gross gewesen sein.

1) Selbstverständlich ändert sich diese Temperatur mit dem Rheostatenwiderstand und der Grösse der Platinfläche, sie wird mit wachsender Stromdichte wachsen.

5. Ueber Aenderungen der Oberfläche des Platins während des Stromdurchganges. Schönbein's Beobachtungen.

Wenn der Widerstand im Rheostaten so klein genommen wird, dass bei etwas weiterer Verminderung desselben die Periode der Zunahme der E. K. ganz ausbleibt (§ 1 a. E.), so bemerkt man leicht, dass der Platindraht mit Gas bedeckt ist. Dasselbe ist in grösster Menge vorhanden, wenn die E. K. ihren Minimalwerth besitzt, und verschwindet mehr und mehr in der Periode der Zunahme. Hat die E. K. den Maximalwerth ( $e$ ) erreicht, so ist der Draht wieder vollständig blank.

Kennt man die Erscheinung einmal, so bemerkt man sie auch noch bei kleineren Stromdichten, und es ergibt sich allgemein, dass, während die E. K. bis zu ihrem kleinsten Werthe abnimmt, das Platin zunehmend mit Gas bedeckt ist, welches während der folgenden Zunahme der E. K. wieder verschwindet.

Die weiteren begleitenden Umstände will ich an einer Beobachtungsreihe beschreiben:

Bei Rheostatenwiderständen von  $W = 300$  bis  $W = 100$  erschien während der Periode der Abnahme der E. K. deutlich Gas am Platin, wenn vor der Schliessung des Stromes mit einem dieser Widerstände das Platin geglüht worden war.

Wenn alles Gas verschwunden, also die E. K. nahe dem Maximum war, und man erschütterte dann das Platin ganz wenig, so ging die E. K., wie schon erwähnt, stark zurück, und am Draht erschien eine Wolke von Gas. Bei nicht zu kleinem Widerstande ( $W = 300$  bis  $W = 100$ ) hörte das Aufsteigen von Gas nach einiger Zeit wieder auf, die E. K. begann zuzunehmen, endlich wurde auch die Gasschicht am Drahte immer dünner, und war ganz verschwunden, wenn die E. K. ihrem Maximum nahe war. Die plötzliche starke Zunahme der E. K., von der früher die Rede war, documentirt sich auch durch ein plötzliches Verschwinden des grössten Theiles des Gases. War aber der Widerstand kleiner ( $W = 60$ ), so hörte das durch eine Erschütterung hervorgerufene Aufsteigen von Gas zwar auch nach einiger Zeit auf, und die E. K. stieg wieder ein wenig. Aber der Draht blieb an-

dauernd dicht mit dicken Gasblasen bedeckt, nur ganz selten stieg ein kleines Bläschen in die Höhe. Entsprechend erreichte auch die E. K. niemals ihren Maximalwerth wieder, sondern bewegte sich um einen zwischen Minimum und Maximum liegenden Werth in langsamen Oscillationen.

Als bei  $W = 300$  das Maximum der E. K. eingetreten war, wurde der Widerstand allmählich verringert, ohne dass man den Strom unterbrach und den Platindraht von neuem glühte.

Dann war die E. K. bei allen kleineren Widerständen sofort sehr nahe constant auf dem Maximum, ohne dass das Erscheinen von Gas bemerkt wurde. Man konnte so bis  $W = 60$  heruntergehen, ohne dass Gas am Drahte erschien. Bei  $W = 60$  jedoch war der Draht in den ersten Secunden zwar gasfrei, bedeckte sich dann aber zunehmend mit Gas, während die E. K. zugleich abnahm. Endlich wurde die E. K. constant, indem sie um einen Mittelwerth, der zwischen Minimum und Maximum lag, schwankte. Gas stieg dabei sehr wenig auf, obwohl der Draht dicht bedeckt war.

Klopfte man aber den Draht, so entstand ein lebhafter Gasstrom, und die E. K. sank zugleich auf einen sehr kleinen Werth.

Geringe Bewegungen des Platins verursachen eine bedeutende Abnahme der E. K. und bewirken zugleich Auftreten von Gas. Die Intensität dieser Wirkungen ist an eine Bewegung des Platins selbst geknüpft, sie fallen nur gering aus, wenn man die Säure umrührt, ohne das Platin zu erschüttern.

Schon im Jahre 1835 hat Schönbein<sup>1)</sup> beobachtet, dass an einem Platindraht, welcher als negative Electrode einer Volta'schen Säule in Salpetersäure eintaucht, eine zeitweise Gasentbindung selbst dann stattfindet, wenn die Säure einen ziemlich hohen Concentrationsgrad besitzt. Schönbein hat keine Messungen der Stromintensität gemacht, sondern nur

1) Schönbein, Pogg. Ann. 47. p. 563. 1839.

die Erscheinung der Gasentbindung studirt, diese aber sehr vollständig.

Ich habe seine Beobachtungen in jeder Weise bestätigt gefunden und fasse dieselben in folgende Sätze zusammen:

1. Wenn Platin in Salpetersäure als negative Electrodē einer galvanischen Batterie dient, so tritt im Augenblick des Stromschlusses im allgemeinen immer Gas am Platin auf.

2. Die Gasentwicklung kann entweder nach einer gewissen Zeit von selbst aufhören oder aber fort dauern, so lange der Strom geschlossen ist.

3. Die Zeit, während welcher Gas frei wird, ist um so kürzer:

a) je concentrirter die Säure,

b) je weniger dicht der Strom am Platin ist.

Unter 3b sind alle Factoren begriffen, deren Einfluss Schönbein einzeln untersuchte, als: Stärke des Stromes, Dicke des Platindrahts, Oberflächenbeschaffenheit des Platins (Platinschwamm), Aufwickeln eines längeren Platindrahtes zu einem Knäuel. Es findet gar keine (bemerkbare) Gasentwicklung statt, wenn die Säure concentrirt und die Stromdichte nicht zu gross ist, aber auch dann nicht, wenn die Säure verdünnt und nur die Stromdichte genügend klein ist.

Entsprechend ergab sich denn auch bei meinen Versuchen, dass die E. K. des Elements *S* bei den benutzten kleinen und mittelgrossen und die des Elements *s* bei sehr kleinen Stromdichten von Anfang an constant war und nicht den Process der Ab- und Zunahme durchmachte (§ 1, Tab. 1 a. A.).

Schönbein nennt den Zustand, in welchem das Platin sich befindet, wenn die Gasentwicklung aufgehört hat, den ausserordentlichen, zum Unterschiede von demjenigen, in welchem das Platin ein Freiwerden von Gas gestattet. Da, wie ich gezeigt habe, das Element gerade in dem ersteren Zustande die normale, der des ungeschlossenen Elements sehr nahe kommende E. K. hat, so ist dieser Ausdruck nicht ganz passend und erscheint eher zur Bezeichnung des zweiten Zustandes geeignet.

Meine Beobachtungen führen aber noch auf einen

dritten möglichen Zustand des Platins, der sich von den beiden schon genannten folgendermassen unterscheidet:

1. Zustand. Es wird kein Gas am Platin frei.
2. Zustand. Es steigt Gas vom Platin auf.
3. Zustand. Das Platin ist mit Gas bedeckt, aber ohne dass Gas aufsteigt.

Der dritte Zustand entspricht einem sehr labilen Gleichgewicht, die E. K. liegt zwischen Minimum und Maximum und schwankt stetig um einen Mittelwerth.

Durch Klopfen des Platins verwandelt sich der dritte sowohl als der erste Zustand für immer oder für eine gewisse Zeit in den zweiten.

Wenn die Versuchsbedingungen derart sind, dass einige Zeit nach Schluss des Stromes der zweite Zustand von selbst in den ersten übergehen würde, so gibt es nach Schönbein drei Mittel, um das Auftreten des zweiten Zustandes ganz zu hindern, d. h. gleich von Anfang an eine gasfreie Platinfläche zu erhalten:

- 1) Man bringt den negativen Platindraht, ehe er in die Salpetersäure getaucht wird, zur Berührung mit dem schon eintauchenden positiven Platindraht, schiebt ihn an diesem herunter in die Säure und entfernt ihn endlich von demselben.

- 2) Man erhitzt den negativen Draht unmittelbar vor seiner Einführung in die Säure.

- 3) Nachdem der negative Draht gasfrei geworden ist, senkt man einen dritten Platindraht in die Säure ein und verbindet denselben mit dem zwischen dem negativen Draht und dem Pol der Säule liegenden Theil des Stromkreises.

Weder im Augenblick des Einsenkens findet dann Gasentbindung an diesem dritten Drahte statt, noch auch nachdem man den ursprünglichen negativen Poldraht aus der Säure entfernt hat. Schönbein nennt dieses Verfahren: Die Uebertragung des ausserordentlichen Zustandes.

Was zuerst die Wirksamkeit des dritten Verfahrens betrifft, so liegt der Grund derselben in der durch die Einführung des dritten Drahtes auf die Hälfte verminderten Stromdichtigkeit.

Wenn nämlich auch an dem ursprünglichen negativen Poldraht keine deutliche Gasentwicklung stattgefunden hatte, so braucht eine solche doch nicht bei Hinzufügung des zweiten negativen Poldrahtes an diesem einzutreten, da an demselben jetzt die Stromdichte nur halb so gross ist, als vorhin an dem ersten. Sobald aber einmal bei einer gewissen Stromdichte keine Gasentbindung stattfindet, kann man die Stromdichte erheblich vergrössern, ohne dass auch dann (merklich) Gas erscheint, und ohne dass entsprechend eine (merkliche) Ab- und Zunahme der E. K. eintritt, wie meine oben beschriebenen Versuche zeigen.

Deshalb beobachtete Schönbein auch dann kein Gas an dem zweiten negativen Poldraht, als er den ersten ganz entfernte.

Bei dem zweiten Verfahren schliesst Schönbein den Strom mit dem heissen (glühenden) Poldrahte.

Meine Versuche beweisen, dass hierbei nicht sowohl die höhere Temperatur des Platins, als vielmehr die der Säure das entscheidende Moment ist.

Das erste Verfahren ist als eine Combination des zweiten und des dritten anzusehen.

Denn wenn der negative Poldraht an dem positiven herab in die Säure geschoben wird, so geht der Strom theils direct von Platin in Platin, theils durchläuft er die Säure. Die letzteren Zweigströme sind aber von geringerer Dichtigkeit und bewirken deshalb, dass später auch bei dichterem Strome (sobald nämlich die Drähte voneinander entfernt werden) keine Gasentbindung mehr stattfindet.

Die durch die Berührungspunkte der beiden Platindrähte laufenden Ströme aber erhöhen die Temperatur des Platins und verhindern somit ebenfalls das Auftreten freien Gases am negativen Draht.

#### 6. Einfluss einer Wasserstoffbeladung des Platins.

Nachdem in verdünnter Schwefelsäure am Platin Wasserstoff entwickelt worden war, wurde es möglichst unmittelbar nach Unterbrechung des polarisirenden Stromes in das im

übrigen bereit stehende Element gebracht und dasselbe durch das Galvanometer geschlossen.

Tab. 10. Platindraht.  $W = 9000$ . Gr. Sp.

	Erster Ausschlag	Nach 10 Sec.	Nach 20 Sec.	Nach 30 Sec.	Nach längerer Zeit
Platin geglüht . . . .	296	175	301	—	310
Elem. 10 Sec. geöffnet	399	310	—	—	313
10 Sec. geöffnet und erschüttert . . . . .	282	159	220	302	—
H am Pt in verdünnter $H_2SO_4$ entwickelt	312	299 zunehmend	304	—	—
Nochmals H entwickelt	312	298 zunehmend	—	—	—
Nochmals H entwickelt	291	215 zunehmend	299	302	—
10 Sec. geöffnet . . . .	395	306	—	—	—
H am Pt entwickelt . .	289	297 zunehmend	303	—	—
Pt geglüht . . . . .	301	170	297	302	—
H am Pt entwickelt . .	305	294 zunehmend	300	—	—

Die obigen Messungen gestatten den Schluss, dass ein Wasserstoffgehalt des Platins den Eintritt des Minimums der E. K. bei Schliessung des Elements durch  $W = 9000$  beschleunigt. Ob auch die Tiefe des Minimums davon berührt wird, ist nicht sicher zu entscheiden, wahrscheinlich ist dies aber der Fall. Es möge also genügen, constatirt zu haben, dass eine vorgängige Wasserstoffbeladung des Platins den Verlauf der E. K. beeinflusst.

Gelegentlich der obigen Beobachtungen wurde auch folgender Versuch angestellt, welcher schon im § 3 hätte beschrieben werden können, besser aber wohl hier seine Stelle findet.

Der geglühte Platindraht wurde in das Element eingesetzt, dasselbe 10 Sec. lang durch  $W = 0$  [bei  $W = 0$  fand

eine heftige Entwicklung von Gas statt] und darauf durch  $W = 9000$  geschlossen.

Es wurde beispielsweise beobachtet:

Erster Ausschlag.	Nach 10 Sec.	Nach 20 Sec.	Nach 30 Sec.
377	296 zunehmend	300	308.

Eine vorgängige Schliessung des Elementes durch  $W = 0$  wirkt also in demselben Sinne, aber ungleich stärker, wie eine vorhergehende Wasserstoffbeladung in verdünnter Schwefelsäure. Die Grösse des ersten Ausschlages des Galvanometers beweist, dass das Minimum nicht nur früher eintritt, sondern dass es auch viel höher liegt, als wenn sofort mit  $W = 9000$  und nicht vorher mit  $W = 0$  geschlossen wird.

## II. Palladium in Salpetersäure.

Die E. K. eines geöffneten Grove'schen Elementes änderte sich, wenn man das Platin durch reines (von Wasserstoff und nachher von Oxyd befreites) Palladium ersetzte, im Verhältniss 1:0,95 bei 7-procentiger Säure

"	"	1:0,97	"	38	"	"
und	"	1:0,98	"	52	"	"

Wurde das Palladiumelement geschlossen, so nahm, wie bei dem Platinelement, die E. K. ab und dann nahe bis zur E. K. des ungeschlossenen Elementes zu, ohne dass aber während der Periode der Abnahme freies Gas am Palladium erschien. Die Zunahme der E. K. fiel bei sehr kleiner und bei sehr grosser Stromdichte aus. Im ersteren Fall war eben die E. K. von Anfang an constant, im anderen nahm sie sehr schnell bis zu einem kleinsten Werth ab, auf welchem sie stehen blieb. Erschütterung des Palladiums verursachte dann eine Zunahme, sonst aber immer eine Abnahme der E. K. Schliessung des Elementes mit  $W = 0$ , wobei freies Gas auftrat, oder Wasserstoffentwicklung am Pd in verdünnter Schwefelsäure hatte leicht den Erfolg, dass die E. K. bei grösserem Schliessungswiderstande constant einen kleinen Werth annahm. Sie stieg von diesem wieder bis zum Maximum an, wenn die Schliessung mit  $W = 0$  oder die Wasserstoffentwicklung in verdünnter Schwefelsäure nur sehr kurze Zeit gewährt hatte.

Hieraus geht hervor, dass sich Palladium im allgemeinen ganz wie Platin verhält.

Die E. K. des Elementes Zink — Schwefelsäure — Salpetersäure (52-procentig) — Palladium nimmt ein wenig zu, wenn man die Salpetersäure durch Bunsen'sche Chromsäurelösung ersetzt.

### III. Gold in Salpetersäure.

Von Gold wurde gefunden, dass es sich in jeder Beziehung wie Platin verhielt: Die E. K. des Goldelementes nahm nicht nur vom Augenblick der Stromschliessung an ab und nach Erreichung eines Minimums zu, es zeigte auch die Erscheinung des Auftretens und Wiederverschwindens von Gas etc., den Einfluss der Temperatur der Säure, den Einfluss einer Erschütterung des Goldes etc., in derselben Weise wie das Platinelement.

### IV. Gaskohle in Salpetersäure.

Die E. K. der Combination Zink — Schwefelsäure — Salpetersäure — Gaskohle war bei kleiner Stromdichte constant, bei grösserer nahm sie ab. Eine Zunahme trat niemals ein. Ueberhaupt gelang es auch nicht eine der beim Platin beobachteten Erscheinungen bei der Kohle wiederzufinden.<sup>1)</sup>

### V. Aluminium in Salpetersäure.

Aluminium verhielt sich im allgemeinen wie Platin: Die E. K. nahm bei Schliessung des Elementes sehr schnell bis zu einem kleinsten Werthe ab und darauf zu.

Nur bei kleinen Stromdichten blieb, wie bei Platin, die E. K. von Anfang an constant. Bei solchen wurde abwechselnd ein Platin- und ein Aluminiumblech in das gleiche Element eingesetzt und folgendes Verhältniss der electromotorischen Kräfte gefunden:

In 75-procentiger Säure:  $Pt/Al = 1,35$

„ 44 „ „ „ = 2,03

„ 21 „ „ „ = 2,60.

1) cf. die früheren Versuche mit dem Bunsen'schen Element. Fromme, Wied. Ann. 8. p. 326. 1879.

Das Verhältniss der electromotorischen Kräfte von Platin und Aluminium hängt also stark von der Concentration der Säure ab, und da bekannt ist<sup>1)</sup>, dass die E. K. des Platinelementes mit abnehmender Concentration abnimmt, so folgt, dass die des Aluminium-Elementes ebenfalls mit abnehmender Concentration kleiner wird, aber in etwa doppelt so grossem Verhältniss, als die erstere.

In der folgenden, dritten, Abhandlung werde ich zuerst Versuche mittheilen, welche behufs näherer Kenntniss der Wasserstoff-Condensation und -Absorption durch Platin und Palladium angestellt wurden, sodann eine übersichtliche Zusammenstellung der in den beiden ersten Abhandlungen enthaltenen Resultate geben und endlich versuchen, diese auf ein einheitliches Erklärungsprincip zurückzuführen.

Giessen, Januar 1883.

## XII. Ueber die Bestimmung des Ohms auf dynamometrischem Wege;

*Vorschlag von J. Fröhlich in Budapest.*

(Mitgetheilt in der Sitzung der Ung. Akad. den 22. Januar 1883.)

(Hierzu Taf. II Fig. 8.)

I. Uebersicht. — II. Coefficienten der dynamometrischen Wirkung. — III. Combination der Wirkungen, Dynamometer, Inductionstoss. — IV. Einfachste Methode, einmalige Schliessung und Ausschaltung; Multiplicationsmethode. — V. Andere Methoden, wenn der Widerstand beider Leiter gleich ist. — VI. Vollständige Lösung der Inductionsgleichungen. — VII. Berechnung von  $M$  und  $\partial M / \partial q$  für zwei parallele Rollen von endlichem Querschnitt. — VIII. Vorläufige Versuche.

### I. Uebersicht.

§ 1. Wirkungen der inducirten electromotorischen Kraft. Die bei der galvanischen oder der Voltainduction auftretende electromotorische Kraft kann sich je nach dem Körper, in dem sie wirkt, auf verschiedene Weise äussern.

1) Fromme, Wied. Ann. 8. p. 326. 1879 u. 12. p. 399. 1881.

Ist der Körper ein Diëlectricum, so erzeugt diese Kraft diëlectrische Polarisation; ist er ein ungeschlossener Leiter, so findet an seinen Enden Anhäufung von statischer Electricität statt, oder es entstehen ungeschlossene Ströme; ist er endlich ein geschlossener Leiter, so tritt in ihm ein geschlossener electricischer Strom auf.

Jede der angeführten Eigenschaften kann bei der Bestimmung der electromotorischen Kraft als Ausgangspunkt dienen.

Aus der electromotorischen Kraft bestimmt sich nach bekannten Regeln die absolute electricische Widerstandseinheit.

Indess ist unsere gegenwärtige Kenntniss der diëlectrischen Polarisation, der ungeschlossenen Ströme und der Art der Anhäufung statischer Electricität durch Induction noch viel zu unvollständig und die statisch-electrometrischen Messungsmethoden sind zu ungenau, um ein Resultat erwarten zu lassen, das genauer als etwa bis auf 1 Proc. wäre.

Will man demnach auf Grundlage der Induction eine genaue absolute Widerstandsbestimmung machen, so wird man sich wohl nur an die inducirten geschlossenen Ströme zu halten haben.

Es ist nun nicht ohne Interesse, hervorzuheben, dass alle Methoden zur Bestimmung des Ohms, nach welchen bisher genaue Messungen ausgeführt wurden, und die auch von der Pariser Conferenz der Electriciker (October 1882) als besonders geeignet empfohlen wurden, auf der Messung der inducirten Ströme in immer geschlossenen Leitern beruhen.

§ 2. Galvanometrische Wirkung. Noch merkwürdiger aber ist es, dass alle diese Methoden auf einer und derselben Aeusserungsart dieser Ströme beruhen, nämlich auf deren galvanometrischer Wirkung.

Entweder ist es die stossartige Wirkung des Inductionstromes auf eine Galvanometernadel (Methoden von Kirchhoff<sup>1)</sup>, Rowland<sup>2)</sup>, W. Weber<sup>3)</sup> (Erdinductor), oder die Rückwirkung des Inductionstromes auf eine schwingende

1) Kirchhoff, Pogg. Ann. **76**. p. 412. 1849.

2) Rowland, Amer. Journ. **15**. p. 281. 1878.

3) W. Weber, Wied. Galv. (2) **2**. p. 430—442. 1874.

Magnetnadel (W. Weber<sup>1)</sup> (Dämpfung), oder es erzeugt ein schnell variirender oder ein constanter Inductionsstrom eine dauernde Ablenkung einer Magnetnadel (British Association<sup>2)</sup>, Lorenz<sup>3)</sup>).

§ 3. **Dynamometrische Wirkung.** In vorliegender Arbeit soll nun theoretisch dargelegt werden, dass man auch die dynamometrische (ponderomotorische) Wirkung des inducirten und des inducirenden Stromes zur Bestimmung des Ohms verwenden kann, wenn man diese Wirkung auf einfache Weise combinirt; es entstehen so sehr einfache theoretische Ausdrücke, und es lassen sich die nöthigen experimentellen Vorgänge mit der grössten Leichtigkeit realisiren.

Die unter VIII, §§ 23, 24 angeführten vorläufigen Versuche sollen nur die einfachste Methode, bei welcher der Inductionsapparat zugleich das Dynamometer ist, praktisch illustriren und dabei zeigen, dass die nach diesem Vorgange zu erwartenden Ausschläge genügend gross sind, um genau gemessen zu werden.

## II. Berechnung der Coëfficienten der dynamometrischen Wirkung.

§ 4. **Die drei Coëfficienten.** Im Folgenden sollen alle dynamometrischen Wirkungen des inducirenden und inducirten Stromes theoretisch untersucht und diejenigen ausgewählt werden, die zur Bestimmung des Ohms am vortheilhaftesten verwendet werden können.

Die einzelnen Fälle sind:

- a) dynamometrische Wirkung des inducirenden Stromes auf sich selbst; diese ist proportional  $P = \int i_1^2 dt$
- b) dynamometrische Wirkung des inducirten Stromes auf sich selbst; diese ist proportional  $R = \int i_2^2 dt$
- c) dynamometrische Wechselwirkung des inducirenden und des inducirten Stromes; diese ist proportional . . . . .  $Q = \int i_1 i_2 dt$

§ 5. **Allgemeine Fälle.** Es seien zwei geschlossene Leiter  $s_1, s_2$  in welchen die constanten (von der Induction

1) W. Weber, Wied. Galv. (2) 2. p. 430—442. 1874.

2) Wied. Galv. (2) 2. p. 430—442. 1874.

3) Lorenz, Wied. Galv. (2) 2 p. 430—442. 1874.

unabhängigen) electromotorischen Kräfte  $E_1, E_2$  wirken. Dieselben würden die Stromintensitäten:

$$(1) \quad J_1 = \frac{E_1}{w_1}, \quad J_2 = \frac{E_2}{w_2}.$$

erzeugen.

Wir setzen nun voraus:  $\alpha$ ) Gestalt und Widerstand der Leiter bleibe während der Dauer der Induction unverändert.  $\beta$ ) Die relative Lage beider Leiter bleibe während der Dauer der Induction ebenfalls unverändert.

Es sind dann die simultanen Differentialgleichungen der gegenseitigen Induction:

$$(2) \quad E_1 = w_1 i_1 + L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}, \quad E_2 = w_2 i_2 + N \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt},$$

dabei bedeuten  $w_1, w_2$  die Widerstände,  $L, N$  die Coefficienten der Induction (Potential) auf sich selbst für die beiden Leiter,  $M$  den Coefficienten (Potential) ihrer gegenseitigen Induction.

1) Man multiplicire (2) mit  $dt$  und integriere:

$$(3) \quad \begin{cases} E_1 [t] = w_1 \int i_1 dt + L [i_1] + M [i_2], \\ E_2 [t] = w_2 \int i_2 dt + N [i_2] + M [i_1]. \end{cases}$$

2) Man multiplicire beide Gleichungen mit  $i_1 dt$  und  $i_2 dt$  und integriere:

$$(4) \quad \begin{cases} E_1 \int i_1 dt = w_1 \int i_1^2 dt + \frac{1}{2} L [i_1^2] + M \int i_1 \frac{di_2}{dt} dt \\ E_1 \int i_2 dt = w_1 \int i_1 i_2 dt + L \int i_2 \frac{di_1}{dt} dt + \frac{1}{2} M [i_2^2] \\ E_2 \int i_1 dt = w_2 \int i_1 i_2 dt + N \int i_1 \frac{di_2}{dt} dt + \frac{1}{2} M [i_1^2] \\ E_2 \int i_2 dt = w_2 \int i_2^2 dt + \frac{1}{2} N [i_2^2] + M \int i_2 \frac{di_1}{dt} dt. \end{cases}$$

Hierzu kommt die Identität:

$$[i_1 i_2] = \int i_1 \frac{di_2}{dt} dt + \int i_2 \frac{di_1}{dt} dt.$$

Diese Gleichungen sollen auf die einfachsten Fälle der Induction, nämlich, wo im inducirten Leiter keine constante electromotive Kraft vorhanden ist, angewendet werden. Man hat also  $E_2 = 0$ .

§ 6. Schliessung des indcirenden Stromes. Verlegt man den Anfang der Zeitrechnung in den Moment der Schliessung, so sind die Anfangs- und Endbedingungen.

$$(5) \quad \begin{cases} E_2 = 0; & t = 0, & i_1 = 0, & i_2 = 0, \\ & t = \infty, & i_1 = J_1, & i_2 = 0. \end{cases}$$

Setzt man diese Grenzwerte in (3) und (4) und bemerkt, dass:

$$\int_0^{\infty} i_1 dt \quad \text{und} \quad \int_0^{\infty} i_1^2 dt$$

unendlich gross sind, und dass die sie enthaltenden ersten Gleichungen von (3) und (4) dann nur das Ohm'sche Gesetz ausdrücken, so kann man diese Gleichungen fortlassen, und es bleibt:

$$O = w_2 \int_0^{\infty} i_2 dt + MJ_1, \quad E_1 \int_0^{\infty} i_2 dt = w_1 \int_0^{\infty} i_1 i_2 dt + L \int_0^{\infty} i_2 \frac{di_1}{dt} dt,$$

$$O = w_2 \int_0^{\infty} i_1 i_2 dt + N \int_0^{\infty} i_1 \frac{di_2}{dt} dt + \frac{1}{2} MJ_1^2,$$

$$O = w_2 \int_0^{\infty} i_2^2 dt + M \int_0^{\infty} i_2 \frac{di_1}{dt} dt, \quad O = \int_0^{\infty} i_1 \frac{di_2}{dt} dt + \int_0^{\infty} i_2 \frac{di_1}{dt} dt.$$

Nach einigen Kürzungen findet man sofort:

$$(6) \quad \begin{cases} q_A = \int_0^{\infty} i_2 dt = - \frac{MJ_1}{w_2}, \\ Q_A = \int_0^{\infty} i_1 i_2 dt = + MJ_1^2 \left\{ \frac{\frac{1}{2} L}{w_1 N + w_2 L} - \frac{1}{w_2} \right\}, \\ R_A = \int_0^{\infty} i_2^2 dt = + MJ_1^2 \frac{w_1}{w_2} \cdot \frac{\frac{1}{2} M}{w_1 N + w_2 L}, \\ \int_0^{\infty} i_1 \frac{di_2}{dt} dt = - \int_0^{\infty} i_2 \frac{di_1}{dt} dt = + MJ_1^2 \frac{\frac{1}{2} w_1}{w_1 N + w_2 L}. \end{cases}$$

§ 7. Ausschaltung der electromotorischen Kraft  $E_1$  mittelst Brücke (Shunt). Die Ausschliessung geschehe auf solche Art, dass dabei der Widerstand  $w_1$  und der Coefficient  $L$  unverändert bleibe (§ 23). Die Operation muss ohne Funken geschehen.

Verlegt man wieder den Anfang der Zeit in den Moment der Ausschaltung, so wird:

$$(7) \quad \begin{cases} E_1 = 0, & t = 0, & i_1 = J_1, & i_2 = 0, \\ E_2 = 0, & t = \infty, & i_1 = 0, & i_2 = 0. \end{cases}$$

Die Gleichungen (3) und (4) werden:

$$O = w_1 \int_0^\infty i_1 dt - LJ_1, \quad O = w_2 \int_0^\infty i_2 dt - MJ_1,$$

$$O = w_1 \int_0^\infty i_1^2 dt - \frac{1}{2} LJ_1^2 + M \int_0^\infty i_1 \frac{di_2}{dt} dt,$$

$$O = w_1 \int_0^\infty i_1 i_2 dt + L \int_0^\infty i_2 \frac{di_1}{dt} dt,$$

$$O = w_2 \int_0^\infty i_1 i_2 dt + N \int_0^\infty i_1 \frac{di_2}{dt} dt - \frac{1}{2} MJ_1^2,$$

$$O = w_2 \int_0^\infty i_2^2 dt + M \int_0^\infty i_2 \frac{di_1}{dt} dt,$$

$$O = \int_0^\infty i_1 \frac{di_2}{dt} dt + \int_0^\infty i_2 \frac{di_1}{dt} dt.$$

Man findet sofort:

$$(8) \quad \left\{ \begin{aligned} p_B &= \int_0^\infty i_1 dt = + \frac{LJ_1}{w_1}, & q_B &= \int_0^\infty i_2 dt = + \frac{MJ_1}{w_2}, \\ P_B &= \int_0^\infty i_1^2 dt = - MJ_1^2 \frac{\frac{1}{2}M}{w_1 N + w_2 L} + \frac{1}{2} \frac{LJ_1^2}{w_1}, \\ R_B &= \int_0^\infty i_2^2 dt = + MJ_1^2 \frac{\frac{1}{2}M}{w_1 N + w_2 L}, \\ Q_B &= \int_0^\infty i_1 i_2 dt = + MJ_1^2 \frac{\frac{1}{2}L}{w_1 N + w_2 L}, \\ \int_0^\infty i_1 \frac{di_2}{dt} dt &= - \int_0^\infty i_2 \frac{di_1}{dt} dt = + MJ_1^2 \frac{\frac{1}{2}w_1}{w_1 N + w_2 L}. \end{aligned} \right.$$

III. Combination der Wirkungen; geeignetes Dynamometer, Ausschlag durch einen Inductionsstoss.

§ 8. Aufsuchen der geeigneten Wirkungen. Die beiden Gleichungssysteme (6) und (8) geben die Coëfficienten der galvanometrischen und dynamometrischen Wirkungen des inducirenden und des inducirten Stromes.

Man bemerkt indess sofort, dass in den Ausdrücken der galvanometrischen Wirkung z. B. des inducirten Stromes nur  $M, w_2$  und  $J_1$  auftreten; hingegen enthalten alle Ausdrücke der dynamometrischen Wirkung die Grössen  $L, M, N; w_1, w_2$ .

Dieser Umstand scheint die letztere Wirkung als im allgemeinen complicirter darzustellen. Es bietet nämlich die Berechnung von  $M$  für zwei Leiter von regelmässiger Form keine Schwierigkeiten; hingegen ist diejenige von  $L$  und  $N$  bei dicht aufeinandergewickelter, drahtförmigen Leiter in Rollenform wegen der grossen Nähe der einzelnen Windungen nur bei sehr roh angenäherten Annahmen möglich, und auch dann noch ungenau<sup>1)</sup>.

Will man also diese Schwierigkeiten umgehen, so bleibt wohl kein anderer Ausweg, als entweder die Coëfficienten  $L$  und  $N$  auf experimentellem Wege zu bestimmen<sup>2)</sup>, oder die dynamometrischen Wirkungen auf solche Weise zu combiniren, dass die Coëfficienten  $L$  und  $N$  aus dem Resultat von selbst herausfallen.

Combinationen solcher Art zu finden, gelang mir nur bei der Wechselwirkung des inducirenden und des inducirten Stromes. Bildet man z. B. die Differenz der zugehörigen Coëfficienten  $Q_A$  und  $Q_B$  aus (6) und (8), so ergibt sich sofort:

$$(9) \quad Q_B - Q_A = \frac{MJ_1^2}{w_2},$$

ein Resultat, das eine ebenso grosse Einfachheit besitzt, wie die galvanometrische Wirkung des inducirten Stromes  $q_A$  und  $q_B$ .

Auch andere Combinationen geben ein einfaches Resultat.

1) Vgl. die Berechnung von  $M$  bei Kirchhoff, Pogg. Ann. 121. p. 551. 1864; ferner Maxwell, 2. p. 296, § 693. 1873.

2) Maxwell, l. c. p. 356, § 756.

tat, wenn man den Widerstand der beiden geschlossenen Leiter einander gleich gemacht hat, V, § 15.

§ 9. Das geeignetste Dynamometer. (Vergl. §§ 23, 24). Aus dem Vorhergehenden folgt von selbst, wie das Instrument beschaffen sein muss, das zur Messung von:

$$Q = \int_0^{\infty} i_1 i_2 dt$$

dienen soll.

Den fixen Theil des Dynamometers bildet der eine Leiter (in dem der inducirende oder inducirte Strom stattfindet), den beweglichen Theil der andere Leiter (in dem der inducirte oder inducirende Strom stattfindet). Es ist also der Inductionsapparat zugleich das Dynamometer.

Beide Leiter bleiben während der Dauer der Induction, und zwar jeder für sich geschlossen.

Es ist übrigens vorthellhaft, wenn die Gestalt, der Widerstand und die Windungszahl beider Leiter nahezu gleich ist, da dann  $N$  und  $L$ ,  $w_1$  und  $w_2$  nahezu gleich werden.

Um etwaige störende Einflüsse zu vermeiden, wird vorausgesetzt, dass die Windungsebene des inducirten Leiters während der Dauer der Induction senkrecht zur Ebene des erdmagnetischen Meridianes sei.

§ 10. Ausschlag, erzeugt durch die dynamometrische Wirkung der Induction. Die Bewegungsgleichung des beweglichen Theiles des Instrumentes ist:

$$(10) \quad K \frac{d^2 q}{dt^2} = i_1 i_2 \frac{\partial M}{\partial q} - h^2 q - k \frac{dq}{dt},$$

dabei ist  $K$  das Trägheitsmoment des schwingenden Apparates,  $q$  der variable Ausschlag von der Gleichgewichtslage,  $i_1$ ,  $i_2$  die Intensität des inducirenden und des inducirten Stromes,  $h^2$  eine positive Constante, deren Werth:

$$(11) \quad a) \quad h^2 = \tau,$$

d. i. der Torsionscoefficient, sammt dem vom Gewichte herrührenden Coefficienten, wenn der bewegliche Apparat aufgehängt ist und um eine verticale Axe schwingt,

$$12) \quad \beta) \quad h^2 = m g \rho,$$

d. i. das Gewicht des schwingenden Theiles multiplicirt mit der Entfernung seines Schwerpunktes von der Drehungsaxe, wenn der bewegliche Theil pendelartig um eine horizontale Axe schwingt. Schliesslich ist  $k$  die Constante der Dämpfung.

Das Glied  $h^2 q$  in (10) hat im allgemeinen nur für Schwingungen mit sehr kleiner Amplitude, die hier vorausgesetzt werden, Geltung.

Integrirt man (10) zwischen variablen Grenzen, so wird:

$$K \left[ \frac{dq}{dt} \right] = \int i_1 i_2 \frac{\partial M}{\partial q} dt - h^2 \int q dt - k [q].$$

Der Verlauf der Induction ist unter gewöhnlichen Umständen so schnell, dass  $\partial M / \partial q$  und  $q$  unterdessen als constant betrachtet werden kann, findet ferner die Induction in dem Augenblicke statt, wo sich der schwingende Theil in der Gleichgewichtslage befindet, in welcher  $q = 0$ , so bleibt:

$$K \left[ \frac{dq}{dt} \right] = \frac{\partial M}{\partial q} \int_0^{\infty} i_1 i_2 dt = \frac{\partial M}{\partial q} Q. \quad \text{Setzt man:}$$

$$(13) \quad \left[ \frac{dq}{dt} \right] = \Omega_Q,$$

so bedeutet  $\Omega_Q$  den infolge der Induction stossartig erlangten Zuwachs der Winkelgeschwindigkeit des schwingenden Theiles, und man hat:

$$(14) \quad \Omega_Q = \frac{1}{K} \cdot \frac{\partial M}{\partial q} Q.$$

Befand sich der bewegliche Theil zuerst in Ruhe, so wird  $\Omega_Q$  die Winkelgeschwindigkeit nach der Induction, und seine lebendige Kraft:

$$\frac{1}{2} K \Omega_Q^2.$$

Der bewegliche Theil erreicht seinen grössten Ausschlag  $q_Q$ , wenn seine Winkelgeschwindigkeit Null ist, und er gegen die Torsionskräfte und die Schwere, oder gegen die Schwere allein die Arbeit:

$$\frac{1}{2} K \Omega_Q^2 = + h^2 \int_0^{q_Q} q dq$$

geleistet hat. — Setzt man ferner:

$$(15) \quad T_0 = \pi \frac{VK}{h}$$

für die Schwingungszeit ohne Dämpfung, so ist:

$$(16) \quad \varphi_Q = \frac{T_0}{\pi} \Omega_Q = \frac{T_0 Q}{\pi K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi},$$

ohne Berücksichtigung der Dämpfung.

#### IV. Einfachste Beobachtungsmethode, Schliessung und Ausschaltung mittelst Brücke.

##### a) Ohne Berücksichtigung der Dämpfung.

§ 11. Einmalige Schliessung und Ausschaltung; Wiederholung. Der bewegliche Theil sei in Ruhe. Man schliesse den inducirenden Strom. Die erlangte Geschwindigkeit ist nach (14) und (6):

$$\Omega_A = \frac{1}{K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} \cdot Q_A.$$

Nach Verlauf der Zeit  $T_0$  bewegt sich der schwingende Theil mit der Geschwindigkeit  $-\Omega_A$  durch die Gleichgewichtslage. In diesem Moment werde die electromotorische Kraft des primären Stromes mittelst Brücke ausgeschlossen. Der Zuwachs beträgt nach (14) und (8):

$$\Omega_B = \frac{1}{K} \frac{\partial M}{\partial \pi} \cdot Q_B,$$

also die ganze Geschwindigkeit in der Gleichgewichtslage:

$$\Omega = -\Omega_A + \Omega_B = \frac{1}{K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} (Q_B - Q_A).$$

Demnach erreicht der grösste Ausschlag nach (9) und (16) den Werth:

$$(17) \quad \Phi = \frac{T_0}{\pi K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} \cdot \frac{M J_1^2}{w_2}.$$

Will man also auf diese Weise den absoluten Widerstand  $w_2$  des inducirten Leiters bestimmen, so muss man kennen:

die Schwingungszeit des beweglichen Theiles	$T_0$
das Trägheitsmoment „ „ „	$K$
den Coëfficienten der wechselseitigen Induction	$M$
dessen Differentialquotienten nach $\varphi$ . . . .	$\frac{\partial M}{\partial \varphi}$
die grösste Intensität des inducirenden Stromes	$J_1$
den Ausschlag des Dynamometers . . . . .	$\Phi$ .

Wiederholt man die soeben erwähnte Operation  $n$ mal, so wird auch  $\Phi$   $n$ mal grösser.

b) Berücksichtigung der Dämpfung.

§ 12. Gedämpfte Bewegung. Man hat, mit Ausnahme der Zeiten, wo Induction stattfindet (10), die Bewegungsgleichung:

$$(18) \quad K \frac{d^2 q}{dt^2} = -h^2 q - k \frac{dq}{dt}.$$

Setzt man, wie gebräuchlich:

$$(19) \quad \frac{Tk}{2K} = \lambda, \quad \text{so wird:}$$

$$(20) \quad T = T_0 \frac{\pi^2 + \frac{1}{2}\lambda^2}{\pi^2}.$$

Bewegt sich der schwingende Theil zur Zeit  $t=0$  durch die Gleichgewichtslage, so hat man:

$$(21) \quad q = q_0 e^{-\frac{\lambda t}{T}} \sin\left(\pi \frac{t}{T}\right). \quad \text{und:}$$

$$(22) \quad \Omega = \frac{dq}{dt} = \Omega_0 e^{-\frac{\lambda t}{T}} \left\{ -\frac{\lambda}{\pi} \sin\left(\pi \frac{t}{T}\right) + \cos\left(\pi \frac{t}{T}\right) \right\}$$

wobei:

$$(23) \quad \Omega_0 = \frac{\pi}{T} q_0$$

die Geschwindigkeit in der Gleichgewichtslage zur Zeit  $t=0$ .

Man schreibe ferner:

$$(24) \quad \frac{1}{\pi} \arctg \frac{\pi}{\lambda} = \nu,$$

und es wird die grösste Elongation nach der Zeit  $T\nu$ :

$$(25) \quad q_{T\nu} = \Omega_0 \frac{T}{\pi} \cdot e^{-\lambda\nu} \sin(\pi\nu).$$

Die Grösse  $\nu$  liegt zwischen  $\frac{1}{2}$  und 0; bei kleiner Dämpfung sehr nahe an ersterem.

§ 13. Anwendung der Multiplicationsmethode. Es möge hier sofort der Fall der wiederholten Schliessung und Ausschaltung behandelt werden, da die einfacheren Fälle in demselben enthalten sind.

a) Beginn mit Schliessung, Ende mit Ausschaltung. Der Apparat befinde sich in Ruhe. Zur Zeit  $t=0$  schliesse man den inducirenden Strom. Der bewegliche Theil erlangt nach (14) und (6) die Geschwindigkeit:

$$\Omega_A = \frac{1}{K} \cdot \frac{\partial M}{\partial q} Q_A.$$

Nach der Zeit  $T$  geht der schwingende Theil mit der Geschwindigkeit (22):

$$-\Omega_A e^{-\lambda}$$

durch die Gleichgewichtslage. In diesem Moment schalte man die electromotorische Kraft der Batterie aus, es tritt nach (14) und (8) der Zuwachs:

$$\Omega_B = \frac{1}{K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} Q_B$$

hinzu, und daher die ganze Geschwindigkeit zur Zeit  $T$ :

$$\Omega_T = -\Omega_A e^{-\lambda} + \Omega_B.$$

Nach Verlauf von wieder  $T$ , d. i. zur Zeit  $2T$  geht der Apparat mit der Geschwindigkeit:

$$-\Omega_T e^{-\lambda}$$

durch die Gleichgewichtslage; schliesst man in diesem Moment den inducirenden Strom, so tritt wieder  $\Omega_A$  hinzu, und man hat:

$$\Omega_{2T} = -\Omega_T e^{-\lambda} + \Omega_A.$$

Zur Zeit  $3T$  geht der Apparat mit der Geschwindigkeit:

$$-\Omega_{2T} e^{-\lambda} = \Omega_T e^{-2\lambda} - \Omega_A e^{-\lambda}$$

durch die Gleichgewichtslage; schaltet man in diesem Moment die electromotorische Kraft aus, so tritt dadurch  $\Omega_B$  hinzu, und man hat:

$$\Omega_{3T} = \Omega_T e^{-2\lambda} - (\Omega_A e^{-\lambda} - \Omega_B),$$

für die Geschwindigkeit nach der zweiten Ausschaltung.

Setzt man die Operationen fort, so wird nach der dritten Ausschaltung:

$$\Omega_{5T} = \Omega_{3T} e^{-2\lambda} - (\Omega_A e^{-\lambda} - \Omega_B),$$

und nach der  $n$ ten Ausschaltung:

$$\Omega_{(2n-1)T} = \Omega_{(2n-3)T} e^{-2\lambda} - (\Omega_A e^{-\lambda} - \Omega_B),$$

oder, wenn man einsetzt:

$$(26) \Omega_{(2n-1)T} = (1 + e^{-2\lambda} + e^{-4\lambda} + \dots + e^{-2(n-1)\lambda})(\Omega_B - \Omega_A e^{-\lambda}).$$

Der Ausschlag  $\chi_n$ , den der Apparat nach der  $n$ . Ausschaltung zur Zeit  $(2n-1)T + \nu T$  erreicht, ist nach (25):

$$\chi_n = q_{(2n-1)T+vT} = \Omega_{(2n-1)T} \frac{T}{\pi} e^{-\lambda v} \sin(\pi v),$$

oder, wenn man  $\Omega_A$  und  $\Omega_B$  substituirt, der Ausschlag nach der  $n$ . Ausschaltung:

$$(27) \quad \chi_n = \frac{1 - e^{-2n\lambda}}{1 - e^{-2\lambda}} \cdot \frac{T}{\pi K} \cdot \frac{\partial M}{\partial q} (Q_B - Q_A e^{-\lambda}) e^{-\lambda v} \sin(\pi v).$$

$\beta$ ) Beginn mit Ausschaltung, Ende mit Schliessung. In diesem Falle können die soeben gemachten Betrachtungen unmittelbar angewendet werden, man erhält den Ausschlag  $\psi_n$  nach der  $n$ . Schliessung, wenn man in (27)  $Q_A$  und  $Q_B$  mit einander vertauscht. Es wird:

$$(28) \quad \psi_n = \frac{1 - e^{-2n\lambda}}{1 - e^{-2\lambda}} \cdot \frac{T}{\pi K} \cdot \frac{\partial M}{\partial q} (Q_A - Q_B e^{-\lambda}) e^{-\lambda v} \sin(\pi v).$$

Die Vorzeichen von  $\chi_n$  und  $\psi_n$  sind entgegengesetzt.

$\gamma$ ) Verbindung beider Beobachtungen. Man bilde die Differenz von  $\chi_n$  und  $\psi_n$  und setze den Werth von  $(Q_B - Q_A)$  nach (9) ein, so wird:

$$(29) \quad \chi_n - \psi_n = \frac{1 - e^{-2n\lambda}}{1 - e^{-2\lambda}} (1 + e^{-\lambda}) \frac{T}{\pi K} \cdot \frac{\partial M}{\partial q} \cdot \frac{MJ_1^2}{w_2} e^{-\lambda v} \sin(\pi v).$$

Bei dieser Methode hat man ausser den in § 11 erwähnten Daten noch das logarithmische Decrement der Dämpfung,  $\lambda$ , zu bestimmen; nach (24) folgt daraus  $v$ .

V. Andere Combinationen, wenn die Widerstände der beiden Leiter gleich sind.

§ 14. Werthe von  $Q$ , wenn der inducirende Strom einmal im ersten, ein anderesmal im zweiten Leiter stattfindet. Man setze  $w_1 = w_2 = w$ , was praktisch mit grosser Genauigkeit leicht erreicht werden kann. Es gibt dann ausser den unter IV erwähnten Combinationen noch andere, bei welchen die Werthe von  $L$  und  $N$  von selbst fortfallen.

Im Folgenden fügen wir zu den Zeichen  $Q_A$  und  $Q_B$  noch den Index  $_1$ , oder  $_2$  hinzu, je nachdem der inducirende Strom im ersten oder zweiten Leiter stattfindet.

Man hat aus (6) und (8):

$$(30) \quad \alpha) \quad Q_{1A} = \frac{MJ_1^2}{w} \left\{ \frac{1}{L+N} - 1 \right\}, \quad Q_{1B} = \frac{MJ_1^2}{w} \cdot \frac{1}{L+N},$$

ebenso:

$$(31) \quad \beta) \quad Q_{2A} = \frac{MJ_1^2}{w} \left\{ \frac{\frac{1}{2}N}{L+N} - 1 \right\}, \quad Q_{2B} = \frac{MJ_1^2}{w} \cdot \frac{\frac{1}{2}N}{L+N}.$$

Und daraus:

$$\bullet (32) \quad Q_{1A} + Q_{2A} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{MJ_1^2}{w}, \quad Q_{1B} + Q_{2B} = +\frac{1}{2} \cdot \frac{MJ_1^2}{w},$$

$$\text{und: } (33) \quad (Q_{1A} + Q_{1B}) + (Q_{2A} + Q_{2B}) = -\frac{MJ_1^2}{w}.$$

Man kann jede der drei Combinationen verwerthen, hier soll nur die letzte betrachtet werden.

§ 75. Anwendung der Multiplicationsmethode. In den im Folgenden zu betrachtenden Methoden sei das Intervall zweier aufeinander folgenden Inductionen  $2T$ .

a. Der inducirende Strom findet im ersten Leiter statt.

$\alpha$ ) Beginn mit Schliessung, Ende mit Ausschaltung. Das schwingende System erhält bei der Schliessung zur Zeit  $t = 0$  nach (14) und (16) die Geschwindigkeit:

$$\Omega_{1A} = \frac{1}{K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} Q_{1A},$$

nach der Zeit  $2T$  wird dieselbe, (22):

$$+ \Omega_{1A} e^{-2\lambda};$$

findet in diesem Momente Ausschaltung statt, so tritt nach (14) und (8) hinzu:

$$\Omega_{1B} = \frac{1}{K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} Q_{1B},$$

und daher die ganze Geschwindigkeit zur Zeit  $2T$ :

$$\Omega_{2T} = \Omega_{1A} e^{-2\lambda} + \Omega_{1B}.$$

Nach Verlauf von wieder  $2T$ , also zur Zeit  $4T$  wird sie:

$$\Omega_{2T} e^{-2\lambda},$$

und durch gleichzeitiges Schliessen also:

$$\Omega_{4T} = \Omega_{2T} e^{-2\lambda} + \Omega_{1A}.$$

Nach Verlauf von wieder  $2T$ , also zur Zeit  $6T$ , und nach dem zweiten Ausschalten:

$$\Omega_{6T} = \Omega_{2T} e^{-4\lambda} + (\Omega_{1A} e^{-2\lambda} + \Omega_{1B}),$$

nach dem dritten Ausschalten:

$$\Omega_{10T} = \Omega_{6T} e^{-4\lambda} + (\Omega_{1A} e^{-2\lambda} + \Omega_{1B});$$

nach dem  $n$ . Ausschalten:

$$(34) \quad \Omega_{(2n-1)2T} = (1 + e^{-4\lambda} + e^{-8\lambda} + \dots + e^{-4(n-1)\lambda}) (\Omega_{1A} e^{-2\lambda} + \Omega_{1B}).$$

Es ist also der nach dem  $n$ . Ausschalten zur Zeit  $(2n-1)2T + T\nu$  eintretende grösste Ausschlag  $\chi_{n,1}$  nach (25):

$$(35) \quad \chi_{n,1} = \frac{1 - e^{-4n\lambda}}{1 - e^{-4\lambda}} \cdot \frac{T}{\pi K} \cdot \frac{\partial M}{\partial q} e^{-\lambda} \sin(\pi\nu) \{Q_{1A} e^{-2\lambda} + Q_{1B}\}.$$

$\beta$ ) Beginn mit Ausschaltung, Ende mit Schliessung. Der nach der  $n$ . Schliessung eintretende grösste Ausschlag  $\psi_{n,1}$  ergibt sich aus (35), wenn man  $Q_{1A}$  und  $Q_{1B}$  miteinander vertauscht, also:

$$(36) \quad \psi_{n,1} = \chi_{n,1} \frac{Q_{1A} + Q_{1B} e^{-2\lambda}}{Q_{1A} e^{-2\lambda} + Q_{1B}}.$$

$\gamma$ ) Summirung. Es ist:

$$(37) \quad \chi_{n,1} + \psi_{n,1} = \frac{1 - e^{-4n\lambda}}{1 - e^{-4\lambda}} \cdot \frac{T}{\pi K} \cdot \frac{\partial M}{\partial q} \cdot e^{-\lambda} \sin(\pi\nu) (1 + e^{-2\lambda})(Q_{1A} + Q_{1B}),$$

dabei haben  $\chi_{n,1}$  und  $\psi_{n,1}$  dasselbe Vorzeichen.

b. Der inducirende Strom findet im zweiten Leiter statt. Man führe die soeben unter  $\alpha$ ),  $\beta$ ),  $\gamma$ ) angedeuteten Operationen in diesem Falle aus, und man findet die entsprechende Summe  $(\chi_{n,2} + \psi_{n,2})$  aus (37), indem man statt  $Q_1$  überall  $Q_2$  setzt. Es ist also:

$$(38) \quad \chi_{n,2} + \psi_{n,2} = (\chi_{n,1} + \psi_{n,1}) \frac{Q_{2A} + Q_{2B}}{Q_{1A} + Q_{1B}}.$$

c. Combination der Beobachtungen. Die Summe von (37) und (38) ergibt nach (33):

$$(39) \quad \left\{ \begin{array}{l} \chi_{n,1} + \psi_{n,1} + \chi_{n,2} + \psi_{n,2} \\ = - \frac{1 - e^{-4n\lambda}}{1 - e^{-4\lambda}} (1 + e^{-2\lambda}) \frac{T}{\pi K} \cdot \frac{\partial M}{\partial q} \cdot \frac{M J_1^2}{w} e^{-\lambda} \sin(\pi\nu). \end{array} \right.$$

Zur Bestimmung von  $w$  braucht man dieselben Daten wie im § 13.

§ 16. Constante Ablenkung durch schnell aufeinanderfolgende Inductionsstösse. Folgen die Inductionen in so kurzen Intervallen aufeinander, dass dieselben zur Schwingungszeit des Apparates sehr klein sind, so erhält das Dynamometer eine neue, von der alten um einen bestimmten Winkel  $\varphi$  abgelenkte Gleichgewichtslage. Man kann dieselbe als durch die constanten Ströme  $j_1$  und  $j_2$  hervorgerufen betrachten, deren Product nach (6) und (8) durch die Relation:

$$(40) \quad j_1 j_2 1' = m \left[ (A) \int_0^{\infty} i_1 i_2 dt + (B) \int_0^{\infty} i_1 i_2 d\bar{t} \right] = m (Q_A + Q_B)$$

bestimmt ist.  $m$  bedeutet die Anzahl der Schliessungen und Ausschaltungen in der Secunde.

Hingegen ist in diesem Falle die galvanometrische Wirkung des inducirten Stromes Null, da nach (6) und (8):

$$(41) \quad m \left[ (A) \int_0^{\infty} i_2 dt + (B) \int_0^{\infty} i_2 d\bar{t} \right] = m (q_A + q_B) = 0.$$

Die Bewegungsgleichung des schwingenden Theiles ist:

$$(42) \quad K \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = j_1 j_2 \frac{\partial M}{\partial \varphi} - h^2 \varphi - k \frac{d\varphi}{dt};$$

ist Gleichgewicht eingetreten, so wird:

$$\varphi = \frac{1}{h^2} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} \cdot j_1 j_2, \text{ oder, nach (40) und (15):}$$

$$(43) \quad \varphi = \frac{T_0^2}{\pi^2 K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} m (Q_A + Q_B).$$

Bedeutet  $\varphi_1$  den constanten Ausschlag, wenn der inducirende Strom durch den ersten Leiter geht,  $\varphi_2$  dasselbe für den zweiten Leiter, so wird:

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{T_0^2}{\pi^2 K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} m (Q_{1A} + Q_{1B} + Q_{2A} + Q_{2B}),$$

oder nach (33):

$$(44) \quad \varphi_1 + \varphi_2 = - \frac{T_0^2}{\pi^2 K} m \frac{\partial M}{\partial \varphi} \cdot \frac{M J_1^2}{w}.$$

Auch dies ist ein sehr einfacher Ausdruck; die nöthigen Daten sind dieselben wie in § 11, nur kommt  $m$  hinzu.

Es möge bemerkt werden, dass man die Intervalle zwischen den aufeinander folgenden Inductionen nicht beliebig klein machen darf, sondern es muss darauf geachtet werden, dass immer die vorhergehende Induction schon vollständig aufgehört habe, und der stationäre Zustand eingetreten sei, bevor die nächste Induction beginnt.

#### VI. Vollständige Lösung der Inductionsgleichungen.

§ 17. Da es bei den bisher betrachteten Versuchen von Interesse, für die in § 16 angeführten aber nothwendig ist, den vollständigen Verlauf der Induction zu kennen, so

sei es gestattet, die vollständige Lösung der Simultan-Differentialgleichungen:

$$(2) \quad E_1 = i_1 w_1 + L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}, \quad E_2 = i_2 w_2 + N \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

im allgemeinen und für die besonderen Fälle der Schliessung und der Ausschaltung hier auszuschreiben.

a) Allgemeiner Fall. Setzt man zur Abkürzung:

$$(45) \quad \alpha = \frac{1}{2} \frac{w_1 N + w_2 L}{LN - M^2}, \quad \beta = \frac{1}{2} \frac{V(w_1 N - w_2 L)^2 + 4 w_1 w_2 M}{LN - M^2},$$

so ist die allgemeine Lösung der Gleichungen (2):

$$(46) \quad \begin{cases} i_1 = J_1 + e^{-\alpha t} \{s_1' e^{+\beta t} + s_1'' e^{-\beta t}\}, \\ i_2 = J_2 - \frac{e^{-\alpha t}}{M} \left\{ s_1' \left( L - \frac{w_1}{\alpha - \beta} \right) e^{+\beta t} + s_1'' \left( L - \frac{w_1}{\alpha + \beta} \right) e^{-\beta t} \right\}. \end{cases}$$

Hier gilt, wie in (1)  $E_1 = J_1 w_1$ ,  $E_2 = J_2 w_2$ , und sind  $J_1$  und  $J_2$  die von der Induction unabhängigen Theile der Stromintensitäten.

Ferner sind  $s_1'$  und  $s_1''$  Constante, die durch die Anfangsbedingungen der Induction bestimmt werden.

Da schliesslich  $\beta$  (45), immer reell ist, können die Exponentialausdrücke hier keine goniometrischen Functionen bedeuten, und können demnach auch keine electrischen Schwingungen stattfinden.

In unseren betrachteten Fällen, §§ 6, 7, ist immer  $E_2 = 0$ , also auch  $J_2 = 0$ , und insbesondere

b) bei Schliessung des Inductionsstromes sind die Anfangsbedingungen:

$$t = 0, \quad i_1 = 0, \quad i_2 = 0,$$

und daraus findet man:

$$(47) \quad \begin{cases} i_1 = J_1 - \frac{J_1}{2} \cdot \frac{e^{-\alpha t}}{\beta w_1} \left\{ (L(\alpha + \beta) - w_1)(\alpha - \beta) e^{+\beta t} - (L(\alpha - \beta) - w_1)(\alpha + \beta) e^{-\beta t} \right\} \\ i_2 = + \frac{J_1}{2} \cdot \frac{e^{-\alpha t}}{M \beta w_1} \left\{ L^2(\alpha^2 - \beta^2) - 4 L \alpha w_1 + w_1^2 \right\} (e^{+\beta t} - e^{-\beta t}). \end{cases}$$

c) Bei Ausschaltung der electromotorischen Kraft  $E_1$  mittels Brücke sind die Anfangsbedingungen:

$$t = 0, \quad i_1 = J_1, \quad i_2 = 0,$$

ferner ist  $E_1 = 0$ , daraus ergibt sich:

$$(48) \quad \begin{cases} i_1 = + \frac{J_1}{2} \frac{e^{-\alpha t}}{\beta w_1} \cdot \left\{ (L(\alpha + \beta) - w_1)(\alpha - \beta)e^{+\beta t} - (L(\alpha - \beta) - w_1)(\alpha + \beta)e^{-\beta t} \right\}, \\ i_2 = - \frac{J_1}{2} \frac{e^{-\alpha t}}{M\beta w_1} \left\{ L^2(\alpha^2 - \beta^2) - 4L\alpha w_1 + w_1^2 \right\} (e^{+\beta t} - e^{-\beta t}). \end{cases}$$

Die variablen Theile der Gleichungen (47) und (48) unterscheiden sich nur durch ihr Vorzeichen voneinander.

Diese Ausdrücke stellen den zeitlichen Verlauf der beiden Fälle der Induction vollständig dar. Je grösser  $\alpha$  (45), desto schneller nehmen die Intensitäten ab.

VII. Berechnung von  $M$  und  $\partial M / \partial q$  für zwei parallele, conaxiale Rollen von endlichem Querschnitte.

§ 18. Zwei Kreise. Es gilt allgemein:

$$(49) \quad \begin{cases} M = \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2, & \text{und daraus:} \\ \frac{\partial M}{\partial q} = \iint \left\{ \frac{\partial (\cos \varepsilon)}{\partial q} \cdot \frac{1}{r} + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial q} \cos \varepsilon \right\} ds_1 ds_2. \end{cases}$$

Das Dynamometer (§§ 23, 24) bestehe aus zwei parallelen Rollen, die in der Gleichgewichtslage einander parallel und conaxial sind. Die bewegliche Rolle sei um eine ausserhalb ihren Mittelpunkt liegende Axe, Mitte von  $\overline{00}$ , drehbar, die Drehungsebene senkrecht zu den Rollenebenen (Fig. 8).

Man betrachte die Rollen in erster Annäherung als Kreise von unendlich kleinem Querschnitt, die sich auf der halben Länge der Rollen befinden.

Es sei  $h$  der Abstand der beiden Kreise in der Gleichgewichtslage,  $R_1$ ,  $R_2$  ihre Radien,  $l$  der Abstand des Mittelpunktes des drehbaren Kreises von der Drehungsaxe, ferner  $\omega_1$  und  $\omega_2$  die Winkel, welche die zu den Leitelementen  $ds_1$  und  $ds_2$  gezogenen Radien  $R_1$  und  $R_2$  mit der Drehungsebene bilden; schliesslich  $\varphi$  der Ausschlag, d. i. der Winkel, den die beiden Kreisebenen miteinander bilden.

Man findet:

$$(50) \quad \begin{cases} r^2 = R_1^2 + R_2^2 + h^2 - 2R_1R_2 \cos(\omega_2 - \omega_1), \\ + 4 \sin^2 \frac{\varphi}{2} (R_1R_2 \cos \omega_1 \cos \omega_2 + l(l + R_1 \cos \omega_1 + R_2 \cos \omega_2) \\ + 2h(l + R_2 \cos \omega_2) \sin \varphi, \\ \cos \varepsilon = \cos(\omega_2 - \omega_1) - 2 \sin \omega_1 \sin \omega_2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}. \end{cases}$$

$$(51) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{1}{r} &= -\frac{1}{r^3} \left\{ \sin \varphi \left\{ R_1 R_2 \cos \omega_1 \cos \omega_2 + l(l + R_1 \cos \omega_1 + R_2 \cos \omega_2) \right\} \right. \\ &\quad \left. + h(l + R_2 \cos \omega_2) \cos \varphi \right\}, \\ \frac{\partial (\cos \varepsilon)}{\partial \varphi} &= -\sin \omega_1 \sin \omega_2 \sin \varphi. \end{aligned} \right.$$

Findet die Induction nur dann statt, wenn beide Kreise einander parallel sind, so hat man in obigen Ausdrücken  $\varphi = 0$  zu setzen; es bleibt:

$$(52) \quad \varphi = 0: \quad \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{1}{r} = -\frac{h}{r^3} (l + R_2 \cos \omega_2); \quad \frac{\partial (\cos \varepsilon)}{\partial \varphi} = 0.$$

Setzt man ferner:

$$(53) \quad \omega_2 - \omega_1 = \omega,$$

wobei nur  $\omega_2$  und  $\omega$  als Veränderliche betrachtet werden, so findet man, nachdem sich einige Glieder von  $\partial M / \partial \varphi$  auf Null reduciren:

$$(54) \quad \left\{ \begin{aligned} M &= R_1 R_2 \int_0^{2\pi} d\omega_1 \int_0^{2\pi} \frac{\cos \omega d\omega}{(R_1^2 + R_2^2 + h^2 - 2R_1 R_2 \cos \omega)^{1/2}}, \\ \frac{\partial M}{\partial \varphi} &= -R_1 R_2 h l \int_0^{2\pi} d\omega_1 \int_0^{2\pi} \frac{\cos \omega d\omega}{(R_1^2 + R_2^2 + h^2 - 2R_1 R_2 \cos \omega)^{3/2}}. \end{aligned} \right.$$

Schreibt man:

$$(55) \quad c = \frac{2\sqrt{R_1 R_2}}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + h^2}},$$

so wird:

$$(56^1) \quad \left\{ \begin{aligned} M &= 4\pi \sqrt{R_1 R_2} \left\{ \left( \frac{2}{c} - c \right) F(c) - \frac{2}{c} E(c) \right\}, \\ \frac{\partial M}{\partial \varphi} &= -\frac{\pi c h l}{\sqrt{R_1 R_2}} \left\{ \frac{2 - c^2}{1 - c^2} E(c) - 2F(c) \right\}. \end{aligned} \right.$$

§ 19. Ausdehnung auf zwei Rollen von endlichem Querschnitt. Nach Maxwell's Vorgang<sup>2)</sup> hat man den Mittelwerth der Function  $P$  so zu bestimmen, dass:

1) Den Werth von  $M$  gibt schon Maxwell 2. p. 306; auch der von  $\partial M / \partial \varphi$  findet sich sofort aus der dort für  $dM/db$  gegebenen Formel, wenn man beachtet, dass  $b = h$ , und aus (54):

$$\partial M / \partial \varphi = l (dM/dh).$$

2) Maxwell, l. c. p. 304.

$$(57) \quad \bar{P} \xi_1 \eta_1 \xi_2 \eta_2 = \int_{-\frac{\eta_2}{2}}^{+\frac{\eta_2}{2}} \int_{-\frac{\xi_2}{2}}^{+\frac{\xi_2}{2}} \int_{-\frac{\eta_1}{2}}^{+\frac{\eta_1}{2}} \int_{-\frac{\xi_1}{2}}^{+\frac{\xi_1}{2}} P d\xi_1 d\eta_1 d\xi_2 d\eta_2,$$

wo  $\xi_1, \xi_2$  die Dicke der Rollen in der Richtung des Radius,  $\eta_1, \eta_2$  die Breiten derselben in der Richtung der  $h$  bedeuten. Im gegenwärtigen Falle von vier Variablen hat man:

$$\begin{aligned} \bar{P} = P_0 + \frac{1}{24} \left\{ \xi_1^2 \frac{\partial^2 P_0}{\partial \xi_1^2} + \dots + \eta_2^2 \frac{\partial^2 P_0}{\partial \eta_2^2} \right\} \\ + \frac{1}{960} \left\{ \xi_1^4 \frac{\partial^4 P_0}{\partial \xi_1^4} + \dots + \eta_2^4 \frac{\partial^4 P_0}{\partial \eta_2^4} \right\} \\ + \frac{1}{576} \left( \xi_1^2 \eta_1^2 \frac{\partial^2 P_0}{\partial \xi_1^2 \partial \eta_1^2} + \dots + \xi_1^2 \eta_2^2 \frac{\partial^2 P_0}{\partial \xi_1^2 \partial \eta_2^2} \right) + \dots \end{aligned}$$

Sind beide Rollen sehr nahe gleich, so kann gesetzt werden:

$$\xi_1 = \xi_2 = \xi, \quad \eta_1 = \eta_2 = \eta, \quad R_1 = R_2 = R, \\ \frac{\partial^2}{\partial \eta_1^2} = \frac{\partial^2}{\partial \eta_2^2} = \frac{\partial^2}{\partial \eta^2}, \quad c^2 = \frac{4R^2}{4R^2 + h^2} \quad \text{und:}$$

$$(58) \quad \left\{ \begin{aligned} \bar{P} = P_0 + \frac{1}{12} \left\{ \xi^2 \frac{\partial^2 P_0}{\partial R^2} + \eta^2 \frac{\partial^2 P_0}{\partial h^2} \right\} \\ + \frac{1}{180} \left( \xi^4 \frac{\partial^4 P_0}{\partial R^4} + \eta^4 \frac{\partial^4 P_0}{\partial h^4} \right) + \frac{1}{144} \xi^2 \eta^2 \frac{\partial^4 P_0}{\partial R^2 \partial h^2} + \dots \end{aligned} \right.$$

Es muss bemerkt werden, dass die Quotienten nach  $R$  vorerst nach  $R_1$  oder nach  $R_2$  zu bilden sind, und erst nach erfolgter Bildung  $R_1 = R_2 = R$  zu setzen ist.

Man wende nun Gleichung (58) zur genaueren Berechnung von  $M$  und  $\partial M / \partial \varphi$  an; doch möge die Entwicklung nur bis zu den quadratischen Gliedern geschehen.<sup>1)</sup>

§ 20. Quotienten für  $M$ . Man schreibe abgekürzt:

$$(59) \quad M_0 = 4\pi \sqrt{R_1 R_2} \{ \dots \},$$

und es wird:

$$(60) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 M_0}{\partial R^2} &= -\frac{\pi}{R} \{ \dots \} + 4\pi \left( \frac{\partial c}{\partial R} + R \frac{\partial^2 c}{\partial R^2} \right) \frac{d[\dots]}{dc} + 4\pi R \frac{d^2[\dots]}{dc^2} \left( \frac{\partial c}{\partial R} \right) \\ \frac{\partial^2 M_0}{\partial h^2} &= +4\pi R \left\{ \frac{d[\dots]}{dc} \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial h^2} + \frac{d^2[\dots]}{dc^2} \cdot \left( \frac{\partial c}{\partial h} \right)^2 \right\}. \end{aligned} \right.$$

1) Für  $M$  gibt Rowland, Amer. Journ. 15. p. 331. 1878 die Entwicklung; indess stimmt nur ein Ausdruck und zwar der für  $\partial^2 M_0 / \partial h^2$  gegebene, (68) mit meiner mehrfach wiederholten Rechnung überein.

Es ist nun:

$$(61) \quad \begin{cases} \frac{\partial c}{\partial R} = \frac{h^2 c^3}{8R}, & \frac{\partial^2 c}{\partial R^2} = -\frac{c}{4R^2} - \frac{3h^2 c^5}{16R^4}, \\ \frac{\partial c}{\partial h} = -\frac{hc^3}{4R^2}, & \frac{\partial^2 c}{\partial h^2} = -\frac{c^3}{4R^2} + \frac{3h^2 c^5}{16R^4}. \end{cases}$$

Ferner:

$$(62) \quad \begin{cases} \frac{d[...]}{dc} = \left(\frac{2}{c^3} - 1\right) \frac{E(c)}{1-c^2} - \frac{2}{c^3} F(c), \\ \frac{d^2[...]}{dc^2} = \frac{-4 + 7c^2 - c^4}{c^3(1-c^2)^2} E(c) + \frac{4 - 5c^2}{c^3(1-c^2)} F(c). \end{cases}$$

§ 21. Quotienten für  $\partial M / \partial \varphi$ . Man setze:

$$(63) \quad \frac{c}{\sqrt{R_1 R_2}} = \gamma \quad \text{und zur Abkürzung:}$$

$$(64) \quad \left(\frac{\partial M}{\partial \varphi}\right)_0 = -\pi h l \gamma \{ \dots \} \quad \text{Es wird:}$$

$$(65) \quad \begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial R^2} \left(\frac{\partial M}{\partial \varphi}\right)_0 = -\pi h l \left\{ \frac{\partial^2 \gamma}{\partial R^2} \{ \dots \} + \left( 2 \frac{\partial \gamma}{\partial R} \cdot \frac{\partial c}{\partial R} \right. \right. \\ \quad \left. \left. + \gamma \frac{\partial^2 c}{\partial R^2} \right) \frac{d[...]}{dc} + \gamma \frac{d^2[...]}{dc^2} \left( \frac{\partial c}{\partial R} \right)^2 \right\}, \\ \frac{\partial^2}{\partial h^2} \left(\frac{\partial M}{\partial \varphi}\right)_0 = -\frac{\pi h l}{R} \left\{ \left( \frac{1}{h} \frac{\partial c}{\partial h} + \frac{\partial^2 c}{\partial h^2} \right) \{ \dots \} + \left( \frac{c}{h} \frac{\partial c}{\partial h} + 2 \left( \frac{\partial c}{\partial h} \right)^2 \right. \right. \\ \quad \left. \left. + c \frac{\partial^2 c}{\partial h^2} \right) \frac{d[...]}{dc} + c \frac{d^2[...]}{dc^2} \left( \frac{\partial c}{\partial h} \right)^2 \right\}. \end{cases}$$

$$(66) \quad \frac{\partial \gamma}{\partial R} = -\frac{c^3}{2R^2}, \quad \frac{\partial^2 \gamma}{\partial R^2} = +\frac{c^3}{4R^3} (3c^2 - 1).$$

$$(67) \quad \begin{cases} \frac{d[...]}{dc} = \frac{c(1+c^2)}{(1-c^2)^2} E(c) - \frac{c}{1-c^2} F(c), \\ \frac{d^2[...]}{dc^2} = \frac{1+7c^2}{(1-c^2)^3} E(c) - \frac{1+3c^2}{(1-c^2)^2} F(c). \end{cases}$$

§ 22. Werthe der Entwicklung. Setzt man ein, und kürzt man ab, so ergibt sich:

$$(68) \quad \begin{cases} \frac{\partial^2 M_0}{\partial R^2} = -\frac{\pi c}{R} \frac{E(c)}{1-c^2} \left[ 1 - \frac{h^2}{4R^2} (4 - 8c^2 + 3c^4) + \frac{h^4}{16R^4} \cdot \frac{c^2}{1-c^2} (-4 + 7c^2 - c^4) \right. \\ \quad \left. - F(c) \left[ 1 - \frac{h^2}{4R^2} (4 - 6c^2) + \frac{h^4}{16R^4} \cdot \frac{c^2}{1-c^2} (4 - 5c^2) \right] \right], \\ \frac{\partial^2 M_0}{\partial h^2} = -\frac{\pi c}{R(1-c^2)} \left\{ E(c) \left[ (2 - c^2) - \frac{h^2}{4R^2} \cdot \frac{c^2}{1-c^2} \cdot 2(1 - c^2 + c^4) \right] \right. \\ \quad \left. - F(c) \left[ 2(1 - c^2) - \frac{h^2}{4R^2} c^2 (2 - c^2) \right] \right\}, \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \left( \frac{\partial M}{\partial \varphi} \right)_0}{\partial R^2} &= - \frac{\pi h l c^3}{4 R^3} \left\{ \frac{E(c)}{(1-c^2)^2} \left[ (-3 + 8c^2 - 10c^4 + 3c^6) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - 5 \frac{h^3}{4 R^2} c^4 (1 + c^2) + \frac{h^4}{16 R^4} c^4 \frac{1 + 7c^2}{1 - c^2} \right] \right. \\
 (68) \quad &\left. - \frac{F(c)}{(1-c^2)} \left[ (-3 + 8c^2 - 6c^4) - 5 \frac{h^2}{4 R^2} c^4 + \frac{h^4}{16 R^4} c^4 \frac{1 + 3c^2}{1 - c^2} \right] \right\}, \\
 \frac{\partial^2 \left( \frac{\partial M}{\partial h^2} \right)_0}{\partial h^2} &= + \frac{\pi h l c^3}{4 R^3} \left\{ \frac{E(c)}{(1-c^2)^2} \left[ 4(1-c^2) - \frac{h^2 c^2}{4 R^2} (6 - 4c^2 + 8c^4 + \frac{c^2(1+7c^2)}{1-c^2}) \right] \right. \\
 &\quad \left. - \frac{F(c)}{1-c^2} \left[ 2(2-c^2) - \frac{h^2 c^2}{4 R^2} \left( 6 + \frac{4c^2}{1-c^2} \right) \right] \right\}.
 \end{aligned}$$

Anmerkung. Die beiden letzten Quotienten können auch bei der Berechnung der wechselseitigen ponderomotorischen Anziehung der zwei conaxialen Rollen in Richtung ihrer Axe verwendet werden, man hat dann nur den Factor  $l$  fortzulassen.

### VIII. Vorläufige Versuche.

§ 23. Art der Schliessung und Ausschaltung. Die im Nachstehenden angeführten Versuche hatten lediglich den Zweck, nachzuweisen, dass man mittelst der betrachteten Methoden schon bei gewöhnlichen Verhältnissen sehr gut messbare Ausschläge bekommt.

Vorher bleibt jedoch noch ein im § 7 erwähnter Punkt aufzuklären, nämlich wie man die Ausschaltung der electromotorischen Kraft  $E_1$  vorzunehmen habe, sodass dabei die Constante  $L$  und der Widerstand  $w_1$  des Leiters ungeändert bleibe.

Es sei (Fig. 8) die Horizontalprojection der ganzen benutzten Anordnung,  $R_2$  die bewegliche,  $R_1$  die fixe Rolle. Verbindet man  $d$  mit  $e$ , so hat man den einfach geschlossenen Leiter  $ambcdefa$ , dessen Widerstand  $w_1$  ist, und der die Inductionsconstante  $L$  besitzt. Im Moment der Schliessung bei  $de$  beginnt die Induction der Schliessung (§ 6, § 17, b). Die stationäre Intensität sei  $J_1 = E_1/w_1$ . Man schliesse nun bei  $h$ , und man hat einen zweiten geschlossenen Leiter  $deg hnd$  vom Widerstand  $w_1'$ , der mit der ersten Leitung das Stück  $de$ , dessen Widerstand verschwindend ist, gemeinsam hat. Es sei nun  $w_1'$  nach  $E_1'$  so regulirt, dass man habe:

$$(69) \quad J_1 = \frac{E_1}{w_1} = \frac{E_1'}{w_1'}$$

was immer mit Leichtigkeit erreicht werden kann.

Nun trenne man  $d$  und  $e$ , es tritt dabei, wie auch der Versuch zeigte, kein Funke auf; man hat dann einen einzigen unverzweigten Leiter  $ambcdnhgefa$ , vom Widerstande  $w_1 + w_1'$ , in dem die electromotorische Kraft  $E_1 + E_1'$  wirkt, und in welchem nach (69) die Intensität:

$$(70) \quad J = \frac{E_1 + E_1'}{w_1 + w_1'} = J_1,$$

also dieselbe, wie vorhin, auftritt.

Man wähle nun an den Leiterstücken  $ab$  und  $dg$  zwei Punkte  $m$  und  $n$  in solcher Weise, dass der Widerstand des Stückes  $mbedn$  gleich  $w_1$  sei, und verbinde sie mittelst einer Brücke  $mpn$  von verschwindendem Widerstande.

Es ist dann im geschlossenen Leiter  $mbednmpm$  im Momente der Ausschaltung von  $E_1$  und  $E_1'$  die Stromintensität  $J_1$  vorhanden, sein Widerstand ist  $w_1$ , und seine Inductionsconstante mit ganz ausserordentlicher Annäherung gleich  $L$ . Denn die Leitertheile ausserhalb der Rolle  $R_1$  haben auf den Werth von  $L$  verschwindenden Einfluss, weil ihre Theile sehr vielemal kürzer sind und weit voneinander abstehen, während für die Leitertheile der Rolle gerade das Umgekehrte gilt.

Es wird also auf diese Weise im Momente der Ausschaltung diejenige Bedingung erreicht, die der Rechnung im § 7 zu Grunde gelegt ist; im Momente, wo die Brücke  $m$  und  $n$  verbindet, beginnt die Induction der Ausschaltung, (§ 7, § 17, c). Um wieder im Leiter  $ambcdefa$  eine Schliessung hervorzubringen, öffne man, während die Brücke bei  $mpn$  geschlossen bleibt, bei  $h$ , öffne sodann die Brücke bei  $p$  und schliesse bei  $de$ . In diesem Moment beginnt wieder die Induction der Schliessung (§ 6, § 17, b). Man vermeidet auf diese Weise jede Funkenbildung im inducirenden Leiter, ausgenommen den Fall, wo die electromotive Kraft  $E_1$  sehr gross ist, und bei der Schliessung Funken überspringen, bevor die Leiterenden einander berühren.

Das Schema des soeben betrachteten Vorganges ist das folgende:

Der Anfangszustand ist der durch Fig. 8 dargestellte.

1. Niederdrücken des Tasters bei *de*. Es entsteht die Induction der Schliessung.
2. Niederdrücken des Tasters bei *h*.
3. Loslassen des Tasters bei *de*. Kein Funke.
4. Verbindung von *mn* mittelst Brücke durch Niederdrücken des Tasters bei *p*. Es entsteht die Induction der Ausschaltung.
5. Loslassen des Tasters bei *h*. Funke, aber ausserhalb des geschlossenen inducirenden Leiters *m b c d n p m*.
6. Lösung der Verbindung *mn* durch Loslassen des Tasters bei *p*. Kein Funke, kein Strom.
7. Niederdrücken des Tasters bei *de*. Es entsteht die Induction der Schliessung wie unter 1 u. s. f.

§ 24. Das Dynamometer (Fig. 8) und die erreichten Ausschläge. Die eine von zwei gleichen Rollen  $R_2$  ruhte mit verticaler Windungsfläche auf einem horizontalen Arm, welcher auf den Kupferdrähten 00 bifilar und senkrecht zum erdmagnetischen Meridian aufgehängt war, die Ebene dieser Drähte war senkrecht zur Windungsebene, um pendelartige Schwingungen um den Ort der Aufhängung zu vermeiden; das Gegengewicht  $Q$  hielt den Arm horizontal. Die andere Rolle  $R_1$  war der aufgehängten fest gegenüber gestellt und parallel und conaxial der Ruhelage der beweglichen Rolle.

Jede der Rollen hatte 34 Lagen eines im Durchschnitt etwa 0,33 mm dicken isolirten Kupferdrahtes; die erste 1056, die zweite 1058 Windungen, ihre Widerstände (nämlich 1. der inducirenden Rolle + Batterie, und 2. der inducirten Rolle) waren auf 115 Ohm abgeglichen. Ferner war für den mittleren Querschnitt beider Rollen  $R = 5,2$  cm,  $h = \frac{1}{4} R$ . Die Entfernung der Drehungsaxe vom Mittelpunkt der beweglichen Rolle:  $l = 6,8$  cm, die Schwingungszeit  $T = 15,03$  (Sec.), die Masse des aufgehängten Apparates 1380,0 g, sein Trägheitsmoment  $K = 48600$  g(cm)<sup>2</sup>. Ausserdem:

$$M \frac{\partial M}{\partial \varphi} = 2977,6 \text{ (cm)}^2 (1056)^2 (1058)^2 \text{ und } w_1 = w_2 = 115 \cdot 10^9 \frac{\text{(cm)}}{\text{(sec)}}.$$

Bei dem einfachsten Fall der einmaligen Schliessung und Ausschaltung (§ 11 (17)) ist der erreichte Ausschlag:

$$(17) \quad \Psi = \frac{T}{\pi K} \cdot M \frac{\partial M}{\partial \varphi} \frac{J_1^2}{w_2},$$

oder, bei den angeführten Werthen:

$$\Phi = 3,267 \frac{(\text{sec})^2}{(\text{g})(\text{cm})} \cdot J_1^2 (\text{Ampère}) \cdot \frac{1}{100}.$$

Während eines Versuches war  $J_1 = 0,209$  (Ampère), es war demnach zu erwarten  $\Phi = 0,00143$ , die Beobachtung ergab  $\Phi = 0,00221$ , ein für so rohe qualitative Bestimmung hinreichend übereinstimmendes Resultat, insbesondere, wenn bemerkt wird, dass in unmittelbarer Nähe der Rollen, in einer Entfernung von wenigen Decimetern, im Mauerwerke, sich die sehr bedeutenden Eisenmassen von Heizröhren befinden.

Gegenwärtige Arbeit entstand infolge der Ueberlegung, dass man bei Benutzung der ponderomotorischen Wirkungen des inducirten Stromes zur Bestimmung des Ohms sich nicht nur, wie bisher, nur auf eine Aeusserungsart derselben beschränken möge.

Vorstehende Betrachtungen sollen die theoretische Möglichkeit der dynamometrischen Messungsmethode nachweisen, und die einfachsten diesbezüglichen Verhältnisse, und zwar ohne Behandlung der Correctionen darlegen.

Ueber die wirkliche Brauchbarkeit der angedeuteten Methoden werden nur genaue Versuche entscheiden.

Ich hoffe, demnächst solche Untersuchungen ausführen zu können.

Physikal. Inst. d. Univ. Budapest, im Januar 1883.

### XIII. *Ueber die Messung localer Variationen der erdmagnetischen Horizontalintensität; von F. Kohlrausch.*

(Aus den Sitzungsber. der math.-phys. Classe d. k. bayr. Akad. d. Wiss. 1883. Heft 1, mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

Während zeitliche Aenderungen der horizontalen Componente des Erdmagnetismus, wenigstens über kürzere Zeiträume, mit fast beliebiger Schärfe gemessen werden können, fehlt es bis jetzt an einem entsprechenden Messungsmittel

für die örtlichen Veränderungen. Für den Physiker macht sich dieser Mangel besonders bei der horizontalen Intensität fühlbar.

**Schwingungsbeobachtungen.** Man kann freilich das alte Mittel anwenden, an den zu vergleichenden Punkten dieselbe Magnetnadel schwingen zu lassen. Aber diese Messung dehnt sich, wenn sie genau sein soll, über eine längere Zeit aus, welcher Umstand hier nicht nur um seiner selbst willen lästig ist, sondern ja auch deswegen schädlich wirkt, weil die zeitlichen Variationen sich mit den örtlichen mischen und daher entweder zu Ungenauigkeiten oder zu Verwicklungen führen. An zwei hinreichend weit voneinander abstehenden Punkten wird ohne Zweifel die gleichzeitige Beobachtung zweier schwingender Nadeln, welche man nachher auswechselt, am zweckmässigsten sein. Stören die Nadeln sich gegenseitig, so mag eine Controlnadel an einem dritten Orte beobachtet werden, oder man beobachtet während der Schwingungen ein Intensitätsvariometer in gleichen kurzen Intervallen und leitet hieraus die Schwankungen der Intensität für die Beobachtungszeiten ab.

Ausführbar ist die Aufgabe so ohne Zweifel, allein nur mit ziemlich grossem Aufwande. Soll der zulässige Fehler  $\frac{1}{2000}$  des Ganzen betragen, so muss das Schwingungsdauerverhältniss auf  $\frac{1}{4000}$  genau bekannt sein. Bis man dies mit Sicherheit aussagen kann, dürfte einschliesslich des Umhängens und Beruhigens mindestens eine Stunde verstreichen. Auch die Feststellung der Temperaturverhältnisse verlangt bei den grösseren Nadeln, welche für die Schwingungen gebraucht werden, beträchtliche Sorgfalt.

**Ablenkungsbeobachtungen.** Wie man mit einfacheren Mitteln in kürzerer Zeit, aber freilich auch mit geringeren Ansprüchen an die Genauigkeit zwei Orte auf ihre Horizontalintensität vergleicht, ist bekannt. Man braucht ja nur die Ablenkungswinkel zu messen, welche eine Bussole an den beiden Orten durch einen oder mehrere in bestimmter Lage zu ihr aufgestellte Magnete erfährt. Ich habe bei der Beschreibung des „compensirten Magnetometers“<sup>1)</sup> darauf

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 142. p. 547. 1871.

hingewiesen, dass dieses Instrument innerhalb des Betrages der Intensitätsschwankungen (also bis zu einem Fehler von höchstens  $\frac{1}{2}$  Procent) zu solchen Vergleichen geeignet ist.<sup>1)</sup> Durch die Anwendung einer grösseren Bussole kann diese Genauigkeit gesteigert werden, allein die letztere auf  $\frac{1}{1000}$  zu bringen, dürfte mit einer Nadel auf einer Spitze kaum ausführbar sein.

Es ist jedoch in der That möglich, durch Ablenkungen eine noch beträchtlich grössere Genauigkeit zu erzielen. Jedenfalls muss man die Nadel dann aufhängen und eine feine Winkelmessung anwenden. Nun lässt sich aber die Gauss-Poggendorff'sche Winkelmessung in ihrer gewöhnlichen Form nur auf kleinere Winkel anwenden und würde alsdann nicht viel nützen, da hier die relativen Unterschiede der Winkel in Betracht kommen. Um grössere Ablenkungen der Nadel mit Spiegel und Scala vergleichen zu können, würde man z. B. mit der Drehungsaxe der Nadel zwei gegen einander geneigte Spiegel verbinden.

#### Localvariometer für feine Messungen.

Am einfachsten und mit allen Vortheilen feiner Winkelmessung kommt man folgendermassen zum Ziele. Man gibt der Nadel zwei um  $180^\circ$  verschiedene Spiegel, was am leichtesten durch einen beiderseitig polirten magnetisirten Stahlspiegel erreicht wird, und legt die ablenkenden Magnete so um, dass die Nadel sich dabei um nahe  $180^\circ$  dreht. Die kleinen Abweichungen von  $180^\circ$ , welche dann je nach der Stärke des Erdmagnetismus verschieden gross sein werden, lassen sich mit Fernrohr und Scala messen.

Um dies zu erreichen, habe ich mich des kürzlich beschriebenen „Intensitätsvariometers mit vier Ablenkungsstäben“<sup>2)</sup> bedient, welches nur einer unbedeutenden Ergänzung zu dem vorliegenden Zwecke bedarf. Da das Instrument alsdann als gewöhnliches Magnetometer, als Instrument für

1) Einwände, welche H. Hellmann gegen diese Behauptung erhoben hat, sind von H. Strouhal, wie ich glaube, in bindender Weise zurückgewiesen worden. Carl Repert. 17. p. 345. 1881.

2) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 15. p. 545. 1882.

die zeitlichen und für die örtlichen Variationen der Horizontalintensität gebraucht werden kann, so verdient es den Namen Universalmagnetometer.<sup>1)</sup>

Als Localvariometer gebraucht man das Instrument in folgender Weise. Man stellt dasselbe an dem einen Vergleichsorte mit nordsüdlich gerichteter Dämpferaxe auf, orientirt mit den Fusschrauben und mit der Fadensuspensionschraube die Nadel in die Mitte des Dämpfers und sucht diejenige Stellung des drehbaren Rahmens, welcher die Ablenkungsstäbe trägt, in der die Nadel senkrecht zum magnetischen Meridiane steht, z. B. mit dem Nordpol nach Osten. Den Meridian liefert hierbei hinreichend genau eine gewöhnliche nicht zu kurze Magnetnadel, deren Richtung die Verbindungslinie vom Aufstellungsorte nach dem Fernrohr gibt. Ueber ein anderes sehr einfaches Verfahren der Meridianbestimmung mit dem Instrumente selbst vergleiche weiter unten. Eine Genauigkeit von  $\frac{1}{2}$  Grad genügt für alle Zwecke.

Diese Stellung des Rahmens wird durch einen an dem festen Kreis befindlichen und einen an den Rahmen selbst anzuschraubenden Anschlag fixirt. Man dreht nun den Rahmen von diesem Anschlage auf die andere Seite, bis die zweite spiegelnde Fläche der Nadel nahe die gleiche Einstellung des Scalenbildes ergibt, d. h. bis der Nordpol der Nadel sich nach Westen gerichtet hat. Diese zweite Stellung des Rahmens wird durch einen zweiten Anschlag fixirt. Zwischen den beiden Anschlägen kann nun der Rahmen mit seinen Ablenkungsstäben hin und her gedreht werden und liefert, so lange die Horizontalintensität dieselbe ist, an einer gleich weit entfernten Ablesescala immer denselben kleinen Unterschied der Nadeleinstellungen.

Zugleich kann auf der Kreistheilung des Variometers

1) Schraubt man den einen Arm des Rahmens ab, stellt den letzteren selbst symmetrisch zum Dämpfer und orientirt die Dämpferaxe ostwestlich, so kann man das magnetische Moment sehr kleiner Stäbe mittelst der Theilungen auf den beiden jetzt ostwestlich gerichteten Armen durch Ablenkungen bestimmen, was mit einem Maassstabe aus freier Hand nicht leicht ist, da kleine Entfernungen von der Nadel nicht sicher bestimmt werden können.

der constante Drehungswinkel  $2\varphi$  des Rahmens bis auf etwa  $0,1^\circ$  abgelesen werden.

Es ist von Vortheil, dass das von den vier Magneten gelieferte magnetische Feld in der Nachbarschaft ihres Mittelpunktes sehr constant ist, sodass Verschiebungen der Nadel um einige Zehntelmillimeter gestattet sind. Um grössere Abweichungen bei der Aufstellung des Variometers an verschiedenen Orten zu verhüten, dient eine mit dem Instrument verbundene Dosenlibelle.

Das ganze Verfahren ist nun das folgende. An dem einen Vergleichsorte stellt man das Instrument in der vorhin angegebenen Weise auf, während der Rahmen an dem einen Anschläge liegt. An einem Fernrohr mit Scala wird die Nadeleinstellung abgelesen. Dann dreht man bis zu dem anderen Anschläge und liest wiederum die Einstellung ab. Der Unterschied beider Einstellungen betrage  $n$  Scalentheile, und zwar so gezählt, dass man diejenige Einstellung als Minuendus nimmt, bei welcher einer Vermehrung der Intensität eine Zunahme der Scaleneinstellung entspricht. Bei der gewöhnlichen Anordnung ist dies diejenige Stellung, bei welcher der Nordpol der Nadel nach Westen zeigt.

Ganz dieselbe Operation wird nun an dem zweiten Vergleichsorte ausgeführt, und es werde hierbei ein ebenso gezählter Unterschied von  $n'$  Scalentheilen zwischen beiden Einstellungen gefunden.

Ist  $2\varphi$  der Drehungswinkel des Rahmens,  $A$  der Scalenabstand bei beiden Beobachtungen, so berechnet sich das Intensitätsverhältniss an beiden Orten:

$$\frac{H'}{H} = 1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi}{4A} (n' - n),$$

oder:

$$(I) \quad \frac{H' - H}{H} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{4A} (n' - n).$$

Sollten die Scalenabstände nicht gleich sein, sondern am einen Orte  $A$ , am anderen  $A'$  betragen haben, so wäre:

$$\frac{H' - H}{H} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{4} \left( \frac{n'}{A'} - \frac{n}{A} \right).$$

## Theorie des Localvariometers.

Es ist nothwendig, die Ansprüche an die Genauigkeit der Orientirung kennen zu lernen, deswegen nehmen wir auf einen Fehler in der Aufstellung Rücksicht.

Es sei  $I$  die Intensität des magnetischen Feldes, welches die vier Ablenkungsstäbe allein in ihrem Mittelpunkte erzeugen würden. Die Richtung von  $I$  bilde mit der Südrichtung des magnetischen Meridians den Winkel  $\varphi + \delta$ , wo also  $\delta$  den Orientirungsfehler vorstellt.  $H$  sei die erdmagnetische Componente. Durch das Zusammenwirken von  $I$  und  $H$  erhalte die Nadel eine Stellung, welche wir durch den (kleinen) Winkel  $\varsigma$  definiren, welchen die Nordaxe der Nadel mit der erdmagnetischen Ostwestrichtung bildet.  $\varsigma$  sei nach Norden positiv gezählt. Dann ist offenbar:

$$\frac{H}{I} = \frac{\cos(\varphi + \delta - \varsigma)}{\cos \varsigma}.$$

Indem wir nach  $\delta$  und  $\varsigma$  in Reihen entwickeln und höhere Glieder als die quadratischen vernachlässigen, erhalten wir hierfür:

$$(1) \quad \frac{H}{I} = \cos \varphi \left[ 1 + (\varsigma - \delta) \operatorname{tg} \varphi + \delta \varsigma - \frac{\delta^2}{2} \right].$$

Nun werde der Rahmen um  $2\varphi$  gedreht, sodass die Richtung von  $I$  jetzt mit dem Meridian auf der entgegengesetzten Seite den Winkel  $\varphi - \delta$  bildet. Die Nadel stelle sich auf den wie oben definirten Winkel  $\varsigma_1$  ein, wobei sie also eine Drehung um  $\pi + \varsigma + \varsigma_1$  ausführt. Dann ist wie oben:

$$(2) \quad \frac{H}{I} = \cos \varphi \left[ 1 + (\varsigma_1 + \delta) \operatorname{tg} \varphi - \delta \varsigma_1 - \frac{\delta^2}{2} \right].$$

Die Addition von (1) und (2) liefert:

$$(3) \quad \frac{H}{I} = \cos \varphi \left[ 1 + \frac{\varsigma + \varsigma_1}{2} \operatorname{tg} \varphi + \frac{\varsigma - \varsigma_1}{2} \delta - \frac{\delta^2}{2} \right].$$

Wegen der Gleichheit der Ausdrücke 1 und 2 hat man offenbar auch:

$$(\varsigma - \varsigma_1) \operatorname{tg} \varphi + \delta(\varsigma + \varsigma_1) = 2\delta \operatorname{tg} \varphi$$

und, da  $\delta$ ,  $\varsigma$  und  $\varsigma_1$  klein sind, auch nahe:

$$\varsigma - \varsigma_1 = 2\delta.$$

Setzt man diesen Werth in (3) ein, so kann man schreiben:

$$\frac{H}{I} = \cos \varphi \left[ 1 + \frac{s + s_1}{2} \operatorname{tg} \varphi + \frac{\delta^2}{2} \right].$$

So lange also  $\frac{1}{2}\delta^2$  zu vernachlässigen ist ( $\delta = 0,01$  oder  $0,6$  Grad gibt  $\frac{1}{2}\delta^2 = \frac{1}{20000}$ ), so hat man:

$$(4) \quad \frac{H}{I} = \cos \varphi \left( 1 + \frac{s + s_1}{2} \operatorname{tg} \varphi \right) = \cos \varphi \left( 1 + \frac{n}{4A} \operatorname{tg} \varphi \right).$$

$A$  bedeutet den Scalenabstand, und  $\frac{1}{2}(s + s_1)$  ist so klein vorausgesetzt, dass man die beobachteten Einstellungs-differenzen dem Winkel proportional annehmen kann.

Eine eben solche Beobachtungsreihe liefere an der anderen Station den Einstellungsunterschied  $n'$ , also:

$$(5) \quad \frac{H}{I} = \cos \varphi \left( 1 + \frac{n'}{4A} \operatorname{tg} \varphi \right).$$

Die Division von (4) und (5) gibt unter Vernachlässigung höherer Potenzen den obigen Ausdruck:

$$\frac{H'}{H} = 1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi}{4A} (n' - n).$$

Der Factor von  $n' - n$  ist der Werth eines Scalentheiles in Bruchtheilen des Erdmagnetismus. Der Scalenwerth steht also mit  $\operatorname{tg} \varphi$  im Verhältniss und lässt sich beliebig reguliren, da  $\varphi$  um so kleiner wird, je grösser man den Abstand der Magnete gewählt hat.<sup>1)</sup>  $\varphi = 20^\circ$  und  $A = 2500$  mm liefern den Werth des Scalentheiles  $= 0,000\,036$ , also eine Empfindlichkeit, welche alle Bedürfnisse übersteigt. Der zehnte Theil davon ist für die meisten Fälle noch vollkommen ausreichend.

Nimmt man den Scalenabstand gleich  $\frac{1}{4}$  m, so kann man die Scala fest mit dem Variometer verbinden und hat also ein Instrument, welches sehr bequem transportabel ist.

Man kann noch die Frage stellen, welchen Fehler eine Unsicherheit im Anschläge des Rahmens bewirkt. Die Frage beantwortet sich sehr einfach. Denn wenn man von Correctionen absieht, so lautet die Formel (1):

$$H = I(\cos \varphi + s \sin \varphi).$$

Ändert sich  $\varphi$  um  $d\varphi$  und  $s$  hierdurch um  $ds$ , so muss sein:

1) Vgl. F. Kohlrausch, Wied. Ann. 15. p. 546. 1882.

$$\cos \varphi + \xi \sin \varphi = \cos(\varphi + d\varphi) + (\xi + d\xi) \sin(\varphi + d\varphi)$$

$$\text{oder: } 0 = (-\sin \varphi + \xi \cos \varphi) d\varphi + \sin \varphi : d\xi.$$

Da  $\xi$  selbst klein ist, folgt hieraus nahe:

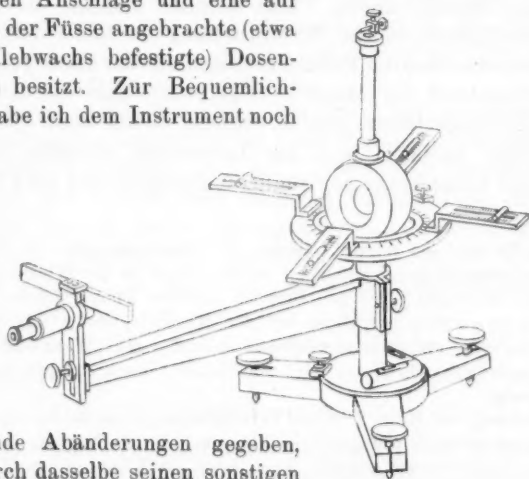
$$(6) \quad d\xi = d\varphi.$$

Ein bei dem Anlegen des Rahmens begangener Fehler bewirkt also einen ebenso grossen Fehler in der Einstellung der Nadel. Je empfindlicher das Instrument gestellt ist, desto kleiner wird der Fehler des Resultates.

Nach meinen Erfahrungen kommen diese Fehler gar nicht in Betracht.

#### Praktische Ausführung.

Die Messungen lassen sich ohne weiteres mit dem beschriebenen Variometer<sup>1)</sup> ausführen, wenn dasselbe die erwähnten Anschläge und eine auf einem der Füsse angebrachte (etwa mit Klebwachs befestigte) Dosenlibelle besitzt. Zur Bequemlichkeit habe ich dem Instrument noch



folgende Abänderungen gegeben, wodurch dasselbe seinen sonstigen Zwecken durchaus erhalten bleibt.

Behufs der Orientirung zum Meridian ist die Säule in dem Fusse drehbar und wird mittelst einer Scheibe geklemmt. Diese Scheibe trägt zwei zu einander senkrechte kleine Wasserwagen. Ferner sitzt an der Säule ein (abnehmbarer) dreh-

1) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 15. p. 545. 1882. Taf. VIII, Fig. 5 u. 6.

und klemmbarer Arm als Träger eines kleinen Fernrohres nebst Millimeterscala, welche letztere sich in 250 mm Abstand vor der spiegelnden Magnetnadel befindet, sodass  $4A = 1000$  ist. Fernrohr und Scala können verstellt oder auch ganz entfernt werden, falls man mit einer weiter abstehenden Scala beobachten will.

Die Libellen sind corrigirbar und werden so justirt, dass sie einspielen, wenn die Nadel mitten im Dämpfer schwebt. Der Aufhängefaden erhält eine solche Länge, dass die Nadel oben und unten gleich weit vom Dämpfer absteht.

Auch in der neuen Form ist das Variometer von Hrn. Eug. Hartmann in Würzburg ausgeführt worden.

Orientirung zum Meridian. Die richtige Stellung lässt sich in überraschend einfacher Weise ohne eine anderweitige Bussole finden. Man benutzt nämlich die grosse Empfindlichkeit, welche die Einstellung der Nadel unter dem Zusammenwirken des Erdmagnetismus und der etwas grösseren Directionskraft der Magnete zeigt, wenn man die letzteren dem Erdmagnetismus gerade entgegenwirken lässt.<sup>1)</sup>

Also, nachdem man das Instrument ungefähr richtig, d. h. die Dämpferaxe nordsüdlich aufgestellt, und die Libellen

1) Es sei  $\delta$  der Winkel, welchen die Directionskraft  $I$  der Magnete mit der magnetischen Südrichtung macht. Dann ist der Winkel  $\gamma$ , unter welchem die Nadel gegen den Meridian zur Ruhe kommt, gegeben durch  $I : H = \sin \gamma : \sin (\gamma - \delta)$  oder bei der Kleinheit von  $\delta$  und  $\gamma$  auch  $I : H = \gamma : (\gamma - \delta)$ . Hieraus folgt  $\gamma : \delta = I : (I - H)$ . Wenn also  $I$  nur wenig grösser ist als  $H$ , so wird ein Fehler  $\delta$  durch ein weit grösseres  $\gamma$  angezeigt.

Richtung der Kraft  $I$  ist die Verbindungslinie der beiden aus erster Hauptlage wirkenden Magnete des Rahmens. Da die Magnete hohl sind, so kann man bequem visiren. Auch wenn die Richtung von  $I$  wegen einer nicht ganz richtigen Stellung der Magnete mit der Richtung der Visirlinie nicht ganz genau zusammenfiel, so würde nur ein geringer Fehler entstehen. Zur Controle braucht man übrigens nur den Rahmen um  $180^\circ$  zu drehen, sodass  $H$  und  $I$  jetzt beide nach Norden wirken, um zu sehen, ob die Nadel sich nun wieder in die Visirlinie einstellt.

Diese Bemerkungen und die im Text gegebene Orientierungsmethode beziehen sich natürlich auch auf den Gebrauch des Instrumentes als Zeitvariometer.

zum Einspielen gebracht hat, stellt man nun den Rahmen derartig, dass die Nadelrichtung mit der Visirlinie über oder durch die der Nadel zugewendeten Magnete zusammenfällt. In dieser Stellung wird die Nadel eine grosse Schwingungsdauer haben und wird auf eine kleine Verstellung des Rahmens durch eine viel grössere eigene Bewegung reagieren. Es wird für die Folge bequem sein, wenn diese Rahmenstellung genau dem Nullpunkte der Kreistheilung entspricht, was man durch Drehung des Instrumentes erreicht.

Nun weiss man, dass in dieser Stellung die Krafrichtung des Rahmens mit dem Meridian zusammenfällt. Der Winkel  $\varphi$  ist nach beiden Seiten gleich gross zu nehmen, und zwar so gross, dass das Fernrohr für beide Stellungen des Rahmens nahe denselben Scalenthail anzeigt. Das Ausprobiren dieser Rahmenstellungen lässt sich sehr schnell ausführen, wenn man berücksichtigt, dass in der Nachbarschaft des richtigen  $\varphi$  Nadel- und Rahmendrehung gleich gross sind (vgl. p. 137, Formel 6).

Nachdem die Anschläge fixirt sind, beobachtet man den Einstellungsunterschied  $n$  für beide Anschlagstellungen.

Ebenso bestimmt man den Unterschied  $n'$  für die andere Station und rechnet dann nach der Formel (I) p. 134.

Es braucht kaum hervorgehoben zu werden, dass die einmalige Fixirung der Anschläge auch für die Folge so lange genügt, als nicht die Ablenkungsmagnete oder der Erdmagnetismus sich wesentlich ändern.

Ueber einige Vorsichtsmaassregeln siehe den folgenden Abschnitt.

#### Temperatureinfluss.

Die Directionskraft  $I$  der Magnete ändert sich mit der Temperatur, wegen der Abnahme des Stabmagnetismus mit der Wärme und zum kleineren Theil auch wegen der Ausdehnung des Rahmens. Beide Einflüsse getrennt zu bestimmen, würde umständlich und zwecklos sein. Wir fassen dieselben zusammen, indem wir annehmen, dass, wenn  $I$  der Temperatur  $t$  entspricht, für  $t'$  gelte:

$$I' = I[1 + \mu(t - t')].$$

Vorausgesetzt zuerst, dass  $\mu$  bekannt sei, so wird, wenn  $t$  die Beobachtungstemperatur für die eine,  $t'$  für die andere Station war (p. 136, Gl. (4 u. 5)):

$$\frac{H}{I} = \cos \varphi \left( 1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi}{4A} n \right),$$

$$\frac{H}{I[1 + \mu(t - t')]} = \cos \varphi \left( 1 + \frac{\operatorname{tg} \varphi}{4A} n \right), \quad \text{woraus:}$$

$$(II) \quad \frac{H' - H}{H} = (n' - n) \frac{\operatorname{tg} \varphi}{4A} + \mu(t - t').$$

Ohne Zweifel liegt die Hauptschwierigkeit bei den Vergleichen in den Temperaturschwankungen<sup>1)</sup>, welche deswegen sorgfältig berücksichtigt werden müssen. Es ist z. B. durchaus anzurathen, dass die mit dem Instrument beschäftigte Hand mit einem Handschuh bekleidet sei. Hand und Körper sollen nicht länger als durchaus nothwendig in der Nähe des Instrumentes bleiben. Nach den ersten, längere Zeit beanspruchenden Orientirungen muss mit der entscheidenden Beobachtung hinreichend lange gewartet werden.

Vergleicht man innerhalb eines Raumes von derselben Temperatur, so ist ein rasches Verfahren das beste Mittel gegen diese Fehler. Also ist es gut, die beiden Plätze, an denen man beobachten will, so vorzubereiten, dass man nach dem Hinsetzen des Variometers nur die Libellen einzustellen hat. Man klebt also bei einer vorläufigen Orientirung an beiden Orten Untersätze für die Fusschrauben mit etwas Wachs in solchen Stellungen fest, dass die richtige Stellung zum Meridian ohne Drehung des Instruments durch die Fussplatten gegeben ist. Nun kann man das Instrument rasch zwischen den beiden Orten auswechseln, nöthigenfalls mehrmals, und jedes mal die Einstellungsunterschiede  $n$  durch einige Drehungen des Rahmens beobachten. Die einzelne Aufstellung sammt Beobachtungssatz wird in fünf bis sieben Minuten geschehen sein.

Haben die Vergleichspunkte verschiedene Temperatur, so stellt man neben die Magnete ein Thermometer und wartet nach der Aufstellung des Instrumentes, bis dasselbe

1) Vgl. Wild, Mélanges de St. Petersb. 1873. p. 791.

die Temperatur der Umgebung hinreichend angenommen hat, wozu im allgemeinen zehn bis fünfzehn Minuten nothwendig sein werden. 1° Temperaturfehler macht bei meinem Instrumente das Resultat um etwa 0,1 Procent fehlerhaft. Ueber die zeitlichen erdmagnetischen Schwankungen vgl. unten.

Bestimmung des Temperaturcoefficienten  $\mu$ . Zu diesem Zwecke braucht man die Messung von  $n$  nur an demselben Orte bei zwei verschiedenen Temperaturen  $t_1$  und  $t_2$  auszuführen, also etwa im Winter im geheizten und ungeheizten Zimmer. Allerdings wird diese Bestimmung einige Stunden in Anspruch nehmen, weswegen auf die Variationen der erdmagnetischen Intensität Rücksicht zu nehmen ist.

Verfügt man nun nicht über ein zweites Variometer, so lässt ein solches sich leicht improvisiren. Man nimmt nämlich ein beliebiges kleines Magnetometer (etwa die Nadel eines Spiegelgalvanometers) und lenkt die Nadel durch einen fest genäherten Magnet (etwa den Astasirungsmagnet des Galvanometers) um 90° ab. Dann zeigt die Nadel ja die Intensitätsvariationen an. Der Werth des Scalentheiles in Bruchtheilen der Intensität kann durch eine Vergleichung des Ganges beider Instrumente oder auch aus der Fernwirkung eines bekannten Magnets<sup>1)</sup> hinreichend genau ermittelt werden. Selbstverständlich wird das Hilfsinstrument in einem Raume von constanter Temperatur aufgestellt.

Es mögen nun gleichzeitig stattfinden die Intensität  $H_1$  und die Temperatur  $t_1$  sowie der Einstellungsunterschied  $n_1$  des Localvariometers; für eine andere Beobachtung mögen  $H_2$ ,  $t_2$ ,  $n_2$  gelten. Dann ist der Temperaturcoefficient:

$$(III) \quad \mu = \frac{1}{t_1 - t_2} \left[ (n_1 - n_2) \frac{tg g}{4A} + \frac{H_2 - H_1}{H_1} \right].$$

$(H_2 - H_1)/H_1$  liefert das Hilfsvariometer.

#### Beobachtungsbelege.

Im eisenfreien Observatorium des Physikalischen Instituts zu Würzburg wurde die Intensität im Mittelpunkt mit der-

1) Vgl. Kohlrausch, Wied. Ann. 15. p. 538. 1882, oder K. Leitfaden d. prakt. Phys. 4. Aufl. p. 171.

jenigen eines bestimmten Punktes nahe an der Backsteinwand verglichen. Die Beobachtungsplätze waren in der vorhin angegebenen Weise vorbereitet. Zwischen zwei Beobachtungen verstrichen durchschnittlich sechs Minuten. Die kleinen Aenderungen des Thermometers und eines Bifilarvariometers sind in den angegebenen  $n$  schon berücksichtigt, was jedoch bei dem gleichmässigen Gang die Resultate kaum beeinflusst.

Es war  $\varphi = 35,3^\circ$ ,  $A = 2000$  mm, also  $\operatorname{tg} \varphi / 4A = 0,000\ 089$ . Man fand:

			Mittel	
Oct. 7.	$n = 46,7, 51,0$	mm	48,8	$\frac{H'}{H} = 1,00030,$
	$n' = 52,2,$	„	52,2	
Oct. 8.	$n = 32,1, 33,6, 33,3$	„	33,0	1,00028,
	$n' = 35,3, 37,0$	„	36,1	
Oct. 9.	$n = 29,3, 30,9$	„	30,1	1,00017.
	$n' = 32,0$	„	32,0	

Die Uebereinstimmung geht auf etwa  $1/8000$  und bewährte sich auch bei anderen Vergleichen in ähnlicher Weise. Selbst wenn die Abweichungen zwei oder dreimal grösser wären, würde man das Ergebniss als ein sehr befriedigendes bezeichnen müssen, wenn man die bisherigen Schwierigkeiten solcher Vergleichen in Betracht zieht.

Der Temperaturcoefficient wurde im kalten und geheizten Zimmer bestimmt, wobei H. Strecker die gleichzeitige Beobachtung eines Bifilarvariometers ausführte. Zwischen beiden Beobachtungssätzen lag ein Zeitraum von etwa zwei Stunden. Der halbe Drehungswinkel  $\varphi$  betrug  $20,0^\circ$ , der Scalenabstand  $A$  2600 mm, woraus  $\operatorname{tg} \varphi / 4A = 0,000\ 035\ 0$ , welche Empfindlichkeit freilich überflüssig gross war. Man fand:

$$\begin{array}{lll} t_1 = 20,5^\circ & n_1 = -86,1 & \frac{H_2 - H_1}{H_1} = +0,001\ 62. \\ t_2 = 12,2^\circ & n_2 = -275,3 & \end{array}$$

Hieraus berechnet sich:

$$\mu = \frac{0,00662 + 0,00162}{8,8} = 0,00099.$$

Ein Paar von Beobachtungen mit steigender Temperatur hatte  $\mu = 0,00094$  ergeben.

Mit Rücksicht darauf, dass der Temperaturunterschied nur  $8^\circ$  betrug, ist auch dieses Resultat als ein sehr gutes zu bezeichnen.

Würzburg, December 1882.

#### XIV. *Untersuchungen über die magnet-electrischen Rotationserscheinungen; von Friedrich Koch.*

(Hierzu Taf. II Fig. 9–11).

##### I.

Die magnet-electrischen Rotationserscheinungen haben seit ihrer Entdeckung stets die Aufmerksamkeit der Physiker im hohen Grade gefesselt. Es ist dies namentlich dem Umstande zuzuschreiben, dass man auf diesem Gebiete eine experimentelle Entscheidung zwischen den verschiedenen Theorien über das Wesen der Electricität und des Magnetismus zu finden hoffte, indem durch eine Verschiedenheit dieser auch eine solche in der Auffassung der magnet-electrischen Rotationserscheinungen bedingt wird.

Hierauf bezugnehmend, sind zunächst im Folgenden diejenigen Theorien jener Erscheinungen kurz zusammengestellt, welche in Bezug auf das Wesen der Electricität und des Magnetismus auf keine andere Annahmen zurückgreifen als die durch Weber's Grundgesetz der Electrodynamik und durch das Biot-Savart'sche Gesetz charakterisirten.

Zum besseren Verständniss wird es nützlich sein, zuvor aus der grossen Reihe der angestellten Experimente eins herauszugreifen und zu beschreiben. Wir wählen dazu den bereits viel besprochenen Plücker'schen Versuch.<sup>1)</sup>

Ein hohler Kupfercylinder wird um seine Längsaxe in Rotation versetzt, während auf seiner Mantelfläche die Enden eines Leitungsdrahtes schleifen. Wird dann in den Cylinder

1) Plücker, Pogg. Ann. 87. p. 360. 1852.

ein Magnet so hinein gehalten, dass die Enden des Drahtes nicht symmetrisch liegen zum Mittelpunkt seiner Polaxe, so entsteht in der von der Mantelfläche und dem Drahte gebildeten geschlossenen Leitung ein Strom. Die Stärke dieses Stromes wird nicht geändert, wenn dem Magnet eine beliebig gerichtete Rotation um seine eigene Axe ertheilt wird. — Ist diese Rotation der des Cylinders an Richtung und Geschwindigkeit gleich, und lässt man den Cylinder ganz mit dem Magnet zusammenfallen, so hat man diejenige Anordnung des Versuchs, in welcher Weber denselben behandelt und theoretisch durch die unipolare Induction erklärt hat.<sup>1)</sup>

Wie bei dem eben beschriebenen, so zerfällt bei allen allen magnet-electrischen Versuchen die Leitung des inducirten Stromes in zwei Theile, von denen der eine *A* als linear anzusehen ist und absolut festliegt, während der andere *B* sich in einem oder mehreren körperlichen Leitern befindet.

In Bezug auf das Verhalten der in *B* befindlichen Leitung sind zwei einander gegenüberstehende Voraussetzungen gemacht worden.

Im Widerspruch mit der jetzt allgemein üblichen Auffassung, dass der electriche Strom an seinem Träger auch bei einer Rotation desselben haftet, nimmt Weber an, dass die in *B* befindliche lineare Leitung trotz der Rotation ihres Trägers ihre Lage im Raum ebenso wenig ändert wie der Leitertheil *A*, sodass beide einen unbeweglichen starren Leiterring bilden.

Bei dem von Weber behandelten speciellen Fall, in welchem der Leitertheil *B* in den rotirenden Magnet selbst fällt, kommt die Induction allein dadurch zu Stande, dass gewisse Molecüle des Stahlcylinders, deren jedes sich Weber mit zwei getrennten Fluidis behaftet denkt, auf ihrem Rotationswege die von jenem unbeweglichen linearen Leiterring begrenzte Fläche mit einem Pole durchbrechen mit dem anderen dagegen nicht.

Unter der Bedingung, dass der in Rotation versetzte Stahlcylinder überall gleichmässig magnetisirt ist, und dass

1) Weber, Pogg. Ann. 52. 1841.

das eine Ende der Leitung  $A$  auf seinem Mantel, das andere in seiner Axe liegt, erhält Weber für den bei einer Umdrehung des Magnets erzeugten Strom die Formel:

$$s = c \frac{\pi R^2 m}{a^3}.$$

Hierin bezeichnet  $R$  den Radius des Magnets,  $m$  den Magnetismus der einzelnen Molecularmagnete,  $a$  deren Abstand von einander und  $c$  eine Constante, deren Werth  $\epsilon(4\pi/w)$  ist, wo  $w$  den Widerstand der Stromleitung und  $r$  die Inductionsconstante bedeutet. Hiernach hängt die inducirte electromotorische Kraft nur ab von dem magnetischen Moment und dem Querschnitt des Cylinders; sie ist aber unabhängig sowohl von der Länge des Magnets als auch von der Lage der Endpunkte der ruhenden Leitung  $A$ . Weber hat zur Bestätigung seiner Theorie quantitative Versuche angestellt, die einzigen, welche bis jetzt über die magnet-electrischen Rotationserscheinungen überhaupt angestellt worden sind. Es liegt denselben folgender auf Grund obiger Formel bewiesener Satz zu Grunde:

„Der vom Magnet durch zwei Umdrehungen in einer Secunde hervorgebrachte Strom ist demjenigen gleich, welchen derselbe Magnet bei einem Wechsel in einer aus einer Umdrehung bestehenden Inductorrolle hervorbringt, vorausgesetzt, dass der Durchmesser der letzteren gegen die Länge des Cylinders sehr klein ist.“

Zur Beurtheilung der Versuche sind ausserdem noch die folgenden beiden von Weber aufgestellten Sätze von Wichtigkeit.

1. „Wenn der electriche Strom gleichzeitig auf mehreren Wegen von der Oberfläche des Cylinders zur Axe geht, auf denen allen die Induction gleich ist, so ist die Induction ebenso stark, als wenn er nur auf einem Wege hindurch geht.“

2. „Wenn unter den verschiedenen Wegen einige sind, für welche die Induction grösser, andere, für die sie kleiner ist, so wird der Strom ebenso stark sein, als wenn er auf dem letzteren Wege allein durch den Cylinder gegangen wäre.“

Infolge der ungleichmässigen Magnetisirung der Cylinderröhren treten solche Wege in der That auf, und es muss da-

her der durch zwei Umdrehungen erzeugte Strom stets kleiner ausfallen als der bei einem Wechsel in einer Umwindung inducirte. Es darf jedoch die Differenz zwischen beiden eine gewisse Grösse nicht überschreiten, wie aus Folgendem hervorgeht.

Haben wir zwei Stromzweige  $b$  und  $c$  mit den gleichgerichteten electromotorischen Kräften  $E_1$  und  $E_2$  und den Widerständen  $w_1$  und  $w_2$ , so entsteht nach den Kirchhoffschen Sätzen in dem die beiden ersteren schliessenden Zweige  $a$  ein Strom, dessen Intensität:

$$i = \frac{E_2 w_1 + E_1 w_2}{w_1 w + w_2 w + w_1 w_2}$$

ist. Es sei zuerst:

$$E_1 = E_2 = E$$

und:

$$w_1 = w_2 = w',$$

so wird:

$$i = \frac{E}{w + \frac{w}{2}}$$

oder, wenn wie im vorliegenden Falle der unipolaren Induction  $w'$  gegen  $w$  zu vernachlässigen ist:

$$i^* = \frac{E}{w}.$$

Dies ist der erste Weber'sche Satz. Ist zweitens:

$$E_2 = E_1 + e,$$

$$\text{so wird: } i^{**} = \frac{2E_1 w + ew'}{2ww' + w'^2}, \quad i^{**} = \frac{E_1 + \frac{e}{2}}{w + \frac{w'}{2}}.$$

Ist hier das Verhältniss  $E_1/e$  von derselben Ordnung wie das Verhältniss der Widerstände  $w/w'$ , so kann wieder gesetzt werden:

$$i^{**} = \frac{E_1}{w} = \frac{E}{w}.$$

Hierin ist der zweite Weber'sche Satz ausgedrückt.

Wird dagegen im extremen Falle:

$$E_1 = 0 \quad \text{und:} \quad e = E_2 = E, \quad \text{so wird:}$$

$$i^{**} = \frac{\frac{e}{2}}{w} = \frac{1}{2} \frac{E}{w} = \frac{1}{2} i$$

nicht aber, wie man aus Weber's Satz folgern sollte:

$$i^{**} = 0.$$

Träte also bei der unipolaren Induction selbst der extreme Fall ein, dass infolge der ungleichmässigen Vertheilung des Magnetismus auf einem der Stromwege gar keine Induction stattfände, so müsste doch der in der Leitung erzeugte Strom mindestens halb so gross sein, als derjenige, welcher bei ganz gleichartiger Vertheilung auftritt.

Um das Uebergewicht des Magnetismus, welches die mittleren Theile des Cylinders gegenüber den Polen besitzen, möglichst zu vertheilen, versah Weber die rotirenden Magnete beim grösseren Theil der Versuche mit magnetischen Vorlagen. Es ist ersichtlich, dass hierdurch das magnetische Moment der Stäbe um so mehr vergrössert werden musste, je schwächer sie zuvor magnetisirt, und je kürzer sie waren, und dass also auch in demselben Maasse der inducirte Strom wachsen muss.

Ausserdem wird noch durch die Bewegung der Eisentheile gegen die ruhenden Vorlagen eine Ursache für eine neue electromotorische Kraft geschaffen, welche in Rechnung gezogen werden kann.

Zur leichteren Vergleichung stellen wir nun die Resultate der Weber'schen Versuche zu der folgenden Tabelle zusammen. (Siehe p. 148).

Betrachtet man die fünfte Spalte, so findet man die den magnetischen Vorlagen zugeschriebene Wirkung bei allen Versuchen bestätigt; da dieselbe aber allgemeiner Natur und nicht gerade für die unipolare Induction charakteristisch ist, so kann die Uebereinstimmung in keiner Weise als ein experimenteller Beweis für die Richtigkeit der Theorie derselben gelten.

Die Versuche III und VI stehen im Widerspruch mit dem eben bewiesenen Satze, dass der bei ungleicher Vertheilung des Magnetismus beobachtete Strom höchstens um die Hälfte kleiner sein dürfe als der für die gleichmässige Vertheilung berechnete (Spalte 6). Die Versuche V und VII sollen bestätigen, dass die Stärke des inducirten Stromes unabhängig ist von der Länge des Weges, welchen der Strom parallel der Drehungsaxe zurücklegt, oder, was dasselbe ist, von der Länge des Magnets. Solches ist aber durch die-

Nr. des Versuchs	1. Länge Magnets in Millimetern	2. Magnet. Mom. in Millionen absoluter Einheiten	3. Wirkung verstärkt oder nicht verstärkt durch magn. Vorlagen	4. Stand des einen Endes der Leitung $\Delta$ auf dem Magnet	5. Ausschlag bei zwei Umdrehungen in einer Secunde	6. Ausschlag bei einem Wechsel in einer Secunde	7. Differenz der Reihen 5 und 6
I	269	65	verstärkt	in der Mitte	13,304	9,279	+ 4,025
II	"	108	"	"	17,820	16,178	+ 1,642
III	"	"	nicht verst.	"	7,480	16,178	— 8,698
IV	502	450	verstärkt	"	22,720	36,270	— 13,550
VI	"	"	nicht verst.	"	14,400	36,270	— 21,870
V <sup>1)</sup>	a	"	verstärkt	am entfernteren Ende . . .	13,330	—	—
	b	"	"	am zunächst liegenden Ende	13,780	—	—
				Mittel:	13,550		
VII <sup>1)</sup>	a	"	nicht verst.	am entfernteren Ende . . .	4,770	—	—
	b	"	"	am zunächst liegenden Ende	5,050	—	—
				Mittel:	4,910		

selben nicht bewiesen, denn wir werden später sehen, dass die nahezu erreichte Gleichheit der Zahlen unter *a* und *b* allein daraus erklärt werden kann, dass die gewählten Ableitungsstellen symmetrisch zum mittleren Querschnitt des Magnets lagen. Vergleicht man aber den Versuch IV mit V und VI mit VII, bei welchen immer derselbe Magnet gebraucht wurde, so muss man der Theorie entgegen schliessen, dass die Stromstärke mit abhängt von dem Stande der Ableitungsscheiben, also auch von der Länge des Magnets.

Aus dieser Vergleichung der Resultate der Theorie und der Beobachtung wird man nicht eine Uebereinstimmung beider folgern wollen, gestützt auf die classischen Beobachtungen Weber's wird man vielmehr schliessen können, dass die gegebene Theorie nicht die ganze, durch die Rotation des Magnets erzeugte electromotorische Kraft darstellt.

Da, wie bewiesen, der aus der Theorie gezogene Werth

1) Bei Versuch V und VII sind die Ausschläge, Spalte 5, ebenso wie die übrigen reducirt auf zwei Umdrehungen in einer Secunde.

der electromotorischen Kraft gegenüber dem beobachteten zu gross ausfällt, so muss die noch hinzuzufügende electromotorische Kraft der ersteren der Richtung nach entgegengesetzt sein.

In diesem Sinne ist Weber's Theorie von Hrn. Riecke<sup>1)</sup> ergänzt worden.

Die zweite, der Weber'schen direct gegenüberstehende Annahme ist die, dass der in den bewegten körperlichen Leiter *B* fallende Theil der Stromleitung an der Bewegung desselben vollkommen Theil nimmt. Es sind dann sogenannte ungeschlossene Leiterbahnen zu betrachten, und die inducirte electromotorische Kraft hängt allein ab von der Lage der Endpunkte derselben.

Diese Voraussetzung ist von Plücker<sup>2)</sup> und Neumann<sup>3)</sup> gemacht worden; in ihren weiteren Entwicklungen unterscheiden sich beide aber wesentlich dadurch, dass der erstere für die Wechselwirkung zwischen Magnetpol und Stromelement das Biot-Savart'sche Gesetz zu Grunde legt, während der letztere die Ampère'sche Hypothese acceptirt, nach welcher ein Linearmagnet ersetzt werden kann durch ein Solenoid.

Beer<sup>4)</sup> hat zuerst gezeigt, dass durch jene beiden Annahmen zwar eine Verschiedenheit der Theorie bedingt wird in Bezug auf den Sitz eines Theiles der electromotorischen Kraft, dass aber der Gesamtwertb derselben in beiden Fällen der gleiche ist.

Ausserdem hat Herr Riecke<sup>5)</sup> dargethan, dass auch seine electromagnetische Theorie unter gewissen vereinfachten Bedingungen zu denselben Resultaten führt wie die electrodynamische.

Hiernach scheint es nicht möglich zu sein, durch entsprechende Versuche eine Entscheidung für oder gegen die

1) Riecke, Wied. Ann. 1. p. 119. 1877.

2) Plücker, Pogg. Ann. 87. p. 352. 1852.

3) Neumann, Abh. der Berl. Acad. 1845.

4) Beer, Pogg. Ann. 94. p. 183. 1855.

5) Riecke, Wied. Ann. 11. p. 278. 1880.

Ampère'sche Theorie zu liefern. Auch Weber<sup>1)</sup> selbst hat später anerkannt, dass bei der Erklärung der von ihm untersuchten Rotationserscheinungen die Theorie der unipolaren Induction vollständig ersetzt werden kann durch eine rein electrodynamische Theorie.

Die besprochenen Entwicklungen behandeln entweder von allen Rotationserscheinungen nur den einen speciellen Fall der unipolaren Induction, oder sie geben ganz allgemeine Formeln für die Induction eines Magnets auf eine beliebig bewegte Leitung. Im Folgenden sind dagegen gerade die magnet-electrischen Rotationserscheinungen erörtert, und es ist versucht worden, eine möglichst allgemein gültige Formel aufzustellen und diese an dem speciellen Falle des Weber'schen Versuches experimentell zu bestätigen.

Zunächst sind einige Sätze über Induction entwickelt, welche uns später von Nutzen sein werden.

## II.

a. Das Potential zweier geschlossener Ströme ( $is$ ) und ( $i'\sigma$ ) auf einander lässt sich darstellen durch die Formel<sup>2)</sup>:

$$Q = \int \frac{ii'}{r} d\left(\frac{r}{ds}\right) ds d\sigma = \int \frac{dd}{dn dn'} \left(\frac{ii'}{q}\right) d\lambda d\lambda'.$$

Hier sind  $\lambda$  und  $\lambda'$  irgend zwei Flächen, welche die Stromleitungen  $s$  und  $\sigma$  zur Begrenzung haben,  $dn$  und  $dn'$  die positiven Normalen derselben für die Elemente  $d\lambda$  und  $d\lambda'$ ,  $q$  die Entfernung je zweier solcher Flächenelemente, resp. zweier Punkte  $(xyz)$  und  $(\xi\eta\zeta)$ , welche in ihnen liegen, positiv gerechnet in der Richtung von  $(\xi\eta\zeta)$  nach  $(xyz)$ ; die Integration ist über beide Flächen auszudehnen. Als positive Normale und positive Seite einer von einem Strome umflossenen Fläche wollen wir immer diejenige bezeichnen, welche eine mit dem Strome schwimmende und nach dem Innern desselben schauende menschliche Figur markirt mit ausgestreckter Linken.

1) Weber, Wied. Ann. 11. p. 417. 1880.

2) Vgl. E. Schering Preisschrift: „Zur mathematischen Theorie electrischer Ströme“ p. 3.

Ist der eine Strom ( $i s \lambda$ ) unendlich klein, so wird das Potential desselben auf den anderen:

$$Q = i i' \lambda \frac{d}{d n} \int \frac{d \left( \frac{1}{r} \right)}{d n'} d \lambda'.$$

Das Integral:

$$K = \int \frac{d \left( \frac{1}{r} \right)}{d n'} d \lambda'$$

ist das Maass für die Kegelöffnung oder den körperlichen Winkel, unter welchem die Curve  $\sigma$  vom Punkte  $(xyz)$  aus erscheint.

Bewegt sich dieser Punkt in einer stetigen Curve, so ändert sich im allgemeinen auch der Werth der Kegelöffnung in stetiger Weise. Es tritt jedoch eine Discontinuität ein, wenn der Punkt  $xyz$  die Fläche  $\lambda'$  durchbricht.

Der Strom  $i' \sigma$  sei eben, und die Fläche  $\lambda'$  das umschlossene Stück der durch ihn gelegten Ebene. Geschieht dann der Durchgang in der Richtung der positiven Normale von  $\lambda'$ , so springt der Werth der Kegelöffnung von  $-2\pi$  auf  $+2\pi$ , im entgegengesetzten Falle von  $+2\pi$  auf  $-2\pi$  über. In dem besonderen Falle, wo der Punkt  $xyz$  die durch den Strom gelegte Ebene weder innerhalb noch ausserhalb der Strombahn durchschneidet, sondern diese letztere gerade selbst durchbricht, erleidet die Kegelöffnung ebenfalls eine plötzliche Werthänderung, deren Grösse jedoch im allgemeinen unbestimmt ist; wir wollen sie einstweilen mit  $\varepsilon$  bezeichnen.

Hiernach ergibt sich leicht das Potential eines Solenoides auf einen geschlossenen, ebenen Strom ( $i' \sigma$ ). Befinden sich auf der Längeneinheit der Solenoidaxe  $h$  Kreisströme mit der constanten Intensität  $i$  und der constanten Stromfläche  $\lambda$ , so wird das Potential:

$$P = \lambda h i i' \int_{\alpha}^{\gamma} \frac{d(K)}{d n} d n,$$

wo  $\alpha$  dem negativen (Süd-) Pol,  $\gamma$  dem positiven (Nord-) Pol des Solenoides entspricht.

Bei der Ausführung des Integrals sind nach dem Obigen drei Fälle zu unterscheiden.

1) Das Solenoid hat keinen Punkt mit der Stromfläche  $\lambda' (\sigma i')$  gemein:

$$P = \lambda h i i' [K_y - K_x].$$

2) Das Solenoid durchbricht die Stromfläche  $\lambda'$ , und zwar entweder in positiver oder negativer Richtung, d. h. so, dass die positiven Normalen  $dn$  und  $dn'$  entweder gleich oder entgegengesetzt gerichtet sind. Im ersteren Falle wird:

$$(a) \quad P = \lambda h i i' [K_y - K_x - 4\pi],$$

im zweiten:

$$(b) \quad P = \lambda h i i' [K_y - K_x + 4\pi].$$

3) Das Solenoid geht gerade durch die Randcurve  $\sigma$ :

$$(a) \quad P = \lambda h i i' [K_y - K_x - \epsilon],$$

$$(b) \quad P = \lambda h i i' [K_y - K_x + \epsilon].$$

Aus diesen Formeln ergibt sich, dass das Potential eines Solenoides auf einen geschlossenen Strom mit abhängt von der Lage und Gestalt seiner Axe. Wir werden naturgemäss annehmen, dass in allen Fällen die Axe mit der Verbindungsgeraden der Pole zusammenfällt.

Für die Anwendungen, welche wir im Folgenden von den obigen Formeln machen werden, genügt es, dieselben unter den speciellen Annahmen weiter zu entwickeln, dass der Strom  $\sigma i'$  einen Kreis bildet, und dass das Solenoid auf dessen Ebene senkrecht steht.

Es lässt sich dann beweisen, dass das Potential des Solenoides auf den Strom stets durch denselben analytischen Ausdruck dargestellt wird, welche Lage beide auch zu einander haben mögen, d. h. welche der unter 1—3 gegebenen Formeln auch anzuwenden sein wird. Es war:

$$K = \int \frac{d\left(\frac{1}{\varrho}\right)}{dn'} d\lambda', \quad \text{wo } \varrho = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}.$$

Demnach ist:

$$\begin{aligned} \frac{d\left(\frac{1}{\varrho}\right)}{dn'} &= \frac{d\left(\frac{1}{\varrho}\right)}{d\xi} \frac{d\xi}{dn'} + \frac{d\left(\frac{1}{\varrho}\right)}{d\eta} \frac{d\eta}{dn'} + \frac{d\left(\frac{1}{\varrho}\right)}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dn'} \\ &= \frac{1}{\varrho^3} \left\{ (x - \xi) \frac{d\xi}{dn'} + (y - \eta) \frac{d\eta}{dn'} + (z - \zeta) \frac{d\zeta}{dn'} \right\}. \end{aligned}$$

Es sind  $d\xi/dn' = \alpha$ ,  $d\eta/dn' = \beta$ ,  $d\zeta/dn' = \gamma$  die Cosinus der Winkel, welche die positiven Normalen der Elemente  $d\mathcal{K}'$  mit den positiven Richtungen der Coordinatenachsen bilden. Da alle  $d\mathcal{K}'$  in einer Ebene liegen, so sind  $\alpha, \beta, \gamma$  constant. Fällt die positive  $x$ -Axe in die Richtung der positiven Solenoidaxe, so wird  $\beta = 0$ ,  $\gamma = 0$  und  $\alpha = \pm 1$ , je nachdem die positive Normale der Kreisfläche mit der positiven Solenoidaxe gleich oder entgegengesetzt gerichtet ist. Es wird somit:

$$K = \alpha \int \frac{x - \xi}{\varrho^3} d\mathcal{K}'.$$

Um das Flächenintegral ausführen zu können, machen wir denjenigen Punkt  $p$ , in welchem die Solenoidaxe oder deren Verlängerung die Ebene des Kreises trifft, zum Anfangspunkt eines Polarcoordinatensystems, in dem der Leitstrahl  $u$  und der Winkel desselben mit der Verbindungslinie zwischen  $p$  und dem Mittelpunkt des Kreises  $\varphi$  heissen soll. (Fig. 9.) Alsdann ist:

$$d\mathcal{K}' = u du d\varphi, \quad \varrho^2 = (x - \xi)^2 + u^2,$$

und wenn  $R$  den Radius des Kreises,  $m$  den Abstand des Punktes  $p$  vom Mittelpunkt bezeichnet:

$$u = m \cos \varphi \pm \sqrt{R^2 - m^2 + m^2 \cos^2 \varphi}.$$

Das fragliche Integral nimmt die Form an:

$$K = \alpha \int_{u_0}^{u_1} \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \frac{(x - \xi) u du d\varphi}{\{(x - \xi)^2 + u^2\}^{3/2}}.$$

Hier ist die Integration nach  $u$  unmittelbar ausführbar:

$$K = -\alpha (x - \xi) \left[ \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \frac{d\varphi}{\sqrt{(x - \xi)^2 + u^2}} \right]_{u_0}^{u_1}.$$

In Bezug auf die Bestimmung der Integrationsgrenzen  $u_0, u_1$  und  $\varphi_0, \varphi_1$  sind nun drei Fälle zu betrachten, die mit denjenigen correspondiren, die wir bei der Aufstellung des Potentials unterschieden haben.

1) Der Punkt  $p$  fällt ganz innerhalb des Kreises. Dann ist:

$$u_0 = 0, \quad u_1 = m \cos \varphi + \sqrt{R^2 - m^2 + m^2 \cos^2 \varphi},$$

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \frac{\alpha(x-\xi)}{\sqrt{(x-\xi)^2}} \int_0^{2\pi} d\varphi - \alpha(x-\xi) \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + u^2}} \\
 &= \frac{\alpha(x-\xi)}{\sqrt{(x-\xi)^2}} 2\pi - \alpha(x-\xi) \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + u^2}}.
 \end{aligned}$$

Da der Ausdruck  $\sqrt{(x-\xi)^2}$  als specieller Werth der Entfernung  $\varrho$  immer positiv zu nehmen ist, so ist der Factor  $(x-\xi)/\sqrt{(x-\xi)^2} = \pm 1$ , je nachdem  $(x-\xi)$  einen positiven oder negativen Werth hat, und ist derselbe aus diesem Grunde vor dem ersten Integral belassen worden.

2) Der Punkt  $p$  liegt ausserhalb der Kreisfläche:

$$\begin{aligned}
 u_0 &= m \cos \varphi - \sqrt{R^2 - m^2 + m^2 \cos^2 \varphi}, \\
 u_1 &= m \cos \varphi + \sqrt{R^2 - m^2 + m^2 \cos^2 \varphi},
 \end{aligned}$$

$$K_2 = \alpha(x-\xi) \int_{-\varphi_1}^{+\varphi_1} \frac{d\varphi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + u^2}} - \alpha(x-\xi) \int_{-\varphi_1}^{+\varphi_1} \frac{d\varphi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + u^2}},$$

wo:

$$\varphi_1 = \arcsin \frac{R}{m}.$$

3) Der Punkt  $p$  fällt in die Kreisperipherie:

$$m = R, \quad \varphi_1 = \frac{1}{2}\pi, \quad u_0 = 0, \quad \text{und:} \quad u_1 = 2R \cos \varphi.$$

Demnach:

$$\begin{aligned}
 K_3 &= \frac{\alpha(x-\xi)}{\sqrt{(x-\xi)^2}} \int_{-1/2\pi}^{+1/2\pi} d\varphi - \alpha(x-\xi) \int_{-1/2\pi}^{+1/2\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + 4R^2 \cos^2 \varphi}}, \\
 &= \frac{\alpha(x-\xi)}{\sqrt{(x-\xi)^2}} \pi - \alpha(x-\xi) \int_0^{\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + 4R^2 \sin^2 \varphi}}.
 \end{aligned}$$

In diesen Ausdruck geht auch  $K_1$  über, wenn daselbst die Integrale von  $-\frac{1}{2}\pi$  bis  $\frac{1}{2}\pi$  genommen werden.

Wir wollen jetzt den Winkel  $\varphi$  durch den zugehörigen Centriwinkel  $\psi$  ersetzen, welchen letzteren wir von demjenigen Radius an rechnen werden, der der Verbindungslinie  $m$  diametral gegenüber liegt.

Für den dritten Fall ergibt sich sofort, wegen:

$$\varphi = \frac{1}{2}\psi,$$

$$K_3^* = \frac{\alpha(x-\xi)}{\sqrt{(x-\xi)^2}} \pi - \alpha(x-\xi) \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{d\psi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + 4R^2 \sin^2 \frac{1}{2}\psi}}.$$

Für die Fälle (1) und (2) führen wir den Cosinus  $i$  des Winkels ein, welchen der wachsende Leitstrahl  $u$  mit dem wachsenden Radius  $R$  bildet. Bezeichnet:

$$ds = R d\psi$$

das Element der Kreisperipherie, so ist:

$$d\varphi = \pm \frac{i}{u} ds = \pm \frac{i}{u} R d\psi.$$

Hier ist das positive oder negative Vorzeichen zu nehmen, jenachdem der Leitstrahl die Kreisperipherie von innen nach aussen oder von aussen nach innen durchschneidet, d. h. aber es ist:

$$d\varphi = + \frac{i}{u_1} R d\psi, \quad d\varphi = - \frac{i}{u_0} R d\psi.$$

Ferner:

$$u^2 = m^2 + R^2 - 2mR \cos \psi, \quad i = \frac{R - m \cos \psi}{u}.$$

Durch Einsetzung dieser Werthe erhalten wir:

$$K_1^* = \frac{\alpha(x-\xi)}{\sqrt{(x-\xi)^2}} 2\pi - \alpha(x-\xi) \int_0^{2\pi} \frac{i}{u} \frac{R d\psi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + u^2}},$$

$$K_2^* = -\alpha(x-\xi) \int_0^{2\pi} \frac{i}{u} \frac{R d\psi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + u^2}}.$$

Bezeichnen wir das in beiden Ausdrücken vorkommende Integral mit  $V$ , so ist:

$$K_1^* = \frac{\alpha(x-\xi)}{\sqrt{(x-\xi)^2}} 2\pi - \alpha(x-\xi) V, \quad K_2^* = -\alpha(x-\xi) V.$$

Das Integral  $V$  enthält auch dasjenige als speciellen Fall, welches in  $K_3^*$  vorkommt. Denn für  $m = R$  wird:

$$V = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{d\psi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + 4R^2 \sin^2 \frac{1}{2}\psi}}.$$

Demnach ist:

$$K_3^* = \frac{\alpha(x-\xi)}{\sqrt{(x-\xi)^2}} \pi - \alpha(x-\xi) V.$$

Aus dieser Formel ergibt sich auch der Werth, welchen die Kegelöffnung bei dem Eintritt des Punktes  $xyz$  in die Randcurve  $\sigma$  annimmt.

Für  $\lim(x - \xi) = \pm 0$  werden alle Glieder, als deren Summe das Integral:

$$\alpha(x - \xi) V = \left[ \frac{\alpha(x - \xi)}{V(x - \xi)^2} \int_0^{2\pi} \frac{d\psi}{\sqrt{1 + \frac{4R^2 \sin^2 \frac{1}{2}\psi}{(x - \xi)^2}}} \right]_{\lim x = \xi}$$

aufzufassen ist, gleich Null mit Ausnahme des ersten und letzten. Den Beitrag aber, den diese liefern, kann man so klein machen, als man will, und erhält somit:

$$K_{\lim x = \xi} = \pm \pi,$$

je nachdem der Punkt an der positiven oder negativen Seite der Kreisfläche liegt.

In den Formeln, welche wir für das Potential  $P$  unter (3a) und (3b) angegeben haben, ist daher die Constante:

$$\varepsilon = 2\pi$$

zu setzen.

Gehen wir nun mit den Werthen  $K_1^* K_2^* K_3^*$  in die entsprechenden Formeln für  $P_1 P_2 P_3$  ein, so folgt unter Berücksichtigung der Bestimmungen, welche wir über die Factoren  $\alpha$  und  $(x - \xi)/V(x - \xi)^2$  getroffen haben, dass in allen Fällen das Potential des Solenoides ( $\alpha\gamma$ ) auf den ebenen, zu seiner Axe senkrechten Kreisstrom ( $\sigma i'$ ) dargestellt wird durch die Formel:

$$P = \lambda h i' \alpha \{ [(x - \xi) V]_r - [(x - \xi) V]_s \},$$

wo:

$$V = R \int_0^{2\pi} \frac{d\psi}{\sqrt{(x - \xi)^2 + u^2}},$$

$$= R \int_0^{2\pi} \frac{(R - m \cos \psi) d\psi}{(R^2 + m^2 - 2mR \cos \psi) \sqrt{(x - \xi)^2 + R^2 + m^2 - 2mR \cos \psi}}.$$

b. In der schon erwähnten Preisschrift: „Zur mathematischen Theorie electrischer Ströme“ leitet Hr. Prof. Schering aus dem Weber'schen Grundgesetz für die electromotorische Kraft, welche zwei bewegte Stromelemente aufeinander ausüben, den folgenden Ausdruck her:

$$(1) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{ddE}{ds ds'} &= \frac{d}{dt} \left( p \frac{ds}{dt} \right) - \frac{dd(q+u)}{ds ds'} - \frac{d}{ds} \left( p \frac{ds}{dt} - \frac{u}{r} \frac{dr}{ds} \right) \\ &\quad - \frac{d}{ds'} \left( p \frac{ds ds'}{dt} + \frac{u}{r} \frac{dr}{ds} \right), \end{aligned} \right.$$

wo zur Abkürzung gesetzt ist:

$$\begin{aligned} u &= \frac{8ee'}{cc} \left( \frac{dr}{dw} \frac{dw}{dt} \frac{ds}{dt} + \frac{dr}{dw'} \frac{dw'}{dt} \frac{ds}{dt} \right), \\ p &= \frac{8ee'}{cc} \frac{1}{r} \frac{d \left( r \frac{dr}{ds} \right)}{ds} = \frac{8ee'}{cc} \left( \frac{ddr}{ds ds'} + \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} \right) \\ \frac{ddg}{ds ds'} &= \frac{8ee'}{cc} \frac{ddr}{ds ds'} \frac{dds}{dt dt} = \frac{dd}{ds ds'} \left( \frac{8ee'}{cc} r \frac{dds}{dt dt} \right). \end{aligned}$$

Hier bedeuten  $w$  und  $w'$  zwei nur von der Zeit abhängige Parameter, durch welche die Bewegung und Formveränderung der Leiter  $s$  und  $s'$  bestimmt ist. Die Quotienten  $ds/dt$  und  $ds'/dt$  stellen die Geschwindigkeiten dar, mit welchen die Electricitäten sich in den Leitern fortbewegen, wobei  $ds$  und  $ds'$  positiv zu zählen sind für die Richtung der positiven Electricität. Sonst bedeuten  $ds$  und  $ds'$  überall die von der Zeit unabhängigen Längen der Leiterelemente.

Die Gleichung (1) mit  $ds ds'$  multiplicirt und nach  $ds ds'$  integrirt, gibt die in der Zeit  $dt$  inducirte electromotorische Kraft.

Sind die Stromleitungen  $s$  einfach geschlossen, so verschwinden die Integrale des zweiten und dritten Gliedes, da die Differentialausdrücke keine Discontinuität auf dem Integrationswege erleiden. Sind  $s_0'$  und  $s_1'$  die Endpunkte des ungeschlossenen Leiters  $s'$ , so wird:

$$(2) \quad Edt = \sum_s \sum_{s'} \frac{d}{dt} \left( p \frac{ds}{dt} \right) ds ds' dt - \sum \left[ p \frac{ds}{dt} \frac{ds'}{dt} + \frac{u}{r} \frac{dr}{ds} \right]_{s_0'}^{s_1'} ds dt.$$

Wir machen nun ferner die Annahme, dass der inducirende Kreisstrom  $s$  weder seine Lage, noch seine Gestalt ändere, und dass in dem inducirten Leitersegment  $s'$  ursprünglich kein Strom vorhanden ist. Dann haben wir  $dw/dt = 0$  und  $ds'/dt = 0$  zu setzen. Führen wir mit Rücksicht hierauf die Werthe von  $p$  und  $u$  in die letzte Gleichung ein und integriren nach  $dt$  von  $t_0$  bis  $t_1$ , so folgt:

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} E dt &= \sum_s \sum_{s'} \left[ \frac{8ee'}{cc} \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} \frac{ds}{dt} ds ds' \right]_{t_0}^{t_1} \\ &- \int_{t_0}^{t_1} \sum_s \left[ \frac{8ee'}{cc} \frac{1}{r} \frac{dr}{dw'} \frac{ds}{dt} \frac{dr}{ds} \frac{dw'}{dt} ds dt \right]_{s_0'}^{s_1'} \end{aligned} \right.$$

Proponiren wir endlich, dass der in  $s$  vorhandene Strom constant sei, und setzen:

$$e \frac{2V}{c} \frac{ds}{dt} = i \text{ und } e' \frac{2V}{c} = \varepsilon,$$

und integriren im zweiten Gliede statt über  $dt$  über  $dw'$ , so erhalten wir:

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} E dt &= \varepsilon i \sum_s \sum_{s'=s_0'}^{s_1'} \left[ \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} ds ds' \right]_{w_0'}^{w_1'} \\ &- \varepsilon i \sum_s \int_{w_0'}^{w_1'} \left[ \frac{1}{r} \frac{dr}{dw'} \frac{dr}{ds} dw' ds \right]_{s_0'}^{s_1'} = \\ &- \varepsilon i \sum_s \left\{ \int_{s_1'}^{s_0'} \left[ \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} ds' \right]_{w_1'}^{w_0'} + \int_{w_1'}^{w_0'} \left[ \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{dw'} dw' \right]_{s_1'}^{s_0'} \right. \\ &\left. + \int_{s_0'}^{s_1'} \left[ \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} ds' \right]_{w_0'}^{w_1'} + \int_{w_0'}^{w_1'} \left[ \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{dw'} dw' \right]_{s_0'}^{s_1'} \right\} ds. \end{aligned} \right.$$

Wir wollen um zur besseren Uebersicht für  $s'$  und  $w'$  die Collectivbezeichnung  $\sigma$  einführen. Die Formel (4) kann dann in der einfachen Form geschrieben werden:

$$(5) \quad \int_{t_0}^{t_1} E dt = -\varepsilon i \sum_s \sum_{\sigma} \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{d\sigma} ds d\sigma.$$

Die Curve  $\sigma$  ist die Begrenzung derjenigen Fläche, welche von dem Leiter  $s'$  in der Zeit  $t_0 - t_1$  beschrieben worden ist. (Vgl. Fig. 10). Es ist:

$$\frac{1}{r} \frac{d \left( r \frac{dr}{ds} \right)}{ds} = \frac{1}{r} \frac{dr}{ds} \frac{dr}{d\sigma} + \frac{dr}{ds} \frac{d\sigma}{d\sigma}.$$

Mit Rücksicht darauf, dass  $s$  eine geschlossene Curve ist, folgt hieraus:

$$(6) \quad \int_{t_0}^{t_1} E dt = -\varepsilon i \sum_s \sum_{\sigma} \frac{1}{r} \frac{d \left( r \frac{dr}{d\sigma} \right)}{ds} ds d\sigma.$$

Dieser Ausdruck ist, abgesehen vom Vorzeichen, identisch mit dem electrodynamischen Potential<sup>1)</sup>, welches der geschlossene Strom (*is*) auf das Viereck  $\alpha\gamma\gamma'\alpha'$  ausübt, wenn dieses von einem Strome von der Intensität  $i'=1$  durchflossen wird.

Beschreibt der Leiter  $s'$  eine geschlossene Curve, sodass nach der Zeit  $t_1 - t_0$  die Strecke  $\alpha'\gamma'$  wieder auf  $\alpha\gamma$  fällt, so heben sich die Integrale über diese Strecken auf, weil der Strom in ihnen in entgegengesetzter Richtung fliesst. Wir erhalten aus der Formel (4) daher den Satz:

Bewegt sich ein ungeschlossener Leiter ( $ab$ ) während der Zeit  $t_1 - t_0$  in einer geschlossenen Curve, so ist die während dieser Zeit in ihm von einem ruhenden geschlossenen Strom (*is*) inducirte electromotorische Kraft, abgesehen vom Vorzeichen, gleich der Differenz derjenigen Potentiale, welche der Strom (*is*) auf die von den Endpunkten des Leiters beschriebenen Curven ausübt, beide durchflossen gedacht vom Strome Eins in ein und derselben Richtung, z. B. in der durch die Bewegung des Leiters angezeigten.<sup>2)</sup>

Dieser Satz findet unmittelbare Anwendung auf die Induction eines ruhenden Solenoides, d. i. eines Systems von unendlich kleinen geschlossenen Strömen auf einen rotirenden ungeschlossenen Leiter  $ab$ .

Bezeichnen wir mit  $P_a$  und  $P_b$  die Potentiale, welche das Solenoid auf die von den Endpunkten  $a$  und  $b$  beschriebenen Curven ausübt, letztere durchflossen gedacht von einem Strome Eins in der Fortschrittingsrichtung des Leiters, so wird die bei einem Umlauf desselben erzeugte electromotorische Kraft dargestellt durch:

$$\int_{t_0}^{t_1} E dt = \varepsilon \{ P_b - P_a \}.$$

1) Schering, Preisschrift p. 12.

2) F. Neumann, Berl. Ber. 1845.

Wenn der Leiter  $ab$  einfach um eine Axe rotirt, die derjenigen des Solenoids parallel ist, so sind die besagten Curven Kreise, deren Ebenen zur Solenoidaxe senkrecht stehen, und es gilt demnach für  $P_b$  und  $P_a$  die Formel, welche wir unter II, für das Potential  $P$  aufgestellt haben. Unter Beibehaltung der dort gewählten Bezeichnungen erhalten wir für die durch das Solenoid  $\alpha\gamma$  bei einem Umlauf des Leiters  $ab$  erzeugte electromotorische Kraft die Formel:

$$\int_{t_0}^{t_1} E dt = \alpha \lambda h i s \left[ \left\{ [(x - \xi) V]_r - [(x - \xi) V]_a \right\}_b - \left\{ [(x - \xi) V]_r - [(x - \xi) V]_a \right\}_a \right].$$

### III.

Eine genauere Untersuchung der magnet-electrischen Rotationserscheinungen in Betreff der Frage nach dem Sitz der electromotorischen Kraft wird dadurch sehr erleichtert, dass wir dem ganzen System, welches aus dem Magnet, dem bewegten körperlichen Leiter  $B$  und dem ruhenden Leitersegment  $A$  besteht, eine gemeinsame Rotation von der Art ertheilt denken, dass der Magnet dadurch zur vollkommenen Ruhe gelangt. Die durch diese gemeinschaftliche Rotation erzeugte electromotorische Kraft ist stets gleich Null zu setzen, wenn man, wie wir es thun, im Magnet Ampère'sche Molecularströme annimmt und das Weber'sche Gesetz der Electrodynamik zu Grunde legt. Aus dem letzteren folgt nämlich, wie Hr. Riecke bewiesen<sup>1)</sup>, dass die electromotorische Wirkung, welche zwei um eine gemeinsame Axe rotirende Stromelemente aufeinander ausüben, gleich Null ist. Bei dem fingirten Bewegungszustand des Systems wird also die inducirte electromotorische Kraft ebenso gross sein, wie in dem wirklichen, wenn wir nur die ganz naturgemässe Voraussetzung machen, dass in beiden Fällen der Bewegungszustand der electricen Flüssigkeiten innerhalb des körperlichen Leiters  $B$  und in Bezug auf diesen genau derselbe ist. Eine solche Vertauschung der Rotation ist auf alle

1) E. Riecke, Wied. Ann. 11. p. 278. 1880.

magnet-electrischen Erscheinungen anwendbar, mag nun die Axe der Rotation mit der des Magnets zusammenfallen oder nicht.

Wir betrachten zunächst den einfachsten Fall, in welchem der körperliche Leiter *B* mit dem Magnet starr verbunden ist oder ganz oder theilweise mit ihm zusammenfällt.

In dem fingirten Bewegungszustand wird er ebenso wie der Magnet ruhen, und da die electricen Flüssigkeiten in beiden ursprünglich keine eigene Bewegung haben, so wird eine electromotorische Kraft nur auf den rückwärts rotirenden linearen Leitertheil *A* ausgeübt.

Das Auftreten des so erzeugten primären Stromes hat gewisse secundäre Inductionswirkungen zur Folge, die wir jedoch wegen ihrer unbestimmten Natur zu vernachlässigen gezwungen sind.

Sofern es sich nur um die Hauptwirkung handelt, lassen sich auf den betrachteten speciellen Fall diejenigen allgemeineren Fälle zurückführen, in welchen der körperliche Leiter *B* nicht mit dem Magnet starr verbunden ist, sondern eine beliebige, von der des Magnets verschiedene Rotation besitzt; doch haben wir diejenigen Fälle<sup>1)</sup> auszuschließen, in welchen Magnet und Leiter zwar nicht starr, aber doch leitend mit einander verbunden sind. Die Strömungslinien in *B*, längs welchen inducirt wird, werden dann entweder in sich selbst oder durch den Leiter *A* geschlossen werden, jedenfalls werden sie alle geschlossene Curven bilden, welche mit keinem Punkte des Magnets in Berührung kommen. Nach einer Umdrehung, welche die Leiter *A* und *B* gemeinsam ausführen, werden sämtliche Curven ihre frühere Gestalt und Lage wieder angenommen haben, und aus der Anwendung des bekannten Satzes<sup>2)</sup>, dass die bei der Bewegung eines Systems von geschlossenen Leitungen gegen ein System von geschlossenen Strömen erzeugte electromotorische Kraft gleich ist der Differenz der Potentiale der End- und Anfangslage, folgt, dass durch eine hinzuzufügende gemeinsame Ro-

1) Plücker, Pogg. Ann. 87. p. 358. 1852.

2) E. Schering, Preisschrift. p. 34.

tation von  $A$  und  $B$  keinerlei Inductionswirkungen hervor-  
gebracht werden können. Es seien nun die von einander  
unabhängigen Rotationen, welche der Magnet  $M$  und die  
Leiter  $A$  und  $B$  ursprünglich besitzen, der Reihe nach  $\omega_m$ ,  
 $\omega_a$  und  $\omega_b$ . Wir ertheilen zuerst den Leitern  $A$  und  $B$  eine  
neue Rotation  $\omega_m - \omega_b$ , sodass der Leiter  $A$  die Rotation  
 $\omega_a + \omega_m - \omega_b$ , der Leiter  $B$  die Rotation  $\omega_b + \omega_m - \omega_b = \omega_m$ ,  
d. i. die des Magnets, erhält. Diesen Bewegungszustand  
können wir wiederum wie im zuerst betrachteten Falle dahin  
abändern, dass der Magnet und der Leiter  $B$  zur Ruhe ge-  
langt; wir brauchen nur dem ganzen System die Rotation  
 $-\omega_m$  zu ertheilen, sodass resultirt für  $M$  und  $B$  die Rota-  
tion  $\omega_m - \omega_m = 0$ , für  $A$  die Rotation  $\omega_a + \omega_m - \omega_b - \omega_m$   
 $= \omega_a - \omega_b$ .

Wie man sieht, hängt diese allein zur Wirkung kom-  
mende Rotation des linearen Leiters  $A$  nicht ab von  $\omega_m$ , der  
Rotation des Magnets. Hierdurch ist also auch auf ein-  
fache Weise die ihrer Zeit soviel Aufsehen erregende That-  
sache erklärt, dass die Rotation des Magnets durchaus keinen  
Einfluss ausübt auf die Stärke des inducirten Stromes.<sup>1)</sup>

Dies Verfahren, die Rotation abzuändern, ist nicht mehr  
anwendbar auf den Fall, wo der Magnet und der Leiter  $B$   
in leitender Verbindung stehen. Denn dann können die  
Strömungscurven in  $B$  ausser in sich oder durch  $A$  auch  
noch durch den Magnet geschlossen werden, und die sub-  
stituirte Rotation würde die Ursache einer neuen electro-  
motorischen Kraft werden können.

Schliessen wir diese Fälle aus, die übrigens für quanti-  
tative Versuche von geringer Bedeutung sind, so können wir  
den Schluss ziehen, dass bei den magnet-electrischen  
Rotationerscheinungen der Sitz der primären  
electromotorischen Kraft allein in den linearen  
Leitertheil  $A$  verlegt werden kann, wenn diesem bei  
ruhendem Magnet eine gewisse Rotation ertheilt  
wird.

1) Vgl. Plücker, Pogg. Ann. 87. p. 362. 1852; Edlund, Pogg. Ann.  
156. p. 251. 1875 u. 157. p. 102 u. 630. 1876; W. Weber, Pogg. Ann.  
156. p. 1. u. 151, p. 146. 1876; E. Riecke, Wied. Ann. 1. p. 110. 1877.

## IV.

Der soeben ausgesprochene Satz ist für die analytische Behandlung der magnet-electrischen Rotationerscheinungen insofern von grosser Wichtigkeit, als er beweist, dass die bei denselben von einem Magnet ausgehenden Kräfte bezogen gedacht werden können auf Punkte, die ganz ausserhalb des Magnets liegen, und dass somit auch der Gauss'sche Satz von der äquipotentialen Oberflächenvertheilung des Magnetismus angewandt werden darf.

In Bezug auf die letztere machen wir die Annahme, dass sie symmetrisch sei sowohl zur geometrischen Längsaxe als auch zum mittleren Querschnitt des als cylinderförmig vorausgesetzten Magnetstabes.

Wir können den Magnet ersetzen durch ein System von Linearmagneten, deren Axen derjenigen des Hauptmagnets parallel sind, und deren Pole symmetrisch zum mittleren Querschnitt, sämmtlich in der Oberfläche gelegen sind. Einen solchen Linearmagnet haben wir aufzufassen als eine Reihenfolge von Molecularmagneten, deren aneinander stossende Pole mit dem Magnetismus  $\pm \mu dw$  behaftet sind; hier bezeichnet  $\mu$  die Dichtigkeit des freien Magnetismus in den Oberflächenelementen  $dw$ , in welchen der Linearmagnet endigt. Diese Dichtigkeit ist als Function der Coordinaten von  $dw$  zu bestimmen.

An die Stelle eines Linearmagnets können wir nun nach der Ampère'schen Hypothese ein Solenoid setzen, das räumlich mit demselben zusammenfällt, und für welches:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} i \lambda h = \mu dw \text{ ist.}$$

Dass eine solche Substitution auch für den vorliegenden Fall der Induction gestattet ist, hat überdies Hr. Riecke<sup>1)</sup> bewiesen.

Da bei allen Rotationserscheinungen die Rotationsaxe des Systems derjenigen des Magnets parallel ist, so beschreiben die Endpunkte des Leiters  $A$  in dem fingirten Bewegungszustande Kreise, auf welchen sämmtliche Linearmagnete senkrecht stehen.

1) Riecke, Wied. Ann. 11. p. 423. 1880.

Die unter IIb für die electromotorische Kraft, welche ein ruhendes Solenoid ( $\alpha\gamma$ ) auf ein rotirendes Leitersegment ( $a\bar{b}$ ) ausübt, entwickelte Formel gilt demnach auch für jeden einzelnen Linearmagnet, wenn wir darin  $\lambda hi$  durch  $\mu dw$  ersetzen:

$$E = \varepsilon \alpha \left\{ \left[ \mu (x - \xi) V dw \right]_{\gamma} - \left[ \mu (x - \xi) V dw \right]_a \right\}_b \\ - \left\{ \left[ \mu (x - \xi) V dw \right]_{\gamma} - \left[ \mu (x - \xi) V dw \right]_a \right\}_a.$$

Um nun die electromotorische Kraft zu erhalten, welche der ganze Magnet nach einem Umlauf erzeugt hat, sind die Terme  $\gamma$  für alle Oberflächenelemente der Nordhälfte des Magnets zu bilden und zu summiren, ebenso die Terme  $\alpha$  für alle Elemente der Südhälfte.

$$\odot \quad \Sigma E = \varepsilon \alpha \sum_{dw} \left[ \left\{ \mu (x - \xi) V dw \right\}_{\gamma} - \left\{ \mu (x - \xi) V dw \right\}_a \right]_a^b.$$

Kommen mehrere Magnete gleichzeitig zur Wirkung, so gilt diese Formel für jeden einzelnen derselben, und die Gesamtwirkung wird durch Addition der einzelnen Werthe erhalten.

Unter Ausschluss der unter III erwähnten Fälle stellt demnach die Formel  $\odot$  die bei den magnet-electrischen Rotationserscheinungen durch eine Umdrehung des betreffenden rotirenden Systems erzeugte electromotorische Kraft dar.

Es ist dabei gesetzt:

$$V = R \int_0^{2\pi} \frac{(R - m \cos \psi) d\psi}{(R^2 + m^2 - 2mR \cos \psi) \sqrt{(x - \xi)^2 + R^2 + m^2 - 2mR \cos \psi}}.$$

Die erzeugte electromotorische Kraft hängt also ab:

- 1) von allen Dimensionen des inducirenden Magnets ( $\alpha\gamma$ ),
- 2) von dessen Abstand von der Drehungsaxe ( $m$ ),
- 3) von der Lage der Endpunkte der ruhenden Leitung ( $Rab$ ).

Die Folgerungen (1) und (3) stehen im Gegensatz zu denjenigen, welche Weber aus seiner Theorie zieht. Die Folgerungen (2) und (3) widersprechen zwei Versuchen, welche Plücker angestellt und beschrieben hat.<sup>1)</sup>

1) Plücker, Pogg. Ann. 87. p. 366 u. p. 355. 1852.

Es ist jedoch sehr fraglich, ob die Plücker'schen Messungen ein solches Maass der Genauigkeit besessen haben, — wegen der Veränderlichkeit des Leitungswiderstandes an den Gleitstellen ist dies zu bezweifeln, — dass man berechtigt wäre, dieselben als experimentelle Beweise für die Unrichtigkeit der obigen Formel anzusehen, und daraus solche allgemeinen Schlüsse über die Natur der magnet-electrischen Rotationserscheinungen zu ziehen, wie Plücker dies thut.<sup>1)</sup>

## V.

Um die Formel  $\odot$  experimentell prüfen zu können, ist es zunächst nöthig, in dieselbe die Werthe einzuführen, welche  $\mu$  als Function der Coordinaten des Elementes  $dw$  hat.

Eine Formel für die Vertheilung des freien Magnetismus auf der Oberfläche des Cylinders ist von Schaper<sup>2)</sup> gegeben worden.

Um dieselbe in Anwendung zu bringen, legen wir ein Coordinatensystem zu Grunde, dessen  $x$ -Axe mit der Rotationsaxe des Systems zusammenfällt und positiv gerechnet wird in die Richtung vom Südpol zum Nordpol des inducirenden Magnets; der Coordinatenanfangspunkt falle in die Ebene des mittleren Querschnitts desselben.

Die Dichtigkeit  $\mu$  des freien Magnetismus in einem Element der Mantelfläche des Cylinders, welches die Abscisse  $x$  hat, wird dargestellt durch eine Function von  $x$ , die sich in eine nach Potenzen von  $x - \xi$  fortschreitende Reihe entwickeln lässt, wo für  $\xi$  jede beliebige Abscisse genommen werden kann. Unter der Annahme, dass die Vertheilung symmetrisch zum mittleren Querschnitt des Magnets sei, kann gesetzt werden:

$$\mu = F(x) = \sum_{k=0}^{k=\infty} M_{2k+1} x^{2k+1}$$

$$\text{oder: } \mu = f(x - \xi) = \sum_{n=0}^{n=\infty} (x - \xi)^n \sum_{2k+1 \geq n}^{2k+1=\infty} M_{2k+1} \frac{1}{n!} L_{\xi}^n$$

1) Plücker, Pogg. Ann. 87. p. 356. 1852.

2) Schaper, Wied. Ann. 9. p. 41 8. 1880.

Hier bezeichnet  ${}^nL^{2k+1}$  den  $n$ . Binomialcoefficienten der  $(2k+1)$ . Potenz und  $M_{2k+1}$  gewisse, nur durch das Experiment bestimmbare Constanten.

Die Dichtigkeit des Magnetismus auf einem Element der Endflächen des Cylinders wird gegeben als eine Function seines Abstandes  $r$  von der Axe des Cylinders. Es kann z. B. gesetzt werden:

$$\mu_r = F(r) = N_0 + N_1 r^2,$$

wo  $N_0$  und  $N_1$  gleichfalls noch unbestimmte Constanten sind. Der Ausdruck, den wir durch Einführung dieser Werthe für die electromotorische Kraft erhalten, ist so complicirt, dass die Möglichkeit einer numerischen Berechnung von vornherein ausgeschlossen erscheint. Eine weitere Behandlung desselben würde also von keinem praktischen Nutzen sein, und wir beschränken dieselbe daher auf den einfachsten Fall der magnet-electrischen Rotationserscheinungen, d. h. auf den Weber'schen Versuch.

Bei demselben fällt nämlich die Axe des Magnets mit der Rotationsaxe zusammen, und somit der Anfangspunkt der Coordinaten in den Mittelpunkt des Magnets. Hierdurch wird eine bedeutende Vereinfachung der Formel herbeigeführt.

Bezeichnet  $2\varrho$  den Durchmesser des Magnets,  $2l$  seine Länge und  $\varphi$  den Winkel, welchen der nach  $dw$  führende Radius mit der positiven  $Y$ -Axe bildet, so ist das Element der Mantelfläche des Cylinders:

$$dw_m = \varrho d\varphi dx,$$

das der Endflächen:

$$dw_r = r dr d\varphi.$$

Setzen wir diese Werthe in die Formel  $\odot$  ein und führen die Integration nach  $\varphi$  aus, was geschehen kann, da  $V$  und  $\mu$  unabhängig von  $\varphi$  sind, so ergibt sich:

$$E = 4\pi \left[ \int f(x - \xi) V(x - \xi) \varrho dx \right]_r - \left[ \int f(x - \xi) V(x - \xi) \varrho dx \right]_a + \int \left[ F(r) V(x - \xi) r dr \right]_{\xi=a}^{\xi=b}.$$

Im ersten Integral sind die Integrationsgrenzen für  $x$  0 und  $+l$ , im zweiten 0 und  $-l$ , im dritten die von  $r$ , 0 und  $\rho$ . Die Werthe  $\gamma$  und  $\alpha$  beziehen sich auf den Nord- und Südpol des Magnets; die letzte Formel kann daher kürzer geschrieben werden:

$$E = \alpha \varepsilon 2\pi \left[ \rho \int_{x=-l}^{x=+l} (x-\xi) V f(x-\xi) dx + \left\{ (x-\xi) \int_{r=0}^{r=\rho} r V F(r) dr \right\} \right]_{\xi=a}^{\xi=b}.$$

In dem Integral über  $x$  ist zu setzen:

$$V = \int_0^{2\pi} \frac{(R^2 - \rho R \cos \psi)}{u^2 \sqrt{(x-\xi)^2 + u^2}} d\psi, \quad u^2 = \rho^2 + R^2 - 2\rho R \cos \psi,$$

in dem Integral über  $r$ :

$$V = \int_0^{2\pi} \frac{R^2 - r R \cos \psi}{u^2 \sqrt{(x-\xi)^2 + u^2}} d\psi, \quad u^2 = r^2 + R^2 - 2r R \cos \psi.$$

Führt man diese Werthe und diejenigen von  $f(x-\xi)$  und  $F(r)$  in die letzte Formel ein, so erkennt man, dass  $E$  ausgedrückt wird durch zwei Arten von Doppelintegralen von der Form:

$$\int_{-l}^{x=+l} \int_0^{2\pi} \frac{(x-\xi)^n (R^2 - \rho R \cos \psi) dx d\psi}{(\rho^2 + R^2 - 2\rho R \cos \psi) \sqrt{(x-\xi)^2 + \rho^2 + R^2 - 2\rho R \cos \psi}}$$

und:

$$\int_0^{r=\rho} \int_0^{2\pi} \frac{r^n (R^2 - r R \cos \psi) dr d\psi}{(r^2 + R^2 - 2r R \cos \psi) \sqrt{(x-\xi)^2 + r^2 + R^2 - 2r R \cos \psi}}.$$

Nach den langwierigen Entwicklungen, welche Schaper im zweiten Theile seiner Abhandlung<sup>1)</sup> für ganz ähnliche Integrale anstellt, erscheint die Ausführung der praktischen Rechnung unter Beibehaltung der obigen Integrale ganz unthunlich.

Um eine solche vornehmen zu können, ist es nöthig, die Formel dadurch weiter zu vereinfachen, dass wir den

1) Schaper, Wied. Ann. 9. p. 443. 1880.

Magnetismus anstatt auf der Oberfläche in der Axe des Cylinders vertheilt annehmen. Wie Hr. Riecke<sup>1)</sup> gezeigt hat, ist für den vorliegenden Fall die axiale Vertheilung des Magnetismus nur dann noch aequipotential, wenn die zweite Potenz des Magnethalbmessers vernachlässigt werden kann gegen die gleiche Potenz der Entfernung des magnetischen Theilchens von den Leiterelementen, auf welche es inducirend wirkt. Diese Bedingung wird bei Versuchen niemals ganz zu realisiren sein. Allein die günstigen Resultate, welche Schaper bei den von ihm angestellten ähnlichen Versuchen durch die gleiche Annahme erzielt hat, lassen erwarten, dass auch die hier in Frage kommenden Wirkungen des Magnetismus durch die axiale Vertheilung desselben genügend erklärt werden können, selbst wenn die obige Bedingung nur in der rohesten Annäherung erfüllt ist.

Die Formel, durch welche die Vertheilung des Magnetismus in der Axe des Cylinders dargestellt wird, ist aus derjenigen für die Oberflächervertheilung einfach dadurch abzuleiten, dass statt des Elements der Mantelfläche  $dw_m$  das Linienelement  $dx$  der Axe zu setzen ist, und dass an Stelle der durch die Function  $F(r)$  definirten Oberflächenvertheilung auf den Endflächen des Cylinders eine in den Endpunkt der Axe concentrirte magnetische Masse tritt, deren Grösse durch eine einzige Constante  $N$  bestimmt wird.

Da unter solchen Umständen  $m = 0$ , so wird:

$$V = \int_0^{2\pi} \frac{d\psi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + R^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{(x-\xi)^2 + R^2}},$$

und für die electromotorische Kraft resultirt die Formel:

$$E = \alpha \cdot 4\pi^2 \left[ \int_{-l}^{+l} \frac{(x-\xi)f(x-\xi)dx}{\sqrt{(x-\xi)^2 + R^2}} + \left\{ \frac{N(x-\xi)}{\sqrt{(x-\xi)^2 + R^2}} \right\} \right]_{\xi=-l}^{\xi=+l}.$$

Es bleibt also jetzt nur noch das einfache Integral:

$$J = \int_{-l}^{+l} \frac{(x-\xi)f(x-\xi)}{\sqrt{(x-\xi)^2 + R^2}} dx \text{ auszuführen.}$$

Setzen wir die für  $f(x-\xi)$  aufgestellte Reihe ein, so wird:

1) Riecke, Wied. Ann. 11. p. 426. 1880.

$$J = \sum_{k=0}^{k=\infty} M_{2k+1} \sum_{n=0}^{n=2k+1} n L^{2k+1} \xi^{(2k+1)-n} \int_{-l}^{+l} \frac{(x-\xi)^{n+1} dx}{V(x-\xi)^2 + R^2}.$$

Das Integral:

$$A_n = \int_{-l}^{+l} \frac{(x-\xi)^{n+1} dx}{V(x-\xi)^2 + R^2}.$$

geht vermöge der Substitution

$$x - \xi = v, \quad -(l + \xi) = v_0, \quad (l - \xi) = v_1$$

über in:

$$A_n = \int_{v_0}^{v_1} \frac{v^{n+1} dv}{Vv^2 + R^2},$$

und es ist, wenn:

$$(n+1) = 2m+1, \quad n = 2m \text{ ist,}$$

$$A_n = \left[ \frac{v^{2m}}{2m+1} \right. \\ \left. + \sum_{h=1}^{h=m} (-1)^h \frac{2m(2m-2)(2m-4) \dots (2m-2h+2)}{(2m+1)(2m-1)(2m-3) \dots (2m-2h+1)} v^{2m-2h} R^{2h} \right] \sqrt{v^2 + R^2} \Big|_{v_0}^{v_1};$$

wenn  $n+1 = 2m$ ,  $n = 2m-1$  ist,

$$A_n = \left[ \frac{v^{2m-1}}{2m} \right. \\ \left. + \sum_{h=1}^{h=m-1} (-1)^h \frac{(2m-1)(2-3)(2m-5) \dots (2m-2h+1)}{2m(2m-2)(2m-4) \dots (2m-2h)} v^{2m-2h-1} R^{2h} \right] \sqrt{v^2 + R^2} \\ + (-1)^m \frac{(2m-1)(2m-3) \dots 3}{2m(2m-2) \dots 2} R^{2m} \log \text{nat} (v + \sqrt{v^2 + R^2}) \Big|_{v_0}^{v_1}.$$

Wenn in dem Ausdruck

$$J = \sum_{k=0}^{k=\infty} M_{2k+1} \sum_{n=0}^{n=2k+1} n L^{2k+1} \xi^{2k+1-n} + A_n$$

symbolisch geschrieben wird  $A^n$  für  $A_n$ , sodass:

$$A^0 = A_0 = \int_{-l}^{+l} \frac{v dv}{Vv^2 + R^2},$$

so kann derselbe kürzer geschrieben werden:

$$J = \sum_{k=0}^{k=\infty} M_{2k+1} (A + \xi)^{2k+1},$$

und demnach wird:

$$E = \alpha \varepsilon 4 \Pi^2 \left[ \sum_{k=0}^{k=\infty} M_{2k+1} (A + \xi)^{2k+1} + \left\{ \frac{N(x - \xi)}{\sqrt{(x - \xi)^2 + R^2}} \right\} \right]_{\xi=a}^{\xi=b}$$

## VI.

Behufs Prüfung der aufgestellten Formel wurden Versuche in folgender Weise angestellt.

Ein cylindrischer Magnet vom Moment 85 042 100, dessen Länge 497 mm, und dessen Durchmesser 25 mm betrug, wurde mit Hülfe eines Wassermotors um seine horizontale Längsaxe in Rotation versetzt. Auf der Mantelfläche desselben waren zwei Kupferscheiben von verschiedenen Durchmessern leitend verschiebbar, welche während der Rotation in zwei Gefässe mit Quecksilber tauchten; diese letzteren waren durch einen Leitungsdraht verbunden. Die seitlichen Flächen der Kupferscheiben waren mit Firniss überzogen, sodass der Uebergang des Stromes zwischen den Scheiben und dem Quecksilber nur durch die äusseren Randflächen der ersteren geschehen konnte.

Auf diese Weise waren die Punkte, in welchen die ruhende und die bewegte Leitung zusammentrafen, für die Berechnung genügend genau bestimmt. Solches war nicht der Fall, wenn der Strom einerseits von der Axe des Magnets abgeleitet wurde, denn die Flächen, in welchen die rotirende Cylinderaxe die ruhenden Lager berührte, war über 50 mm lang. Es wurde aus diesem Grunde von einer axialen Ableitung des Stromes, wie Weber sie bei seinen Versuchen vornehmlich anwandte, ganz Abstand genommen.

Bei den Versuchen stand eine Kupferscheibe ( $b$ ) stets in der Mitte des Magnets. Der Durchmesser derselben war bei der ersten Versuchsreihe:

$$2 R_b = 113,90,$$

bei der zweiten:

$$2 R_b = 70,54.$$

Die andere Scheibe wurde der Reihe nach auf sechs verschiedenen Stellen der Mantelfläche des Magnets fixirt, welche Stellen nicht symmetrisch zum mittleren Querschnitt des

Magnets gelegen waren. Diese Scheibe hatte in beiden Reihen den Durchmesser:

$$2 R_a = 37,50.$$

Für jede der sechs Stellungen wurden zwei Beobachtungen gemacht, wobei die Rotationsrichtung gewechselt wurde, und aus beiden das Mittel genommen. Auf diese Weise wurden die Thermoströme eliminirt, welche vielleicht infolge der Reibung entstehen konnten; denn bei der Umkehr der Rotation wechseln die Inductionsströme ihre Richtung, die Thermoströme aber nicht. Vor und nach jeder Beobachtung wurde die Rotationsgeschwindigkeit des Magnets bestimmt, und zwar an einem Zählrade, welches mit dem die Rotation vermittelnden Triebwerk in Verbindung gesetzt war. Die Rotationsgeschwindigkeit konnte nicht ganz constant gemacht werden, sie nahm in Perioden von 10—20 Secunden ab und zu. Dies hatte ein Schwanken der Stärke des inducirten Stromes zur Folge.

Ein die Genauigkeit der Beobachtungen sehr herabsetzendes Hinderniss lag ferner in der Veränderlichkeit des Leitungswiderstandes an den Berührungsstellen der bewegten und ruhenden Leitung.

Um die aus diesen Ursachen entspringende Unregelmässigkeit des Stromes möglichst zu compensiren, wurde zur Messung die Poggendorff'sche Compensationsmethode angewandt. Als Galvanometer  $T$  diente ein dem Wiedemann'schen ähnliches Instrument, als Galvanoskop  $G$  ein Multiplicator mit astatischem Nadelpaar, beide wurden mit Spiegel, Fernrohr und Scala beobachtet; als constante electromotorische Hilfskraft wurde ein Daniell'sches Element benutzt. Um den Widerstand  $W$  zu finden, welcher in den den Schliessungsbogen beider electromotorischen Käfe gemeinsamen Zweig eingeschaltet werden musste, damit der Strom in  $G$  verschwand, wurde ein Interpolationsverfahren angewandt. Ist  $\alpha_0$  die mittlere Ruhelage in  $G$ ,  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  die auf entgegengesetzten Seiten von  $\alpha_0$  liegenden Einstellungen, welche den Widerständen  $w_1$  und  $w_2$  entsprechen, so ist der gesuchte Widerstand:

$$W = w_1 + (w_2 - w_1) \left( \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{\alpha_1 - \alpha_2} \right).$$

Sind ebenso  $\beta_1$  und  $\beta_2$  die den Widerständen  $w_1$  und  $w_2$  entsprechenden Ausschläge des Galvanometers  $T$ , so ist der zum Widerstande  $W$  gehörige Ausschlag:

$$\beta = \beta_1 + (\beta_2 - \beta_1) \left( \frac{\alpha_1 - \alpha_0}{\alpha_1 - \alpha_2} \right).$$

Dabei wurden  $\beta_1$  und  $\beta_2$  jedesmal erhalten als die halben Differenzen der durch Commutiren des Stromes erhaltenen beiderseitigen Einstellungen.

Die folgende Versuchscontrole möge das angewandte Verfahren erläutern.

### I. Reihe.

Abstand der beweglichen Scheibe von der Mitte +224 mm.  
Drehung des Magnets rechts, Zeitpunkte, nach welchen der Magnet je funfzig Umdrehungen vollendete:

4h 30' 3,3"	4h 30' 37,0"
10,0	44,0
16,8	50,9
23,9	57,6
30,4	31' 4,4

Danach mittlere Dauer von funfzig Umdrehungen 6,780".

### Galvanometer $T$ .

$$w_1 = 6,5 \text{ S.-E.}$$

Einstellungen links:			Einstellungen rechts:		
523,0			383,2	453,5	
523,2	563,5		383,9	452,7	
523,4	563,2		384,1		
		Ruhelage			Ruhelage
523,2	563,35	543,27	383,73	453,1	418,41

$$\text{Ausschlag } \beta_1 = \frac{543,27 - 418,41}{2} = 62,430.$$

### Galvanoskop $G$ .

Mittlere Ruhelage	425,1	576,9.
	426,1	

$$\text{Daraus } \alpha_0' = 501,25.$$

### Ausschläge bei den Widerständen:

$w_1 = 6,5$			$w_2 = 7,2$		
426,2	558,0	443,1	546,1	472,6	539,1
543,9	454,2	593,1	479,0	593,4	481,9
Einstellung $\alpha_1 = 493,08.$			Einstellung $\alpha_2 = 508,68.$		

Mittlere Ruhelage  $\overset{477,6}{475,2}$  529,1.

Daraus  $\alpha_0'' = 502,0$ .

$$\text{Mittel } \alpha_0 = \frac{\alpha_0' + \alpha_0''}{2} = 501,62.$$

### Galvanometer $T$ .

$$w_2 = 7,2.$$

Einstellungen links:			Einstellungen rechts:		
570,3	523,1	Ruhelage	399,8	442,3	Ruhelage
569,5	523,6		400,5	442,2	
569,6			400,9		
569,8	523,35		400,40	442,25	
		546,57.			421,32

$$\text{Ausschlag } \beta_2 = \frac{546,57 - 421,32}{2} = 62,625.$$

Zeitpunkte, nach welchen der Magnet funfzig Umdrehungen vollendete.

3h 54' 43,0''	3h 55' 3,9''
50,0	11,1
57,0	17,9
	25,0
	32,0

Daraus mittlere Dauer von funfzig Umdrehungen 7,006''.

Vor dem Versuch war dieselbe 6,780'', also während des Versuchs im Mittel 6,893''. Daher die Anzahl der Umdrehungen in einer Secunde:

$$v = \frac{50}{6,893} = 7,257.$$

Es ergibt sich nun:

$$W = 6,5 + (7,2 - 6,5) \left( \frac{493,08 - 501,62}{493,08 - 508,68} \right) = 6,878,$$

$$\beta = 62,430 + (62,625 - 62,430) \left( \frac{493,08 - 501,62}{493,08 - 508,68} \right) = 62,5353$$

und schliesslich:

$$\frac{\beta \cdot W}{v} = n = 62,5353 \cdot \frac{6,878}{7,257} = 59,2834.$$

Bezeichnet jetzt  $r$  die Entfernung des Galvanometer-  
spiegels von der Scala des Fernrohrs,  $C$  den Reductions-  
factor des Galvanometers  $T$ , so ist die bei einer Umdrehung  
in einer Secunde erzeugte electromotorische Kraft im Weber'-  
schen Maasse mit genügender Genauigkeit dargestellt durch:

$$E = \frac{9440 \times 10^6 C \beta W}{2r \quad v}.$$

Im vorliegenden Falle war  $C = 0,026\,611$ ,  $r = 3686$  mm.

Wegen der aus den mitgetheilten Gründen resultirenden Ungenauigkeit der Beobachtungen wird es vollkommen genügen, wenn wir zur Vergleichung der beobachteten und der berechneten Werthe von  $E$  in den letzteren die Reihenentwicklung beschränken auf  $k = 0$  und  $k = 1$ , sodass die Vertheilung des Magnetismus in der Axe dargestellt wird durch die Curve:

$$f(x) = M_1 x + M_3 x^3.$$

Wir haben also:

$$E = \alpha \varepsilon 4 \pi^2 \left[ M_1 \left\{ A_1 + A_0 \xi \right\} + M_3 \left\{ A_3 + 3A_2 \xi + 3A_1 \xi^2 + A_0 \xi^3 \right\} \right. \\ \left. + N \left\{ \frac{x - \xi}{V(x - \xi)^2 + R^2} \right\} \right]_{\xi=a}^{\xi=b}.$$

Bezeichnen wir die Coëfficienten von  $M_1 M_3$  und  $N$  der Reihe nach mit  $e$ ,  $f$  und  $g$ , so haben diese, da bei den Versuchen immer  $\xi = b = 0$  war, die nachstehenden Werthe:

$$e = A_{1b} - A_{1a} - A_{0a} a,$$

$$f = A_{3b} - A_{3a} - 3A_{2a} a - 3A_{1a} a^2 - A_{0a} a^3,$$

$$g = \frac{2l}{Vl^2 + R_a^2} - \frac{l - a}{V(l - a)^2 + R_a^2} - \frac{l + a}{V(l + a)^2 + R_a^2}.$$

Dabei ist:

$$A_{0a} = [V(x - a)^2 + R_a^2]_{x=-l}^{x=+l}, \quad A_{1a} = \frac{1}{2} [(x - a) V(x - a)^2 + R_a^2]_{x=-l}^{x=+l} \\ - R_a^2 \log \text{nat} ((x - a) + V(x - a)^2 + R_a^2)_{x=-l}^{x=+l}.$$

$$A_{2a} = \left[ \left\{ \frac{(x - a)^2}{3} - \frac{3}{2} R_a^2 \right\} V(x - a)^2 + R_a^2 \right]_{x=-l}^{x=+l}.$$

$$A_{3a} = \left[ \left\{ \frac{(x - a)^3}{4} - \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 2} R_a^2 (x - a) \right\} V(x - a)^2 + R_a^2 \right. \\ \left. + \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 2} R_a^4 \log \text{nat} \left\{ (x - a) + V(x - a)^2 + R_a^2 \right\} \right]_{x=-l}^{x=+l}.$$

$$A_{1b} = \frac{1}{2} \left[ x V x^2 + R_b^2 - R_b^2 \log \text{nat} (x + V x^2 + R_b^2) \right]_{x=-l}^{x=+l}.$$

$$A_{3b} = \left[ \left\{ \frac{x^2}{4} - \frac{3.1}{4.2} R_b^2 x \right\} \sqrt{x^2 + R_b^2} + \frac{3.1}{4.2} R_b^4 \log \text{nat} (x + \sqrt{x^2 + R_b^2}) \right]_{x=-l}^{x=+l}.$$

Der theoretische Werth der electromotorischen Kraft ist dann:

$$E = \alpha \varepsilon 4 \pi^2 \{ M_1 e + M_3 f + Ng \}.$$

Da wir in Folge des Wechsels der Rotationsrichtung die Richtung der inducirten Ströme ausser Acht lassen müssen, so können wir die Constante  $\alpha$  immer gleich  $+1$  setzen; die Inductionsconstante hat in Weber'schem Maasse den Werth:

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Bezeichnen wir nun die Constante:

$$\frac{2.4\pi^2.r}{\sqrt{2} 9440.10^6.C}$$

mit  $k$  und den beobachteten Werth von  $W\beta/v$  mit  $n$ , so liefert die Gleichsetzung der beiden Werthe von  $E$  die Gleichung:

$$n = k \{ M_1 e + M_3 f + Ng \}.$$

Um einfachere Zahlen zu erhalten, wollen wir noch setzen:

$$1000 k M_1 = -p, \quad 1000 k M_3 = -q,$$

$$1000 k N = -r \quad \text{und} \quad \frac{e}{1000} = a, \quad \frac{f}{1000} = b, \quad \frac{g}{1000} = c,$$

so dass die letzte Gleichung übergeht in:

$$n + ap + bq + cr = 0.$$

In jeder Versuchsreihe sind sechs solcher Gleichungen gegeben. Zur Ermittlung der passendsten Werthe der Constanten  $p, q, r$  nach der Methode der kleinsten Quadrate wurde das von Gauss in: *Disquisitio de elementis ellipt. Palladis* entwickelte Verfahren angewandt. Unter Beibehaltung der dort gewählten Symbole theilen wir aus den Rechnungen die folgenden Zahlen mit.

## Erste Reihe.

Nr.	$\xi_a$	$n$ (beob.)	$a$	$b$	$c$
1	224	60,340	44,0832	+1 179 183	+0,000 156 12
2	174	34,298	25,3391	+423 377,6	-0,000 019 32
3	124	17,840	10,7207	+ 68930,51	-0,000 038 12
4	-100	6,209	5,4119	- 7882,280	-0,000 041 21
5	-150	24,001	17,7328	+212 864,6	-0,000 031 79
6	-200	46,069	34,4816	+732 058,4	+0,000 017 61

$$[nn] = 7872,529$$

$$[nn1] = 12,791$$

$$[an] = 5768,073$$

$$[bn1] = -254 170$$

$$[bn] = 125 688 120$$

$$[cn1] = -0,000 039 398$$

$$[cn] = 0,007 869 977$$

$$[bb1] = 137 782 000 000$$

$$[aa] = 4233,050$$

$$[bc1] = 53,002$$

$$[ab] = 92 423 890$$

$$[cc1] = 0,000 000 021 229 50$$

$$[ac] = 0,005 804 5$$

$$[bb] = 2 155 754 000 000$$

$$[nn2] = 12,322$$

$$[bc] = 179,7362$$

$$[cn2] = 0,000 058 376 1$$

$$[cc] = 0,000 000 029 218 82$$

$$[cc2] = 0,000 000 000 870 68$$

Hieraus folgt als Summe der Fehlerquadrate:

$$[nn3] = 8,409$$

und als mittlerer Beobachtungsfehler:

$$\sqrt{\frac{[nn3]}{3}} = 1,67.$$

Aus den Gleichungen:

$$[cn2] + [cc2]r = 0,$$

$$[bn1] + [bb1]q + [bc1]r = 0,$$

$$[an] + [aa]p + [ab]q + [ac]r = 0$$

ergeben sich nun für die Constanten die folgenden Werthe:

$$p = -1,8741, \quad q = +0,000 027 636, \quad r = -67046,4.$$

## Zweite Reihe.

Nr.	$\xi_a$	$n$	$a$	$b$	$c$
1	224	65,925	46,87208	123 066 0	+0,000 186 81
2	174	38,562	28,12798	474 854,2	+0,000 011 37
3	124	22,709	13,50960	120 407,1	-0,000 007 43
4	-100	9,925	8,200784	43 594,33	-0,000 010 52
5	-150	26,941	20,52168	264 341,235	-0,000 001 10
6	-200	48,974	37,27049	783 535,03	+0,000 048 30

$[nn] = 9571,643$	$[nn1] = 27,989$
$[an] = 6941,03$	$[bn1] = 86990$
$[bn] = 148\,104\,090$	$[cn1] = 0,000\,150\,8$
$[cn] = 0,014\,816\,1$	$[bb1] = 144\,541\,000\,000$
$[aa] = 5048,160$	$[bc1] = 44,046$
$[ab] = 107\,651\,840$	$[cc1] = 0,000\,000\,014\,991\,57$
$[ac] = 0,010\,666\,93$	
$[bb] = 2\,440\,211\,000\,000$	$[nn2] = 27,937$
$[bc] = 271,498$	$[cn2] = 0,0\,001\,243$
$[cc] = 0,000\,000\,037\,527\,22$	$[cc2] = 0,0\,000\,000\,015\,695$

Hieraus resultirt als Summe der Fehlerquadrate  $[nn3] = 18,145$  und als mittlerer Beobachtungsfehler:

$$\sqrt{\frac{[nn3]}{3}} = 2,45.$$

Die Constanten erhalten die Werthe:

$$p = -1,7094, \quad q = +0,000\,023\,532, \quad r = -79197.$$

In den folgenden beiden Tabellen, welche die Resultate der Beobachtung und der Rechnung in übersichtlicher Anordnung enthalten, gibt die erste Spalte die Punkte der X-Axe an, auf welchen die bewegliche Scheibe bei den einzelnen Versuchen stand, die zweite und dritte enthalten die bei einer Linksdrehung und bei einer Rechtsdrehung beobachteten Werthe von  $n = W\beta/v$ , die vierte die Differenzen zwischen je zwei correspondirenden Werthen der beiden vorhergehenden, und die fünfte das Mittel aus denselben. Die sechste Spalte gibt die auf Grund der Constanten berechneten Werthe von  $n$  an, und die siebente endlich die Differenz zwischen diesen Werthen und den correspondirenden der vorhergehenden Spalte.

#### Erste Reihe.

1	2	3	4	5	6	7
$\xi_a$	$n$ beobachtet links	rechts	Differenz	Mittelwerth von $n$ beob.	$n$ berechnet	Differenz
224	61,397	59,283	+2,114	60,340	60,459	-0,119
174	34,527	34,069	+0,458	34,298	34,493	-0,195
124	17,947	17,733	+0,214	17,840	16,630	+1,210
-100	6,528	5,891	+0,637	6,209	7,597	-1,388
-150	24,433	23,569	+0,864	24,001	25,220	-1,219
-200	46,834	45,304	+1,530	46,069	45,571	+0,498

## Zweite Reihe.

1	2	3	4	5	6	7
$\xi_a$	$n$ beobachtet links	$n$ beobachtet rechts	Differenz	Mittelwerth von $n$ beob.	$n$ berechnet	Differenz
224	66,840	65,010	+1,830	65,925	65,960	-0,035
174	39,327	37,798	+1,529	38,562	37,813	+0,749
124	22,750	22,669	+0,081	22,709	19,673	+3,036
-100	9,976	9,875	+0,101	9,925	12,160	-2,235
-150	26,722	27,161	-0,439	26,941	28,673	-1,732
-200	49,680	48,268	+1,412	48,974	49,099	-0,125

Aus diesen Tabellen sowie aus der Summe der Fehlerquadrate erkennt man, dass Beobachtung und Rechnung hier nicht den wünschenswerthen Grad der Uebereinstimmung zeigen, wie z. B. bei den ganz analogen Versuchen von Schaper. Aus den früher angeführten Gründen ist man aber wohl berechtigt, die Ursache dieses Mangels allein in der Ungenauigkeit der Beobachtungen zu suchen. Diese letztere zeigt sich auch in der Grösse und Unregelmässigkeit der in Spalte 4 angegebenen Differenzen unter den Beobachtungen selbst, welche sich durch die Wirkung der Thermostrome nicht erklären lässt.

Es dürften daher wohl die folgenden Schlüsse zu ziehen sein.

1. Aus jeder der Spalten 5, sowie aus ihrer Vergleichung geht hervor, dass die bei den magnet-electrischen Rotationserscheinungen erzeugte electromotorische Kraft wesentlich abhängt von der Lage der Berührungspunkte der bewegten und ruhenden Leitung, was Weber's Theorie widerspricht, mit seinen eigenen Beobachtungen aber übereinstimmt.

2. Die in Frage kommende electromotorische Kraft wird im wesentlichen dargestellt durch die von uns aufgestellte Formel, d. h. sie hat ihren Sitz in der äusseren, mit dem Magnet nicht fest verbundenen Leitung.

3. Wenn überhaupt noch andere electromotorische Wirkungen, w. B. die von Weber angenommene, stattfinden, so sind diese doch von untergeordneter Bedeutung und können gegen die Hauptwirkung vernachlässigt werden.

Die angestellten Versuche widersprechen also wenigstens

nicht der Ansicht, welche wir (unter III) von den magnet-electrischen Rotationerscheinungen entwickelt haben.

Es erscheint nun noch wünschenswerth, auch zu untersuchen, in wie weit Weber's Beobachtungen, die ja seiner eigenen Theorie widersprechen, mit der electrodynamischen Theorie in Einklang zu bringen sind.

Hierbei können von vornherein nur diejenigen Versuche in Betracht kommen, bei welchen keine magnetischen Vorlagen in Anwendung gekommen sind, also die Versuche III, VI und VII. (Siehe Tabelle p. 148).

Zur directen Prüfung der von uns benutzten Formel (p. 174) vermittelst der mitgetheilten Ausschläge (Spalte 5) fehlt uns nicht allein die Kenntniss der Constanen  $M_1, M_3, N$ , sondern auch diejenige des Radius der angewandten Scheibe  $R_b$  [ $R_a$  ist bei allen Versuchen gleich Null, da das eine Ende des Leitungsdrahtes stets mit der Axe in Verbindung stand]. Man würde  $R_b$  aber ermitteln können durch Vergleichung der Versuche unter einander, wenn man die axiale Vertheilung des Magnetismus ersetzt durch zwei Pole, welche der Einfachheit wegen in den Endpunkten der Axe angenommen werden müssten. In unserer Formel ist dann:

$$M_1 = M_3 = 0$$

und  $N$  der in den Endpunkten concentrirt zu denkende Magnetismus. Also wird:

$$E = \alpha \varepsilon 4 \pi^2 N \left[ \left\{ \frac{x - \xi}{\sqrt{(x - \xi)^2 + R^2}} \right\} \right]_{\xi=a}^{\xi=b}$$

Die Grösse:

$$\frac{x - \xi}{\sqrt{(x - \xi)^2 + R^2}} = \theta$$

ist der Cosinus des Winkels, welchen die vom Magnetpunkte  $x$  nach der Ableitungsstelle  $\xi$  gezogene Gerade mit der Axe bildet. Bezeichnet  $+l$  das Nordende  $n$ ,  $-l$  das Südende  $s$ , so hat man<sup>1)</sup>:

$$E = \gamma \{ \theta_{bn} - \theta_{an} - \theta_{bs} + \theta_{as} \},$$

wo  $\gamma$  eine Constante.

1) E. Riecke, Wied. Ann. 9. p. 430. 1880.

Für alle Versuche ist:

$$\theta_{an} = \theta_{as} = 1.$$

Für die Versuche III und VI (Siehe Spalte 4) ist:

$$\theta_{bn} = -\theta_{bs} = \theta_m, \quad E_m = -2\gamma\theta_m = 2\gamma \frac{l}{\sqrt{l^2 - R^2}}.$$

Für den Versuch VII (Siehe Spalte 4) wird:

$$\theta_{bn} = \gamma \frac{2l}{\sqrt{4l^2 + R^2}}, \quad \theta_{bs} = 0,$$

unter der Voraussetzung, dass die axiale Ableitungsstelle dem Magnetende so nahe liegt, dass  $\xi_a = l$  gesetzt werden kann. Alsdann ist:

$$E_f = 2\gamma \frac{l}{\sqrt{4l^2 + R^2}}.$$

Gemäss den Beobachtungen (Spalte 5) hat man andererseits für die Versuche VI und VII, bei welchen derselbe Magnet zur Anwendung kam:

$$E_m = K.14,40, \quad E_f = K.4,91,$$

wo  $K$  eine gleichfalls unbekannte Constante ist.

Demnach ist auch:

$$K.14,40 = 2\gamma \frac{l}{\sqrt{l^2 + R^2}}, \quad K.4,91 = 2\gamma \frac{l}{\sqrt{4l^2 + R^2}}.$$

Durch Division dieser Gleichungen erhält man für  $R$  die Gleichung:

$$2,93 = \sqrt{\frac{4l^2 + R^2}{l^2 + R^2}},$$

woraus sich ergibt:

$$R = l \sqrt{-\frac{4,585}{7,585}}.$$

Eine Erklärung für dies gänzlich negative Resultat, wie es sich in dem imaginären Werth von  $R$  ausspricht, lässt sich sowohl in der Annahme finden, dass bei beiden Versuchen die Grössen  $K$  und  $R$  gar nicht dieselben waren, dass also eine derartige Vergleichung überhaupt nicht stattfindet, als auch darin, dass die Voraussetzungen, unter welchen wir die vereinfachte Formel erhalten haben, nicht zulässig sind. (Der Versuch, die erweiterte Formel für  $E$  anzuwenden (p. 174), führt schon bei alleiniger Berücksich-

tigung des ersten Gliedes auf eine sehr complicirte trans-  
centende Bestimmungsgleichung für  $R$ .)

Wenn Weber's exacte Beobachtungen, uns einerseits  
nicht zur Bestätigung der electrodynamischen Theorie der  
magnet-electrischen Rotationserscheinungen dienen können,  
so brauchen wir aus dem obigen Resultat andererseits nicht  
zu folgern, dass ein Widerspruch zwischen beiden besteht.

Die von uns aus unseren Beobachtungen gezogenen  
Schlüsse behalten daher im vollen Maasse ihre Gültigkeit.

Anhangsweise sei hier noch die Vertheilung des Magne-  
tismus in der Axe des Cylinders, wie sie sich auf Grund  
der gefundenen Constanten ergibt, kurz betrachtet. Wir  
greifen dabei auf die von Schaper gegebenen Formeln  
zurück.

Der Quotient  $g$ , mit welchem die Constanten  $M_1$ ,  $M_3$ ,  $N$   
zu multipliciren sind, um sie auf absolutes magnetisches Maass  
zu reduciren, ist bestimmt durch die Gleichung:

$$\text{Mag. Mom.} = g \left\{ \int_{-l}^l x f(x) dx + 2lN \right\}.$$

Aus derselben resultirt in unserem Falle der Werth:

$$g = \frac{1000 k \text{ Mag. Mom.}}{2l \left\{ \frac{pl^3}{3} + \frac{ql^4}{5} + r \right\}}.$$

Die Gleichung:

$$2\lambda \left\{ \int_0^l f(x) dx + N \right\} = \int_{-l}^l x^3 f(x) dx + 2l^3 N,$$

welche die Distanz  $2\lambda$  der Massenmittelpunkte der magneti-  
schen Massen feststellt, nimmt die Form an:

$$\lambda = l \frac{\frac{pl^3}{3} + \frac{ql^4}{5} + r}{\frac{pl^3}{2} + \frac{ql^4}{4} + r}.$$

Endlich ist die Entfernung  $2A$  der mit dem Magnet  
äquivalenten Pole<sup>1)</sup> voneinander zu entnehmen aus der Gleichung:

1) E. Riecke, Wied. Ann. 8. p. 299. 1879.

$$2A^2 \left\{ \int_0^1 x f(x) dx + lN \right\} = \int_{-1}^1 x^3 f(x) dx + 2^3 N.$$

Aus derselben ergibt sich für den vorliegenden Fall:

$$A = \pm l \sqrt{\frac{\frac{pl^3}{5} + \frac{ql^4}{7} + r}{\frac{pl^3}{3} + \frac{ql^4}{5} + r}}.$$

Bei Einsetzung der betreffenden Werthe in diese Gleichungen resultiren nun folgende Zahlen:

I. Reihe.	II. Reihe.
$g = 1,657$	$g = 1,368$
$\lambda = 213,15$	$\lambda = 218,77$
$A = 234,27$	$A = 236,69$

Halbe Länge des Magnets  $l = 248,5$ .

Die Curve:

$$\mu = f(x) = \sum_{k=0}^{k=\infty} M_{2k+1} x^{2k+1},$$

welche die Vertheilung des Magnetismus in der Axe darstellt, erhält die Form:

$$\mu = \frac{g}{1000k} x \{p + qx^2\}.$$

Mit Hülfe derselben sind die folgenden Werthe berechnet:

$x$	I. Reihe $\mu_1$	II. Reihe $\mu_2$	Differenz
0	0	0	0
10	37,85	30,28	+ 6,53
30	112,28	89,86	+22,42
50	182,66	146,43	+36,23
70	246,32	197,99	+48,33
100	323,35	261,55	+61,80
130	370,21	302,58	+67,63
150	380,18	314,05	+66,13
180	356,60	302,45	+54,15
200	311,13	271,82	+39,31
220	238,80	222,69	+16,11
248,5	84,29	113,01	-28,72

Nach dieser Tabelle sind in der Fig. 11 die  $x$  als Abscissen, die entsprechenden  $\mu$  als Ordinaten eingetragen. Die resultirenden Curven sind ebenso wie die von Schaper

erhaltenen concav gegen die  $x$ -Axe, sie weichen von denselben aber wesentlich ab in Betreff der Lage ihres Maximums.

Zufolge der Gleichung:

$$\frac{d\mu}{dx} = p + 3qx^2 = 0$$

liegt dieses für  $\mu_1$  bei:

$$x_m = 150,34,$$

für  $\mu_2$  bei

$$x_m = 155,61.$$

Bei Schaper's Curven liegt dagegen das Maximum in der Nähe des Axenendes. Aus dieser Abweichung ist wiederum der auch von Schaper gemachte Schluss zu ziehen, dass für jede specielle Wirkung des Magnetismus auch eine besondere axiale Vertheilung angenommen werden muss.

Die mitgetheilten Versuche wurden im physikalischen Laboratorium zu Göttingen ausgeführt, dessen Apparate mir Hr. Prof. Riecke freundlichst zur Verfügung stellte; auch sonst unterstützte mich derselbe bei der Ausführung der vorliegenden Arbeit durch Rath und That. Ich bin daher diesem Herrn zu grösstem Danke verpflichtet.

#### XV. *Beobachtungen zur Prüfung der Theorie der Nobili-Guébhard'schen Ringe; besprochen von W. Voigt.*

(Mittheilungen aus dem math.-phys. Laboratorium in Königsberg Nr. 7.)

Messungen von Nobili'schen, nach der Methode Guébhard's hergestellten Ringen hatte ich gleichzeitig mit der Veröffentlichung meiner darauf bezüglichen Formeln<sup>1)</sup> Hrn. stud. math. Werner als Arbeitsobject empfohlen. Diese Beobachtungen wurden zuerst durch die Sommerferien und später durch andere Umstände verzögert, von denen weiter unten gesprochen werden wird. Die Angriffe des Hrn. Guébhard<sup>2)</sup> gegen meinen Aufsatz veranlassten mich, zur Beschleunigung des Abschlusses auch meinerseits einige

1) W. Voigt, Wied. Ann. 17. p. 257. 1882.

2) A. Guébhard, Wied. Ann. 18. p. 366. 1883.

Messungen auszuführen; die Resultate der wichtigeren unserer beiderseitigen Versuche erlaube ich mir im Folgenden mitzutheilen und zu besprechen.

Die Farbenringe wurden zuerst auf Stahlplatten von  $1\frac{1}{2}$  mm Dicke und 230 mm im Quadrat Fläche erzeugt. Wir überzeugten uns durch Rechnung und Beobachtung, dass Ringsysteme von etwa 80 mm grösster Ausdehnung in der Mitte dieser Platten hervorgebracht sich behandeln liessen, als wäre Platte und Flüssigkeitstrog seitlich unendlich ausgedehnt. Wir haben uns auch auf diesen Fall beschränkt, da es sich gezeigt hatte, dass seitliche Begrenzungen nur schwer in einer solchen Weise anzubringen wären, dass sie vollständig den Bedingungen der Theorie entsprechen. Legt man in einen Trog mit verticalen Wänden eine Platte ein, so ist ein genaues Anschliessen derselben an die Wände nicht zu erreichen, und stellt man auf eine Platte einen Rahmen (etwa von Glasplatten) um ein gewisses Bereich der Flüssigkeit abzugrenzen, so bleibt stets zwischen Rahmen und Platte noch eine Spur Flüssigkeit zurück, wie aus der Ausdehnung der Farbencurven in diesen Raum hinein erhellt; infolge dessen findet man auch den Satz, dass die Farbencurven senkrecht zur Begrenzung stehen, nur schwer völlig bestätigt.<sup>1)</sup> Da man aber zur Prüfung einer Theorie nur die Fälle benutzen wird, wo ihre Voraussetzungen sich am vollständigsten erfüllt finden, so wird man unser Verfahren wohl gut heissen.

Die Beobachtungen zeigten bald, selbst bei der Benutzung von 18 Bunsen'schen Tauchelementen, einen grossen Einfluss der Polarisation der Platte auf die Gestalt der Farbencurven. Da deren Gesetze unbekannt sind, so gebot es sich, ein Mittel zu suchen, ihren Einfluss wenigstens zu verringern. Bekanntlich steht Bleisuperoxyd ausserordentlich weit nach der negativen Seite der Spannungsreihe<sup>2)</sup>, darum war wenigstens im Bereich positiver Stromdichte eine vollständigere Constanz des Poten-

1) Vgl. H. Meyer, Wied. Ann. 18. p. 138. 1883.

2) Faraday, Exp. Res. Ser. XVII. § 2012. 1840. Schönbein, Pogg. Ann. 43. p. 95. 1838. vgl. G. Wiedemann, „Die Lehre vom Galvanismus.“ 1. p. 59. 1874.

tials zu erwarten, wenn wir die Platten vergoldet oder platinirt anwendeten. Die Versuche, solche Platten zu erhalten, beziehentlich herzustellen, haben hauptsächlich die oben erwähnten Verzögerungen veranlasst. Ein hiesiger Goldschmied hat wiederholt eine 5 mm dicke Messingplatte galvanisch vergoldet, aber die Vergoldung hatte doch keine solche Dichtigkeit erreicht, dass nicht bei wiederholter Benutzung die Wirkung des unter dem Goldüberzug liegenden Messings hervorgetreten wäre. Wie ich früher<sup>1)</sup> gezeigt habe, müssen an der Grenze zweier Metalle die Nobilischen Ringe dieser parallel verlaufen. Diese Thatsache bewährte sich hier und liess die kleinsten Lücken in der Vergoldung störend auf die Bildung der Ringe wirken.

Bei einer nach der ersten Vergoldung vorgenommenen Politur der Platte mit dem Polirstahl waren einige feine Linien in den Goldüberzug gerissen worden, die auch bei öfterer Neuvergoldung sich nur lose schlossen. Die Ringsysteme, welche über eine solche feine Spalte hinweg erzeugt wurden, waren aufs Gröbste verzerrt, indem alle Ringe — sehr dicht voneinander gedrängt — längs dieser Risse hinliefen und sie nirgends überschritten. (Hierin liegt ein Beweis für die von mir gezogene Folgerung, dass eine Brechung der Farbencurven bei wirklicher Berührung verschiedener Metalle im allgemeinen nicht möglich ist.) Aehnlich waren punktförmige Lücken in der Vergoldung die Veranlassung zu ringförmigen Unterbrechungen der Farbencurven. Nicht bessere Erfolge als mit der Vergoldung hatten wir mit dem Platiniren von Messingplatten nach dem Böttger'schen Verfahren.

Indess ergaben die wenigen möglichen Beobachtungen doch soviel, dass ein erheblicher Vortheil durch die Vertauschung der Stahlplatten mit vergoldeten nicht zu erzielen wäre, indem nämlich die Wirkung der Polarisation nicht merklich geringer erschien, — woraus folgen würde, dass in der Lösung von essigsaurem Blei und Kupfer, Bleisuperoxyd auch selbst gegen Gold noch sehr stark negativ ist.

Als Electroden benutzten wir, wie Hr. Guëbhard,

1) W. Voigt, l. c. p. 262.

Stahlnadeln oder aber kleine Platinkügelchen von etwa 1 mm Durchmesser, im Knallgasgebläse an einem Draht von  $\frac{1}{8}$  mm Dicke angeschmolzen; der die Kügelchen tragende Draht war seinerseits in ein dünnes nach dem Ende spitz gezogenes Glasrohr geschmolzen.

Wir haben zumeist mit nur zwei Electroden operirt, da ich es für interessanter hielt, einen einfachen Fall in allen Variationen zu verfolgen, als vom einfachen zum complicirten fortzuschreiten. Meine Formeln geben eine bemerkenswerthe Verschiedenheit der Erscheinungen, wenn die Höhe der Flüssigkeit über der Platte gegen den Abstand der Electroden entweder gross ist, mit ihm vergleichbar, oder aber klein. Ich werde demgemäss für diese drei Fälle die Beobachtungen getrennt mittheilen.

I. Die Höhe der Flüssigkeit über den Platten ist sehr gross.

Man überzeugt sich leicht durch die Rechnung, dass eine Höhe von 100 mm etwa vollauf genügt, um die obere Begrenzung ganz zu ignoriren, wenn die Electroden, die ich zunächst als punktförmig annehme, nicht über 10 mm von der Platte entfernt sind.

Meine Erweiterung der Riemann'schen Formeln führt in diesem Falle darauf, dass, abgesehen vom Einfluss der Polarisation, die Stromdichtigkeit sein muss<sup>1)</sup>:

$$j = 2 \sum_h m_h \gamma_h \frac{1}{\sqrt{q_h^2 + \gamma_h^2}},$$

wenn  $\gamma_h$  den Abstand der  $h$ . Electrode von der Platte und  $q_h$  der ihrer Projection auf die Platte von der betrachteten Stelle ist,  $m_h$  aber eine der Electroden individuelle Constante bezeichnet, die der ganzen durch sie austretenden Strommenge proportional ist. Für die Stellen einer isochromatischen Curve ist  $j = K$ , d. h. constant. Beobachtet man im Natriumlicht die dunkeln Ringe, so müssten, wenn die gebräuchlichen Vorstellungen völlig richtig wären, diese Constanten miteinander im Zusammenhang stehen, so nämlich, dass für den  $n$ . Ring von aussen  $K = (2n - 1)k$ , worin  $k$  allen Ringen gemeinsam ist.

1) Vgl. W. Voigt, l. c. p. 267.

Die Beobachtung ergab nur in wenigen Fällen eine völlig befriedigende Uebereinstimmung mit der Relation  $K = (2n - 1)k$ ; zumal die äusseren Ringe zeigten starke Abweichungen, wie bereits Hr. Beetz bemerkt hat, welcher die Wirkung der Polarisirung der Platte als Ursache dafür anführt und die äusseren Ringe von vornherein von der Vergleichung mit der Riemann'schen Formel ausschliesst.<sup>1)</sup> Nun hat seit Beetz's Untersuchungen Herr H. Weber die Wirkung der Polarisirung theoretisch untersucht und gezeigt<sup>2)</sup>, dass, wenn dieselbe der Stromdichte proportional ist, die Ringe sich weiter ausbreiten, als ohne sie; was zur Folge hat, dass die Constante  $k$  sich aus den äusseren Ringen kleiner berechnen muss, als aus den inneren. Die Beobachtungen des Hrn. Beetz zeigen nun zunächst, dass die Weber'sche Annahme nur für die äussersten Ringe gültig sein kann, da für die inneren fünf bis sechs die Constante  $k$  sehr nahe dieselbe ist, und sie haben mich veranlasst, die Annahme einzuführen, dass von einer gewissen kleinsten Stromdichte an die Polarisirung als constant angesehen werden kann.

Indessen zeigen die jetzt angestellten Beobachtungen, dass unsere beiderseitigen Annahmen zusammen immer noch die Erscheinungen nicht völlig erklären, denn sie ergaben unter Umständen Zahlwerthe  $k$ , die von aussen nach innen nicht wuchsen, sondern abnahmen.

Diese unerwartete Erscheinung an dem einfachsten Problem zu verfolgen, habe ich einige Beobachtungen mit nur einer punktförmigen Electrode angestellt, die mit dem Zinkpol der Batterie verbunden war, während die Stahlplatte mit dem Kohlenpol zusammenhing.

Die Batterie bestand aus 17 Elementen. Es war  $\gamma = 8,5$  mm.

Dann fand sich, nachdem bei einem Versuch die Schliessung ungefähr 25 Secunden gedauert hatte, das System Ringradien:

$$\rho = 22,0 \quad 13,45 \quad 10,15 \quad 8,25 \quad 6,75 \quad 5,5 \text{ mm}$$

1) Beetz, Pogg. Ann. **97**. p. 22. 1862.

2) Weber, Crelle's Journ. **75**. p. 95. 1872.

Hieraus berechnet sich das mit  $K$  proportionale  $C = 1/\sqrt{\varrho^2 + \gamma^2}$  in Millionteln:

$$C = 76 \quad 249 \quad 435 \quad 604 \quad 785 \quad 967^1),$$

und wenn man dies resp. = 1.c, 3.c, 5.c.... setzt:

$$c = 76 \quad 83 \quad 87 \quad 86,3 \quad 87,2 \quad 87,9.$$

Es ist also  $c$  oder das mit ihm proportionale  $k$  schon vom dritten Ring an merklich constant, — für die äusseren aber kleiner.

Ein zweiter Versuch mit der Schliessungsdauer von 60 Sekunden ergab:

$$\begin{array}{l} q = 29,9 \quad 19,6 \quad 15,95 \quad 13,35 \quad 11,85 \quad 10,6 \quad 9,65 \quad 8,9 \quad 8,1. \\ C = 33,3 \quad 103 \quad 170 \quad 253 \quad 324 \quad 400 \quad 471 \quad 540 \quad 621. \\ c = 33,3 \quad 34,2 \quad 34,0 \quad 36,1 \quad 36,0 \quad 36,4 \quad 36,2 \quad 36,0 \quad 36,5. \end{array}$$

Wieder nimmt  $c$  zu, aber viel weniger als zuvor.

Endlich Schliessungsdauer 120 Sekunden.

$$\begin{array}{l} q = 33,9 \quad 25,0 \quad 20,7 \quad 18,1 \quad 16,4 \quad 15,1 \quad 14,0 \quad 13,1. \\ C = 23,2 \quad 54,3 \quad 89,3 \quad 119 \quad 159 \quad 192 \quad 228 \quad 263. \\ c = 23,2 \quad 18,1 \quad 17,9 \quad 17,0 \quad 17,6 \quad 17,5 \quad 17,6 \quad 17,5. \end{array}$$

Hier zeigt sich  $c$  abnehmend.

Nebenbei bemerke man, dass, während die Schliessungsdauern sich verhalten wie 5:12:24, die Constanten  $c$  für die innersten Ringe sich nahe wie die Reciproken  $1/5 : 1/12 : 1/24$  verhalten.

Um zu zeigen, wie gross bei langer Schliessung die Abweichungen der Werthe  $c$  voneinander werden können, gebe ich noch die Zahlen an, die ich mit vier Elementen bei einer Schliessungsdauer von mehreren Minuten erhalten habe.

$$\begin{array}{l} q = 11,35 \quad 8,25 \quad 6,7 \quad 5,4 \quad 4,15 \quad 3,0 \\ C = 35,0 \quad 58,4 \quad 79,1 \quad 98,6 \quad 119 \quad 137 \\ c = 35,0 \quad 19,5 \quad 15,8 \quad 14,1 \quad 13,2 \quad 12,5. \end{array}$$

1) Nach Weber l. c. p. 99 ist unter Umständen erlaubt:

$$\frac{1}{q_n^2} \left( 1 - \frac{a}{q_n^2} \right) = (2n - 1) c$$

zu setzen. Bestimmt man für diese Reihe  $a$  und  $c$ , so findet sich  $c = 80,4$ ,  $a = 0,0921$  und hieraus  $1/q_n^2$  berechnet, die folgende Reihe 82, 250, 425, 604, 785, 967. Die starke Abweichung des ersten und dritten Werthes nach entgegengesetzten Seiten zeigt, dass die Weber'sche Annahme den Thatsachen nicht völlig entspricht.

Mit dieser Veränderung der Relation zwischen den Constanten  $c$  oder  $k$  hängt die mehrfach beobachtete Erscheinung zusammen, dass in der ersten Zeit nach erfolgter Schliessung die Ringe sich ziemlich schnell und gleichmässig ausbreiten, bald aber die Geschwindigkeit des ersten merklich abnimmt, und die folgenden ihm näher und näher rücken, endlich der äusserste fast völlig still steht, während die inneren sich ihm noch weiter nähern, und das in einer Lage, welche noch weit entfernt von der Stelle ist, wo theoretisch die Stromdichte verschwindet.

Meiner Ansicht nach erklärt sich diese complicirte Erscheinung durch die Zusammenwirkung zweier Ursachen. Die erste ist die Polarisirung, welche bei den geringeren Stromdichten, die bei den äusseren Ringen stattfinden, nahe der Weber'schen Annahme folgen mag. Die zweite sehe ich darin, dass, gleichviel auf welche Weise<sup>1)</sup>, nicht die ganze Stromdichte  $j$  zum Niederschlagen des Bleisuperoxyds wirksam wird, sondern nur ihr Ueberschuss über einen gewissen kleinsten Werth  $j_0$ , sodass also die abgeschiedene Menge nicht mit  $j$ , sondern mit  $j - j_0$  proportional ist. Acceptirt man diese Hypothese, so erklärt sich die Erscheinung bis ins letzte Detail. Die Dicke der abgeschiedenen Schicht ist  $\Delta = a(j - j_0)t$ , wenn  $t$  die Dauer der Schliessung bedeutet. Ist  $t$  noch kleiner, so wird  $\Delta$  einen merklichen Werth nur für grosse Differenzen  $j - j_0$  haben, d. h. an Stellen, wo  $j_0$  neben  $j$  klein ist;  $j_0$  wird also nicht sehr merklich influiren. Mit wachsendem  $t$  breiten sich die Ringe aus, gelangen mehr und mehr auch an Stellen, wo  $j_0$  nicht mehr klein gegen  $j$  ist, und werden in ihrem Gesetz mehr und mehr von  $j_0$  abhängig; sie werden endlich auch bei unendlicher Schliessungsdauer die Stellen, wo  $j = j_0$  ist, nicht erreichen, geschweige überschreiten.

Hieraus folgt, dass bei hinreichend grossem  $t$  der Einfluss der Polarisirung geringer sein wird, als der von  $j_0$ , und bei noch weiter wachsendem selbst unmerklich werden kann; es müssen sich dann die Werthe  $C$  darstellen lassen durch:

$$C = (2n - 1)c_1 + c_0.$$

1) Vgl. hierüber z. B. Helmholtz, Pogg. Ann. 150. p. 483. 1873.

Wie vollständig dies der Fall sein kann, zeige die zuletzt mitgetheilte auffälligste Beobachtung. Man findet für sie  $c_0 = 26,9$ ,  $c_1 = 10,16$  und folgende Zusammenstellung der beobachteten und berechneten Werthe für  $C$ :

beob.	35,0	58,4	79,1	98,6	119	137
ber.	37,1	57,4	77,7	98,0	118	139.

Bedenkt man, dass die Formel für  $C$  die Fehler der Beobachtungen von  $\varrho$  verdreifacht enthält und diese Grössen nur bis auf 0,1 mm sicher sind, so wird man die Uebereinstimmung vollkommen befriedigend finden.

Genau dieselbe Erscheinung wie bei Stahlplatten habe ich auch bei Goldplatten gefunden; ich gebe, da später eine Beobachtungsreihe anderer Art mit kurzer Schliessungsdauer angeführt werden wird, hier nur eine mit längerer.

Es fand sich mit 18 Elementen, während  $\gamma = 8,5$  mm war,

$\varrho$	= 19,85	13,6	10,6	8,65	7,2	6,0	4,9	3,8
$C$	= 10,0	24,4	39,8	56,5	73	89	106	124
$c$	= 10,0	8,1	8,0	8,1	8,1	8,1	8,2	8,3.

Hier ist nahezu der Moment getroffen, wo die beiden Einflüsse sich gegenseitig aufheben.

Nach dem Gesagten ist nicht nöthig, wenn sich bei den weiteren Beobachtungen bald wachsende, bald abnehmende Werthe  $k$  oder  $c$  ergeben, auf die Erklärung dieser Thatsache zurückzukommen. —

Hr. Werner hat zuerst Beobachtungen mit zwei gleichen Electroden angestellt. Sie eignen sich von den complicirteren am meisten zu exacter Messung, da man bei ihnen nicht die schwer genau bestimmbaren Projectionspunkte der Electroden auf die Platte zu kennen braucht, sondern nur ihre gegenseitige Entfernung. Führe ich für die verschiedenen in Fig. 1 hervorgehobenen gut messbaren Längen die Bezeichnungen  $2\varepsilon$ ,  $2\eta$ ,  $2\zeta$ ,  $2\vartheta$ , für den Abstand der Electroden, wie bisher,  $2\alpha$  ein, und nenne die Radienvectoren von den beiden Polen nach den mit  $a$ ,  $i$ ,  $m$ ,  $n$  bezeichneten Stellen  $\varrho_1^i$ ,  $\varrho_1^i$ ,  $\varrho_1^a$ ,  $\varrho_2^a$ ...., so ist:

$$\begin{aligned} \varrho_1^i &= \alpha - \eta & \varrho_2^i &= \alpha + \eta \\ \varrho_1^a &= \varepsilon - \alpha & \varrho_2^a &= \varepsilon + \alpha \\ \varrho_1^m &= \vartheta & \varrho_2^m &= \sqrt{4\alpha^2 + \vartheta^2} & \varrho_1^n &= \varrho_2^n = \sqrt{\alpha^2 + \zeta^2}. \end{aligned}$$

Die Fehler der Messungen von  $2\varepsilon$ ,  $2\eta$ ,  $2\zeta$  kommen nur mit halber, die von  $2\vartheta$  nur mit Viertelstärke in  $\varrho$  vor. Da  $2a$  verhältnissmässig viel Einfluss hat, ist bei diesen ersten Beobachtungen  $\alpha$  als unbekannt eingeführt, nämlich  $= \alpha_0 + \alpha_1$  gesetzt, wo  $\alpha_0$  den gemessenen Werth,  $\alpha_1$  den Fehler bezeichnet.

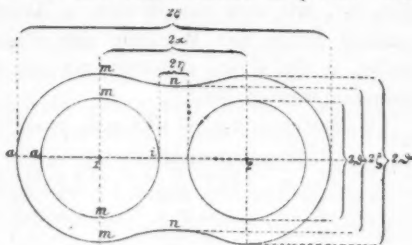


Fig. 1.

1. System.  $2\alpha_0 = 34,7$  mm,  $\gamma' = \gamma'' = 7$  mm.

1. Ring (breit und verwaschen)

	$2\zeta = 50,6$ mm		$2\varepsilon = 81,3$ mm
2. "	$= 23,2$	$2\vartheta = 31,8$ mm	$= 65,7$
3. "	$2\eta = 4,1$	$= 25,2$	$= 59,3$
4. "	$= 11,1$	$= 21,4$	$= 55,7$
5. "	$= 14,5$	$= 18,8$	$= 53,1$
6. "	$= 17,1$	$= 16,8$	$= 51,1$
7. "	$= 18,7$	$= 15,6$	$= 49,8$

Nur die ersten beiden Ringe flossen noch in eins zusammen. Berechnet man hier aus  $C = 1/\sqrt{\varrho_1^2 + \gamma'^2} + 1/\sqrt{\varrho_2^2 + \gamma'^2}$  das betreffende  $\alpha_1$ , so gibt sich:

$$\alpha_1 = 0,2$$

und folgende Vergleichung der gefundenen Werthe  $C$  für die Stellen  $i$ ,  $a$ ,  $m$ ,  $n$ :

$i$	$n$ oder $m$	$a$	Mittel	$c$	$i$	$n$ oder $m$	$a$	Mittel	$c$
—	6,4	7	6,7	6,7	64	64	62	63	7,0
21	19	21	20	6,7	79	79	78	79	7,2
35	35	33	34	6,7	89	89	91	90	6,9
49	50	47	49	7,0					

$c$  ist sehr nahe constant. Im übrigen stimmen die Werthe  $C$  für dieselbe Curve gut überein. Zur Beurtheilung der Abweichungen hebe ich nochmals hervor, dass weil wir  $C$  und nicht die  $\varrho$  aus den Formeln berechnet haben, die Beobachtungsfehler in dreifacher Grösse auf die mitgetheilten Werthe influiren. Dies ist hier und ähnlich weiterhin (z. B. bei Vergleichung mit den Beob-

achtungen Hrn. H. Meyer's) zu berücksichtigen. Dass für den äussersten Ring an der Stelle  $n$  sich  $C$  besonders klein ergibt, ist, wie sich aus Weber's Arbeit ergibt, eine nothwendige Folge der Wirkung der Polarisation, die an den Stellen  $a$  die  $C$  am grössten, an den Stellen  $n$  (und  $i$ ) am kleinsten werden lässt.

2. System.  $2\alpha_0 = 43,3$  mm,  $\gamma' = \gamma'' = 7$  mm.

1. Ring (verwaschen)		
2. "	$2\eta = 0$ mm	$2\vartheta = 32,0$ mm $2\varepsilon = 74,5$ mm
3. "	= 16,2	= 25,2 = 67,8
4. "	= 21,4	= 21,1 = 64,0
5. "	= 23,9	= 18,6 = 61,7
6. "	= 26,0	= 16,6 = 59,5
7. "	= 27,9	= 15,0 = 57,7

Hieraus  $\alpha_1 = -0,3$  mm und das System der  $C$  und  $c$ :

$i$	$m$	$a$	Mittel	$c$	$i$	$m$	$a$	Mittel	$c$
18	19	20	19	6,3	64	65	62	64	7,1
33	35	35	34	6,8	81	79	78	79	7,2
49	49	50	49	7,0	96	94	93	94	7,2

$c$  zeigt im Wachsen also deutliche Wirkung der Polarisation.

Hieran füge ich eine dritte (spätere) Beobachtungsreihe des Hrn. Werner mit der vergoldeten Messingplatte.

3. System.  $2\alpha = 33$  mm,  $\gamma' = \gamma'' = 6,7$  mm.

1. Ring	$2\eta = ?$	$2\vartheta = 44,2$ mm	$2\varepsilon = 75,0$ mm
2. "	= 0 mm	= 25,2	= 58,1
3. "	= 12,7	= 19,1	= 52,1
4. "	= 17,0	= 15,7	= 48,6
5. "	= 19,7	= 13,2	= 46,1
6. "	= 21,9	= 11,0	= 44,0
7. "	= 23,6	= 9,3	= 42,1
8. "	= 25,2	= 7,7	= 40,3

Hieraus  $C$  und  $c$ :

$i$	$m$	$a$	Mittel	$c$	$i$	$m$	$a$	Mittel	$c$
—	9,6	10,0	9,8	9,8	123,9	123,5	123,1	123,5	13,7
35,4	36,7	35,8	36,0	12,0	156,2	155,4	155,2	155,6	14,1
63,0	65,8	64,3	64,4	12,9	186,5	188,0	190,0	188,2	14,5
93,8	94,0	93,0	93,6	13,4	218	220	227	221,7	14,8

Die Uebereinstimmung ist hier sehr bedeutend, was einerseits von der regelmässig ebenen Gestalt der Messingplatte, andererseits vielleicht von ihrer erheblichen Dicke herrühren dürfte.  $c$  wächst, also ist die Polarisation von merklichem

Einfluss; dasselbe zeigen die kleinen Werthe bei  $i$  für die äusseren Ringe.

Mit zwei punktförmigen Electroden entgegengesetzter Art wollte es nicht gelingen, Ringsysteme von einiger Ausdehnung zu erhalten. In der That ist es begreiflich, dass in dem Falle einer sehr hohen Flüssigkeitsschicht hier nur wenig Electricität ihren Weg durch die Platten nimmt und überdies die Stromstärke durch den doppelten grossen Widerstand beim Eintritt und Austritt durch je eine so kleine Kugelfläche sehr geschwächt sein muss. Um doch eine Beobachtung mit zwei entgegengesetzten Electroden anzustellen, schlug ich Hrn. Werner vor, stählerne Nadeln als Electroden zu wählen, die in ihrer ganzen Länge, von der Oberfläche der Flüssigkeit bis nahe an die Platte, mit der Flüssigkeit in leitender Berührung waren. So gelang es, Ringsysteme von 60 mm Durchmesser zu erhalten. Ein Gesetz für dieselben ist einfach abzuleiten, wenn man annimmt, es könne auch in jeder Nadel (wie in der Bodenplatte) das Potential constant gesetzt werden, eine Annahme, über deren Zulässigkeit am besten die Beobachtung entscheidet.

Denkt man sich die Nadeln so gebildet, dass auf der Länge Eins die Anzahl  $\nu$  Punktelectroden liegen, also auf  $d\gamma_h$  die Anzahl  $\nu d\gamma_h$ , so erhält man die Formel für nadelförmige Electroden, indem man die Gleich. (7) meiner früheren Arbeit von  $\gamma_h$  bis  $\gamma'_h$  (vom unteren bis zum oberen Ende der Nadel) integrirt. Ist  $\gamma'_h$  (hier =  $\delta$ ) einigermassen gross, so kann der von ihm herrührende Term ignorirt werden, und man erhält in unserem Fall von nur zwei Electroden, falls man  $m\nu = \mu$  setzt und die Polarisation nach meinen früheren Angaben <sup>1)</sup> berücksichtigt:

$$K = 2\mu \left( \frac{1}{\sqrt{q_1^2 + \gamma_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{q_2'^2 + \gamma_2'^2}} \right) - \frac{2b}{\pi x},$$

wenn man  $x$  von der Mittellinie zwischen den beiden Electroden rechnet. Dabei setze ich weiterhin  $K/2\mu = C$  und  $b/\pi\mu = q$ .

Nicht nur die nicht ganz wahrscheinliche Annahme über das Potential der Nadeln lässt die Prüfung dieser Formel unsicherer erscheinen, sondern ausserdem das hypothetische

1) W. Voigt, l. c. p. 271.

Anu. d. Phys. u. Chem. N. F. XIX.

Glied  $\varphi/x$  wegen der Polarisation und der Umstand, dass die Grössen  $\varphi$  sich bei zwei verschiedenen Electroden

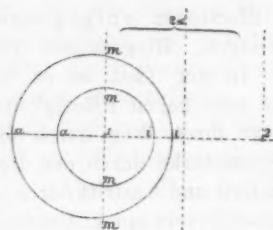


Fig. 2.

viel ungenauer beobachten lassen, als bei zwei gleichen; hier braucht man nämlich die Projection der Electroden auf die Platte als Ausgangspunkt für die Messungen der Grössen  $\varphi_1$ , und ein Fehler in seiner Bestimmung wirkt auf alle Resultate stark ein. Nach Fig. 2 folgen aus den gemessenen  $\varphi_1^i$ ,  $\varphi_1^m$ ,  $\varphi_1^a$ , die übrigen durch die Relationen:

$$\begin{aligned} \varphi_2^i &= 2\alpha - \varphi_1^i, & \varphi_2^m &= \sqrt{4\alpha^2 + (\varphi_1^m)^2}, & \varphi_2^a &= 2\alpha + \varphi_1^a, \\ x_i &= \alpha - \varphi_1^i, & x_m &= \alpha, & x_a &= \alpha + \varphi_1^a. \end{aligned}$$

4. System.  $2\alpha = 50$  mm,  $\gamma_1 = \gamma_2 = 6,3$  mm.

1. Ring	$\varphi_1^i = 13,8$ mm	$\varphi_1^m = 23$ mm	$\varphi_1^a = 39$ mm
2. "	= 11,3	= 14,8	= 18,3
3. "	= 9,0	= 10,6	= 12,8
4. "	= 7,1	= 8,2	= 9,7
5. "	= 5,6	= 6,4	= 7,2
6. "	= 4,2	= 5,0	= 5,5
7. "	= 3,1	= 3,6	= 4,2

Hieraus folgt  $\varphi = 0,412$  und folgendes System der  $C$  und  $c$  (in Tausendsteln) durch Einsetzen dieses Werthes für die Stellen  $i, m, a$ :

$i$	$m$	$a$	Mittel	$c$	$i$	$m$	$a$	Mittel	$c$
3	8	8	6	6	74	76	74	75	8,3
29	28	28	28	9,3	90	88	89	89	8,1
42	46	44	44	8,8	101	102	99	101	7,8
58	61	56	58	8,3					

5. System.  $2\alpha = 38$  mm,  $\gamma_1 = \gamma_2 = 5$  mm.

1. Ring	$\varphi_1^i = 11,7$ mm	$\varphi_1^m = 21,5$ mm	$\varphi_1^a = ?$ mm
2. "	= 9,9	= 13,6	= 17,0
3. "	= 8,0	= 9,7	= 11,0
4. "	= 6,4	= 7,4	= 8,0
5. "	= 5,1	= 5,6	= 6,1
6. "	= 3,9	= 4,4	= 4,7
7. "	= 2,8	= 3,1	= 3,2

Hieraus  $\varphi = 0,183$  und folgendes System der  $C$  und  $c$  (in Tausendsteln).

$i$	$m$	$a$	Mittel	$c$	$i$	$m$	$a$	Mittel	$c$
13	18	?	15,5 (?)	15,5	97	98	97	97	10,8
35	35	33	34	11,3	116	115	114	115	10,5
56	57	57	57	11,4	135	135	136	135	10,4
77	77	77	77	11,0					

Die Uebereinstimmung der Werthe  $C$  für die Stellen desselben Ringes ist, zumal bei der letzten Beobachtung, überraschend gross, besonders wenn man bedenkt, dass die  $\varrho_1$  kaum bis auf 0,1 mm zu verbürgen sind. Die Werthe  $c$  sind in System 4, (bis auf den ersten nicht recht erklärlichen) wie in 5 abnehmend, entsprechend dem Umstand, dass bei diesen Versuchen immer eine ziemlich grosse Schliessungsdauer nöthig war.

## II. Mässige Höhe der Flüssigkeitsschicht über der Platte.

In diesem Fall, wo  $\delta$  20 mm nicht überstieg, hat die Annahme, dass innerhalb der nadelförmigen Electroden (von 1 mm Dicke) das Potential merklich constant sei, noch weniger Bedenkliches als im vorigen. Aber die Formeln für die Berechnung der Beobachtungen werden hier viel unbequemer, da die Einwirkung der oberen Grenze der Flüssigkeit jetzt bedeutend ist. Man erhält, abgesehen von dem Einfluss der Polarisation, hier als Gleichung der isochromatischen Linien:

$$K = \sum_h \mu_h \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k \left( \frac{1}{\sqrt{\varrho_h^2 + (2k\delta + \gamma_h)^2}} + \frac{1}{\sqrt{\varrho_h^2 + (2k\delta - \gamma_h)^2}} \right),$$

da das von der oberen Grenze ( $\gamma_h = \delta$ ) der Integration nach  $\gamma$  Herrührende verschwindet.

Wählt man  $\gamma_h$  hinreichend klein, so kann man (und so mehr als es in den beiden Gliedern mit entgegengesetztem Vorzeichen vorkommt) schreiben:

$$K = \sum_h \mu_h \left[ \frac{2}{\varrho_h} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{4}{\sqrt{\varrho_h^2 + (2k\delta)^2}} \right].$$

Diese Reihe haben wir für ein System von Werthen  $\varrho/\delta$  berechnet und zur Berechnung der Beobachtungen graphisch interpolirt.

Ist  $\varrho/\delta$  kleiner als Eins, so kann man die Wurzel entwickeln und erhält für die Klammer:

$$\frac{2S}{\varrho_h} = \frac{2}{\varrho_h} \left[ 1 - \frac{\varrho_h}{\delta} 0,693 + \left( \frac{\varrho_h}{\delta} \right)^3 0,112 - \left( \frac{\varrho_h}{\delta} \right)^5 0,023 + \left( \frac{\varrho_h}{\delta} \right)^7 0,005 - \left( \frac{\varrho_h}{\delta} \right)^9 0,001 \pm \dots \right].$$

Für grosse Werthe  $\varrho/\delta$  bleibt nichts übrig, als die Reihe in der ursprünglichen Form zu berechnen, wobei man das letzte berücksichtigte Glied nur halb zu nehmen hat.

Die von uns berechneten Werthe der Klammer  $S$  theile ich mit, weil unter ihrer Benutzung die Berechnung von Beobachtungen mit beliebig vielen nadelförmigen Electroden sehr bequem ist.

Es ist nämlich für:

$\varrho/\delta = 0,25$	0,30	0,35	0,40	0,50	0,65	0,75	0,90
$S = 0,830$	0,792	0,749	0,722	0,658	0,566	0,510	0,430
$\varrho/\delta = 1,00$	1,15	1,25	1,35	1,50	1,70	2,00	
$S = 0,382$	0,317	0,278	0,240	0,192	0,130	0,096	

Hr. Werner hat zunächst Beobachtungen mit einer Electrode, vier Elementen und  $\delta = 20$  mm bei verschiedener Schliessungsdauer  $T$  angestellt, die das eingangs des ersten Theiles Gesagte völlig bestätigen und zugleich noch einen Beweis dafür liefern, dass es erlaubt ist, an der Nadel das Potential constant zu setzen. Wieder nehme ich  $K/2\mu = C$  und gebe die dafür berechneten Werthe immer in Tausendsteln.

1.  $T = 20$  Sec.

$\varrho = 22,0$	11,8	8,3	6,2	5,1	
$C = 15,2$	50,8	86,0	124	164	
$c = 15,2$	16,9	17,2	17,7	18,2	

2.  $T = 40$  Sec.

$\varrho = 27,5$	16,6	12,0	9,1	7,5	6,3
$C = 8,4$	28,4	49	75	97	123
$c = 8,4$	9,5	9,8	10,7	10,8	11,2

3.  $T = 80$  Sec.

$\varrho = 32,7$	22,3	17,8	14,5	12,5	11,0	9,6
$C = 4,4$	14,8	24,5	36,0	46,4	56	70
$c = 4,4$	4,9	4,9	5,1	5,2	5,1	5,4

4.  $T = 120$  Sec.

$$\varrho = 35,8 \quad 27,3 \quad 22,7 \quad 19,4 \quad 17,3 \quad 15,4 \quad 14,3$$

$$C = 3,3 \quad 8,5 \quad 14,0 \quad 20,0 \quad 26,0 \quad 32,5 \quad 37$$

$$c = 3,3 \quad 2,8 \quad 2,8 \quad 2,9 \quad 2,9 \quad 3,0 \quad 2,9$$

5.  $T = 180$  Sec. (14 Tage später bei geschwächter Batterie angestellt.)

$$\varrho = 30,2 \quad 24,8 \quad 21,8 \quad 19,2 \quad 17,5 \quad 16,0 \quad 14,7 \quad 13,7$$

$$C = 6,2 \quad 11,2 \quad 15,2 \quad 20,7 \quad 25,5 \quad 30,5 \quad 36,5 \quad 42,2$$

$$c = 6,2 \quad 3,7 \quad 3,0 \quad 3,0 \quad 2,8 \quad 2,8 \quad 2,8 \quad 2,7$$

Da diese Beobachtungen nicht unmittelbar hinter einander stattfanden, sind die erhaltenen Werthe  $c$  nicht von allen unter sich vergleichbar.

Ich habe mehrere Beobachtungen mit zwei nadelförmigen Electroden angestellt. Sind beide mit dem Zinkpol verbunden, so ist wiederum die Polarisation nahezu zu vernachlässigen und einfach für die Punkte derselben Curve:

$$C = \frac{1}{\varrho_1} S\left(\frac{\varrho_1}{\delta}\right) + \frac{1}{\varrho_2} S\left(\frac{\varrho_2}{\delta}\right).$$

## 6. System. (Stahlplatte, 4 Elemente).

$$\delta = 20 \text{ mm}, \gamma_1 = \gamma_2 = 2 \text{ mm}, 2a = 39,2 \text{ mm}.$$

$$1. \text{ Ring } 2\zeta = 41,0 \text{ mm} \quad 2\vartheta = 42,2 \text{ mm} \quad 2s = 80,0 \text{ mm}.$$

$$2. \quad \quad \quad = 12,5 \quad \quad \quad = 27,9 \quad \quad \quad = 67,2$$

$$3. \quad \quad \quad 2\eta = 14,5 \quad \quad \quad = 21,2 \quad \quad \quad = 60,8$$

$$4. \quad \quad \quad = 20,6 \quad \quad \quad = 17,4 \quad \quad \quad = 57,0$$

$$5. \quad \quad \quad = 23,6 \quad \quad \quad = 14,9 \quad \quad \quad = 54,4$$

$$6. \quad \quad \quad = 26,0 \quad \quad \quad = 12,9 \quad \quad \quad = 52,2$$

$$7. \quad \quad \quad = 27,4 \quad \quad \quad = ? \quad \quad \quad = 51,0$$

Hieraus berechnet sich  $C$  und  $c$ .

$i$	$m$	$a$	Mittel	$c$	$i$	$m$	$a$	Mittel	$c$
16,0	17,7	18,9	17,6	17,6	98,0	98,2	97,0	97,7	10,9
38,4	39,3	38,9	38,9	13,0	121	120	120	120,3	10,9
57,5	60,1	58,1	58,5	11,7	140	?	137	138,5	10,7
80,5	81,2	79,6	80,4	11,5					

Führt man wie oben ein  $C = (2n + 1)c_1 + c_0$ , so wird  $c_0 = 8,1$ ,  $c_1 = 10,1$  und:

$$C \text{ berechnet} = 18,1 \quad 38,3 \quad 58,5 \quad 78,7 \quad 98,9 \quad 119,1 \quad 139,3$$

$$C \text{ beobachtet} = 17,6 \quad 38,9 \quad 58,5 \quad 80,4 \quad 97,7 \quad 120,3 \quad 138,5$$

Wie oben als nothwendig erwähnt, ist für den äussersten Ring  $C$  an der Stelle  $i$  am kleinsten, sonst stimmen alle Werthe in sich befriedigend.

Für das Problem zweier verschiedener Electroden fehlt bei geringer Höhe der Flüssigkeitsschicht noch eine Formel, die den Einfluss der Polarisation angibt. Ich habe in meiner früheren Arbeit<sup>1)</sup> die Ansicht ausgesprochen, dass sie durch eine unendliche Reihe gegeben sein würde. Herr H. Weber hat mir aber mitgeteilt, dass sich die betreffende Reihe summiren lässt zu dem Ausdruck für das Potential:

$$V' = \frac{2b}{\pi} \operatorname{arctg} \left( \frac{e^{\frac{\pi x}{2\delta}} - e^{-\frac{\pi x}{2\delta}}}{2 \sin \frac{\pi x}{2\delta}} \right).$$

In der That genügt diese Formel, wie man leicht durch Rechnung zeigen kann, den für das Potential der Wirkung der polarisirten Platte gültigen Relationen, denn es ist überall:

$$\frac{\partial^2 V'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V'}{\partial z^2} = 0,$$

$$\text{für } z = 0 \text{ und } x \geq 0, \quad V' = \pm b,$$

$$\text{für } z = \delta, \quad \frac{\partial V'}{\partial z} = 0.$$

An der Platte selbst wird hiernach:

$$\frac{\partial V'}{\partial z} = - \frac{2b}{\delta \left( e^{\frac{\pi x}{2\delta}} - e^{-\frac{\pi x}{2\delta}} \right)},$$

und dies Glied kommt als Correction wegen der Polarisation zur obigen Formel, welche nun lautet:

$$K = \frac{2\mu_1}{\varrho_1} S\left(\frac{\varrho_1}{\delta}\right) - \frac{2\mu_2}{\varrho_2} S\left(\frac{\varrho_2}{\delta}\right) - \frac{2b}{\delta \left( e^{\frac{\pi x}{2\delta}} - e^{-\frac{\pi x}{2\delta}} \right)}.$$

Setzt man hier wieder  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ ,  $K/2\mu = C$  und  $b/\delta\mu = \varphi_1$ , so ist die Formel zur Anwendung fertig.

#### 7. System. (Stahlplatte, 18 Elemente.)

$$\delta = 20 \text{ mm}, \quad \gamma_1 = \gamma_2 = 2 \text{ mm}, \quad 2\alpha = 53,5 \text{ mm}.$$

1. Ring	$\varrho_1^i = 16,6 \text{ mm}$	$\varrho_1^m = 23,0 \text{ mm}$	$\varrho_1^a = 26,0 \text{ mm}$
2. "	= 14,4	= 16,7	= 17,8
3. "	= 12,0	= 13,3	= 13,6
4. "	= 10,4	= 10,8	= 11,0

1) W. Voigt, l. c. p. 271.

Hieraus bestimmt sich  $q_1 = 26,3$  und für die vier Ringe C und c.

<i>i</i>	<i>m</i>	<i>a</i>	Mittel	<i>c</i>
11,4	10,1	9,7	10,3	10,3
22,7	24,3	23,2	23,3	7,8
39,0	38,3	38,4	38,6	7,7
51,8	54,1	54,0	53,2	7,6

Die Abweichungen sind zwar grösser, als im vorigen Falle, aber so regellos, dass aus ihnen kaum etwas gegen die Formel zu schliessen ist; der äusserste Ring ist am meisten durch die Polarisirung beeinflusst und gibt daher hier wie überall die ungenauesten Resultate.

### III. Die Flüssigkeitsschicht ist von sehr geringer Dicke.

Dieser Fall ist für die Beobachtung am ungünstigsten. Die Dicke der Schicht influirt erheblich auf die Erscheinung und ist nicht mit Genauigkeit zu messen, ja wenn sich die Flüssigkeit durch Capillarität an den Electroden emporzieht und die Metallplatte nicht eben ist, gar nicht definirbar, ein sicheres Resultat also nicht zu erhalten. Trotzdem habe ich eine Anzahl von Beobachtungen auch hier angestellt, um zu zeigen, wie die Formeln die bei der Verminderung der Flüssigkeitsdicke eintretenden Veränderungen der Curven richtig angeben. Diese Veränderungen fallen bei geeigneten Umständen ohne Messung ins Auge. Nimmt man nur zwei Nadelelectroden gleicher Art und bringt mit denselben bei sonst unveränderten Umständen Ringe hervor, so erhält man bei einer Flüssigkeitshöhe von 100 mm bis  $\infty$  Curven, die entfernt Lemniskaten ähneln; je mehr man die Dicke verringert, um so mehr verliert sich diese Aehnlichkeit, und bei einer Dicke von etwa 5 mm und einem Abstände der Electroden von 30—40 mm bilden die Curven, bis sie sich berühren, um jede Electrode fast völlig regelmässige Kreise.

Für diesen letzteren Fall, dass die Länge  $\delta$  klein gegen  $\rho$  ist, formen sich die Summen in meiner Gleichung (7)<sup>1)</sup> nach Riemann's<sup>2)</sup> Angaben für Punkt- und Nadelelectroden um in:

1) Vgl. W. Voigt, l. c. p. 26.

2) Riemann, Pogg. Ann. 95. p. 136. 1855.

$$K = \sum_h \mu_h \frac{e^{\frac{\pi q_h}{2\delta}}}{\sqrt{\frac{q_h}{\delta}}} \sum_1^m \frac{\left(\frac{\pi q_h}{\delta} + 1\right) (1.3 \dots (2m-1))^2}{1.2.3 \dots m} \cdot \left(-\frac{\delta}{4\pi q_h}\right)^m = \sum_h \mu_h P_h.$$

Dabei sind vernachlässigt Glieder von der Ordnung:

$$e^{-\frac{3\pi q}{2\delta}} \quad \text{gegen} \quad e^{-\frac{\pi q}{2\delta}}.$$

Ich habe den Factor  $P_h$  von  $\mu_h$  für eine Reihe von Werthen  $q_h/\delta$  berechnet (der geringen Genauigkeit der betreffenden Beobachtungen wegen aber nur für wenige), sie in einem Coordinatennetz construirt und durch eine Curve verbunden, um so die den einzelnen Beobachtungen entsprechenden Werthe ablesen zu können. Es fand sich für:

$q/\delta = 1,0$	1,2	1,4	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2	4,0
$P = 474$	270	158	95,3	37,0	15,0	6,4	2,8	0,5

wobei  $P$  in Hunderttausendsteln gegeben ist.

Ich benutzte zunächst zwei gleiche Nadelectroden.

#### 8. System. (Stahlplatte, 10 Elemente).

$$\delta = 5,0 \text{ mm} \quad 2\alpha = 35,4 \text{ mm.}$$

1. Ring	$2\zeta = 16,0 \text{ mm,}$	$2\theta = 29,3 \text{ mm,}$	$2\epsilon = 64,2 \text{ mm}$
2. "	$2\eta = 10,4$	$= 23,6$	$= 58,8$
3. "	$= 14,1$	$= 20,8$	$= 56,2$
4. "	$= 16,1$	$= 19,0$	$= 54,4$
5. "	$= 17,7$	$= 17,6$	$= 53,0$

Hieraus folgt  $C$  und  $c$ :

$n \text{ od. } i$	$m$	$\alpha$	Mittel	$c$	$n \text{ od. } i$	$m$	$\alpha$	Mittel	$c$
8	4	5	4,0	4,0	45	47	47	46,3	6,6
13	16	17	15,3	5,1	64	65	65	64,7	7,2
29	32	35	31,0	6,2					

Die Werthe  $n$  oder  $i$  sind, wie nöthig, am kleinsten. Abnorm ist das starke Wachsen von  $c$ ; ich vermuthe, dass ein Fehler in der Bestimmung der Dicke der Flüssigkeitsschicht vorliegt.

Für zwei entgegengesetzte Electroden ist zu obiger Formel  $C = P_1 - P_2$  noch das Glied wegen der Polarisation hinzuzunehmen:

$$-\frac{\pi x}{e^{\frac{\pi x}{2\delta}} - e^{-\frac{\pi x}{2\delta}}},$$

wo  $\varphi_1$ , als mit  $\delta$  und  $\mu$  umgekehrt proportional, hier gross werden muss.

9. System. (Stahlplatte, 14 Elemente).

$$\delta = 5,0 \text{ mm} \quad 2a = 52 \text{ mm.}$$

1. Ring	$\varphi_1^i = 10,9 \text{ mm,}$	$\varphi_1^m = 11,6 \text{ mm,}$	$\varphi_1^a = 12,0 \text{ mm}$
2. "	= 9,7	= 10,0	= 10,1
3. "	= 9,0	= 9,2	= 9,2
4. "	= 8,2	= 8,5	= 8,5
5. "	= 7,8	= 8,0	= 7,9

Hieraus folgt  $\varphi_1 = 1300$  und folgende Werthe  $C$  und  $c$ :

$i$	$m$	$a$	Mittel	$c$	$i$	$m$	$a$	Mittel	$c$
13	16,6	15	15,0	15,0	78	73,4	74	75	10,7
34	36,6	35	35,3	11,8	101	95	99	98	10,9
52,5	53,6	54	53,3	10,7					

Die Abweichungen der Werthe von  $C$  für verschiedene Stellen desselben Ringes sind also nicht unbeträchtlich, aber vollständig regellos und demgemäss wohl nach dem oben Gesagten völlig unbedenklich.

Von complicirteren Ringsystemen haben wir z. B. dasjenige mit der Theorie verglichen, welches durch vier gleichartige, in den Ecken eines Quadrates befestigte, nadelförmige Electroden bei einer Flüssigkeitshöhe von 20 mm hervorgerufen wird. Bei einer grösseren Anzahl Electroden wächst die Schwierigkeit, in praxi der Bedingung zu genügen, dass sich alle völlig gleich verhalten, also gleiche Leitungsfähigkeit und gleichen Abstand von der Platte haben. Die Figuren werden demgemäss leichter ein wenig unregelmässig ausgebildet — zwar nicht so, dass es der blosse Anblick, aber doch so, dass es die Messung zeigt. Derartige Probleme eignen sich demgemäss auch weniger zu einer eigentlichen Prüfung der Theorie. Ein Ringsystem der erwähnten Art hat Hr. Werner ausgemessen und berechnet, zwar etwas grössere Differenzen gefunden, als die oben mitgetheilten Beobachtungsreihen ergaben, doch keine irgendwie regelmässig vertheilten.

Die aus den Principien Riemann's durch eine einfache Erweiterung seiner Methode unter Zuziehung einer Hilfsannahme über das Gesetz der Polarisation gewonnenen For-

meln haben sich also in allen untersuchten Fällen bewährt und dürfen demgemäss als nahe zutreffender Ausdruck der Thatsachen angesehen werden.

Aus dem vorstehend Mitgetheilten ist ersichtlich, dass in dem Wesentlichsten die von Hrn. Guébhard<sup>1)</sup> gegen meine Theorie gerichteten Angriffe sicher ungerechtfertigt sind, denn dieselbe ist mit der Beobachtung im Einklang. Ich würde demgemäss das Detail seiner „Berichtigung“ mit Stillschweigen übergehen können, wäre dieselbe nicht in einer Art abgefasst, die vielleicht ein Vorurtheil gegen meine Entwicklungen hervorrufen könnte. Ich füge demnach noch eine Erörterung einiger von Hrn. Guébhard angeregten Punkte an.

1. Hr. Guébhard spricht a. a. O. aus, dass er die Identität seiner Farbencurven mit den „Kirchhoff'schen“ — ich wende die frühere Bezeichnung der Kürze halber wieder an — „rein experimentell“ abgeleitet habe, und nennt dieselben zweimal „die Nobili'schen, nach seiner Methode erzeugten.“ Ich constatire, dass in diesen Worten sich ein wesentlich anderer Standpunkt documentirt, als ihn Hr. Guébhard vor der Veröffentlichung meines Aufsatzes einnahm, und betone, dass Hr. Guébhard damals eine auf innerer Verwandtschaft beruhende Identität vertheidigte.<sup>2)</sup> Dies wolle man zu gerechter Beurtheilung meiner Polemik nicht übersehen. Hat Hr. Guébhard aber jetzt diese Ansicht, so liegt für ihn gar kein Grund vor, meine Theorie, die nichts ist, noch sein will, als eine einfache Erweiterung der allgemein anerkannten Riemann'schen Theorie der Nobili'schen Ringe, anzugreifen. Am wenigsten ist begreiflich, dass er

2. behauptet, meine „abstracte“ Theorie habe mit seinen Experimenten „gar nichts zu thun“, weil er cylindrische Electroden, ich „punktförmige oder die Platte berührende“ voraussetze. Letzteres ist ein vollständiges Missverständniss, in ersterem liegt aber unzweifelhaft kein wesentlicher

1) A. Guébhard, Wied. Ann. 17. p. 257. 1882.

2) Vgl. hierzu H. Meyer, Wied. Ann. 18. p. 139. 1883.

Unterschied. Zudem hat Riemann<sup>1)</sup> bereits bewiesen, dass bei geringer Höhe der Flüssigkeit die Gestalt der Electroden keinen Einfluss auf das Gesetz der Farbencurven (höchstens auf ihre absolute Ausdehnung) haben kann, und endlich habe ich im Vorstehenden gezeigt, wie man aus punktförmigen Electroden lineare zusammensetzen und mit der Beobachtung stimmende Gesetze erhalten kann.

3. Hr. Guébhard behauptet, ich habe in „physikalisch absolut unbegründeter“ Weise das Potential an der Metallplatte constant genommen. Hier kommt wohl, da Hr. Guébhard gegen mich die Namen Weber und Ditscheiner citirt, ein Doppeltes in Betracht: die Vernachlässigung der Dicke der Platten und der Wirkung der Polarisation.

Erstere ist, wie schon das Kirchhoff'sche Brechungsgesetz ergibt, unzweifelhaft bei gewisser Dicke der Platte erlaubt, und eben die gegen mich citirten Arbeiten bringen hierfür ihrerseits Belege bei<sup>2)</sup>; dass sie für jede kleinste Dicke zulässig wäre, habe ich nirgends behauptet. Da aber Hr. Guébhard selbst mitunter sehr dicke Platten (bis 4 mm) angewandt hat und bei Aufstellung einer Theorie unnöthige Complicationen vermieden werden dürfen, so liegt in meiner Annahme nichts Unzulässiges. Zudem lassen sich die von Hrn. Ditscheiner angestellten Betrachtungen genau in derselben Weise auf den Fall mehrerer Electroden und gewisser geradliniger Begrenzungen der Platten verallgemeinern, wie ich es mit den Riemann'schen gethan habe, sodass also der Fall dünner Platten dadurch auch erledigt ist<sup>3)</sup>.

Dass ich die Wirkung der Polarisation vernachlässigt habe, deutet merkwürdiger Weise auch Hr. H. Meyer an.<sup>4)</sup>

1) Riemann, Pogg. Ann. 95. p. 137. 1855.

2) Vgl. H. Weber, Crelle's Journ. 75. p. 7. 1873; Ditscheiner Wien. Ber. 78. p. 94. 1878. Die Wild'sche Arbeit war mir nicht zugänglich.

3) Hr. Quincke hat mir mitgetheilt, dass er auf einer aus zwei dünnen, aber verschieden dicken Messingplatten zusammengesetzten Platte Farbencurven mit einer Brechung in der Grenze erhalten hätte. Dies steht nicht im Widerspruch mit meiner Theorie, obgleich die Endformeln für diesen Fall noch nicht abgeleitet sind.

4) H. Meyer, l. c. p. 136.

Doch bin ich folgendermassen verfahren. Seit 260 bis 269 meines Aufsatzes leite ich allerdings zunächst allgemeine Gesetze ab unter Vernachlässigung der Polarisisation, bemerke aber, dass dergleichen selbst im günstigsten Falle sehr grosser Potentialdifferenz der Kette nur angenähert erlaubt wäre. Darauf gedenke ich der Theorie des Herrn H. Weber, welcher die Polarisisation der Stromdichte proportional setzt, und gebe an, wie seine Formeln für die Guébbard'schen Fälle verallgemeinert werden können, führe dann aber selbst — veranlasst durch gewisse mitgetheilte Beobachtungen — die mir passender scheinende Annahme ein, dass die Polarisisation von einer gewissen kleinsten Stromdichte an als constant angesehen werden kann. Diese Annahme lässt die im ersten Theile erhaltenen Resultate in vielen Fällen für die ganze Platte, in den anderen für einzelne Theile in Gültigkeit, was deren Vorausschicken wohl rechtfertigt. Aber weder habe ich in allen Fällen das Potential an der Platte constant gesetzt, noch die Polarisisation vernachlässigt; ja nach dem gegenwärtigen Stande der Analysis dürfte Weber's und meine Annahme über die Polarisisation die einzigen streng durchführbaren sein. Wie beide zusammen die Erscheinungen erklären, ist oben gezeigt.

4. Hr. Guébbard behauptet, entgegen meiner darauf bezüglichen Bemerkung<sup>1)</sup>, ein Gesetz für die Farbencurven auch in dem Falle gegeben zu haben, dass die Metallplatte im Endlichen in beliebiger Weise begrenzt und mit dem Kohlenpol der Batterie verbunden ist, während eine beliebige Anzahl mit dem Zinkpol verbundener Electroden in der Flüssigkeit stehen. Der von ihm als Beleg citirte Aufsatz<sup>2)</sup> gibt aber nur eine (sehr bedenkliche) Methode an, um bei grossen Platten diejenigen Curvensysteme zu erhalten, die unter sonst gleichen Umständen bei unendlich ausgedehnten eintreten würden, darin bestehend, dass man den Kohlenpol nicht mit der Platte verbinden soll, sondern mit einem Blechstreifen, welcher in der Form einer, dem betreffenden Fall entsprechenden, Kirchhoff'schen Niveaucurve gebogen und

1) W. Voigt, l. c. p. 268. Anm.

2) Guébbard, C. R. 94. p. 851. 1882.

als Electrode in einer kleinen Entfernung von der Platte befestigt ist.<sup>1)</sup> Ich halte demgemäss meine frühere Behauptung in vollem Umfange aufrecht: die Regel des Hrn. Guébhard ist als physikalisches Gesetz schon deshalb unhaltbar, weil sie für eine ganze Classe von Erscheinungen jeden Sinn verliert, indem für jene gar kein entsprechendes Kirchhoff'sches Stromverzweigungsproblem existirt.

5. Wenn Hr. Guébhard weiter sagt, ich habe nur die zwei Fälle zweier gleich- oder ungleichartiger Electroden „zur Lösung gebracht“, so genügt es, dieser offenbaren Unrichtigkeit gegenüber auf meine bezügliche Arbeit zu verweisen.

6. Hr. Guébhard widerlegt meine Theorie, indem er constatirt, dass bei gewissen Plattenformen, die sämmtlich krummlinige Begrenzung haben, meine Formel:

$$q_1^{-3} \pm q_2^{-3} = K$$

durch die Beobachtung nicht bestätigt wird. Freilich habe ich sie auch gar nicht für diese Fälle aufgestellt!

Hierbei will ich nicht unerwähnt lassen, dass ich in meinem Aufsätze, im Bestreben die Discussion an eine möglichst einfache Formel anzuknüpfen, eine Gleichung der Kirchhoff'schen  $C = q_1 \cdot q_2^{\pm 1}$  gegenüber gestellt habe, die auf den Guébhard'schen Fall linearer Electroden und dünner Flüssigkeitsschicht nicht streng passt. Es wäre die im Vorstehenden p. 195 angeführte am Platze gewesen, die indess für geringe Flüssigkeitshöhen der benutzten recht ähnlich verläuft. Dies ist eine Ungeschicklichkeit meinerseits gewesen, die ich ebenso, wie die daran geknüpften Folgerungen bedaure. Indess ist sie wohl einigermaßen entschuldigt durch Aeusserungen des Hrn. Guébhard, wie die im l'Electricien 1882, Sept. p. 2 sich findende, nach welcher alle Dimensionen „vom Einfachen bis zum Zehnfachen“ geändert werden könnten, ohne dass sich andere Resultate ergäben, sowie durch die oben (p. 203) citirte von Riemann bewiesene Behauptung.

7. An verschiedenen Stellen führt Hr. Guébhard die „grosse Aehnlichkeit“ seiner Curven mit den Kirchhoff-

1) Ob dergl. nöthig ist, zeigen die vorstehenden Beobachtungen.

schen als Grund gegen meine Theorie an. Hierin liegt eine völlige Verkennung der Sachlage. Ich habe jene Aehnlichkeit nie geleugnet (am wenigsten, wie Hr. Guébbard sagt, ohne die Curven gesehen zu haben!), sie vielmehr zugestanden und sogar theoretisch begründet, nur aber eine auf inneren Gründen beruhende Identität (die Hr. Guébbard jetzt selbst aufgegeben hat) nachdrücklich bestritten. Eine gleichviel wie grosse Aehnlichkeit beweist nicht das Geringste gegen meine Theorie, welche dieselbe zulässt, um so weniger als ihr keine Theorie gegenübersteht, welche die Identität mit den Kirchhoff'schen Curven fordert.

Meine Theorie ist vielmehr nur dann als falsch erwiesen, wenn in einem Falle, wo die ausdrücklich<sup>1)</sup> als unsicher bezeichnete Hilfsannahme über das Gesetz der Polarisirung durch eine directe Prüfung als angenähert gültig gefunden ist, dennoch unter den von mir angenommenen Umständen Farbencurven auftreten, die meinen Formeln widersprechen. Bis jetzt ist mir nichts Derartiges bekannt, und ich kann demgemäss auch die Nothwendigkeit angenäherter Theorien, wie sie von Hrn. H. Meyer<sup>2)</sup> und E. Mach<sup>3)</sup> versucht sind, nicht anerkennen.

8. Endlich erlaube ich mir, darauf hinzuweisen, dass die von Hrn. Guébbard so oft betonte Aehnlichkeit seiner Curven mit den Kirchhoff'schen oft sehr gering ist. Dass Hr. H. Meyer<sup>4)</sup> eine leidliche (Hrn. Guébbard völlig befriedigende) Uebereinstimmung erhält, liegt unzweifelhaft an dem völlig willkürlichen Verfahren des Hrn. Guébbard, Platte oder Flüssigkeit in gewisser Weise (s. p. 204) zu begrenzen und die dann erhaltenen Curven als die zu bezeichnen, die der unbegrenzten Platte entsprechen.<sup>5)</sup> Wir haben uns bei unseren Beobachtungen überzeugt, dass die Begrenzung der Platte nicht auf die Erscheinung

1) W. Voigt, l. c. p. 269.

2) H. Meyer, Wied. Ann. 18. p. 106. 1883.

3) E. Mach, Wied. Ann. 17. p. 858. 1882.

4) H. Meyer, l. c.

5) Ausserdem bewirkt bei verschiedenartigen Electroden die Polarisirung, dass die Farbencurven den Kirchhoff'schen etwas ähnlicher werden, als ohne sie stattfinden würde.

wirkte; gingen wir nämlich mit den Electroden von der von der Mitte der Platte um mehrere Centimeter zur Seite, so behielten die Farbencurven ihre Symmetrie.<sup>1)</sup> Das als sechstes mitgetheilte System entspricht der Versuchsanordnung des Hrn. Guébhard; sollte die Flüssigkeitshöhe  $\delta = 20$  mm gross erscheinen, so bemerke ich, dass eine geringere die Sache nur verschlimmern würde (vgl. System 8). Nach Hrn. Guébhard soll hier für jede Curve  $\varrho_1 \cdot \varrho_2 = C$  sein; im Folgenden sind die aus den Beobachtungen für die Stelle  $i, m, a$  berechneten Werthe zusammengestellt; die Zahlen jeder Horizontalreihe sollen nach Hrn. Guébhard constant sein.

	$i$ od. $n$	$m$	$a$		$i$ od. $n$	$m$	$a$
1. Ring	81,2	93,6	121	4. Ring	27,9	35,1	42,8
2. „	42	58,5	74,5	5. „	24,5	30,1	35,8
3. „	33,1	43,3	54,0	6. „	21,1	26,1	29,7

Königsberg i. Pr., März 1883.

#### XVI. Messung der Schallschwächung im Telephon; von K. Vierordt.

In den zahlreichen mit Telephonen verschiedener Einrichtung in den letzten Jahren angestellten Versuchen ist die durch die Fortleitung im Apparat bedingte Schallschwächung nicht zu messen versucht worden. Die einzigen mir bekannt gewordenen Bemühungen der Art rühren von Siemens her, welcher eine gewöhnliche Spieldose zu seinen Versuchen benutzte. Er gibt an, dass ein Bell'sches Telephon etwa  $\frac{1}{10000}$  der Schallmasse, von der es getroffen wird, auf das andere Telephon überträgt.<sup>2)</sup> Nach meinen phonometrischen Erfahrungen darf aber (wie ich bei dieser Gelegenheit freilich nicht ausführlich nachweisen kann) der

1) Ein Operiren mit einem „unabegrenzten“ Bereich ist hiernach also keineswegs „unausführbar“, wie Hr. G. meint.

2) Jahrbuch der Erfindungen von Gretschel und Wunder. 14. p. 89. Leipzig 1878.

Schallverlust, wenn es sich um die Messung des Schallleitungs- und Schallschwächungsvermögens der Körper handelt, nicht in Bruchtheilen des ursprünglichen Schalles angegeben werden.

Der Schall wird, wie ich in zahlreichen, später zu veröfentlichtenden Versuchen an Medien aller Aggregatformen gefunden und bisher nur gelegentlich in anderweitigen phonometrischen Arbeiten zur Sprache gebracht habe, durch die Längseinheit des Leiters (von unverändertem Querschnitt) jeweils um denselben absoluten Betrag gemindert. Die von Siemens vertretene Auffassung findet ihre ganz natürliche Erklärung in dem früheren Mangel experimenteller vergleichender Arbeiten über die Schallmessung überhaupt. Die Siemens'sche Angabe über die Schallschwächung im Telephon ist deshalb auch ohne Bedenken angenommen, resp. citirt worden, obschon nur wenige Beobachtungen am Telephon von wohl bekannten Tönen, z. B. der gewöhnlichen Menschenstimme, hinreichen müssen, um ohne weiteres und ohne jeden phonometrischen Apparat zur sicheren Ueberzeugung zu kommen, dass dieselben (bei Anwendung der kurzen Leitungsdrähte des Zimmerversuches) ganz unmöglich bis auf ein Zehntausendel ihrer ursprünglichen Stärke durch das Telephon abgeschwächt sein können.

Zu den Versuchen standen mir zwei Siemens-Halske'sche Telephone neuester Construction zu Gebot. An dem Exemplar Nr. 7752 ist von der Fabrik bemerkt: 1918 Umdrehungen und 205 (Siemens-) Einheiten Stromwiderstand; bei dem Exemplar 7753 ist notirt: 2050 Umdrehungen und 208 Einheiten Widerstand. Zwei gewöhnliche ältere Telephone, mit welchen ich anfangs experimentirte, wurden, als viel weniger leistungsfähig, bald bei Seite gelegt. Der zwischen den Telephonen eingeschaltete Kupferdraht war 34 m lang und 0,88 mm dick. Dazu kamen noch die beiden an den Siemens-Telephonen befestigten Drähte, welche die Verbindung zwischen Telephon und dem Leitungsdraht (mittelst einer Klemmschraube) herstellen. Jeder dieser Verbindungsdrähte ist 1 m lang, der Kupferdraht hat eine Dicke von 1,5 mm. Beide Telephone befanden sich in besonderen Zimmern, die durch zwei geräumige Zwischenzimmer voneinander getrennt waren. Die für das den Schall aufnehmende Telephon — es sei als

erstes Telephon bezeichnet — bestimmten Schalle konnten im Zimmer des zweiten Telephons durch die Luft nicht gehört werden.

Die Messungen wurden in den ersten Nachtstunden einiger Versuchstage bei tadelloser Stille der Umgebung angestellt. Ich beschränkte mich auf die in erster Linie in Frage kommende Feststellung der gesammten Schallschwächung durch die zwei Telephone, unter den oben bemerkten Versuchsbedingungen. Die Aufgabe besteht in der durch den Gehülfen zu bewirkenden Erregung quantitativ genau messbarer Schalle in irgend einer passenden Schallquelle; ich benutzte eine gewöhnlich von mir gebrauchte viereckige Zinnphonometerplatte von 2406 g Gewicht und den Dimensionen 222—172 und 8,2 mm. Die Phonometerplatte lag unmittelbar auf einem Tisch, sodass der Uebergang von Schwingungen der Platte auf letzteren nicht verhindert war, was aber auf die Messung des Schallverlustes in den Telephonen keinen Einfluss hat. Das erste Telephon wurde in einem Abstand von 3 cm über die Phonometerplatte gehalten, welche durch Herabfallen kleiner Bleikugeln in die zur Schallbildung erforderliche Erschütterung versetzt wurde, während ich am zweiten Telephon hörte. Zu empfehlen ist, dass das letztere Telephon nicht durch die Hand des Experimentators, sondern durch ein Stativ in wagerechter Lage gehalten wird. Die Telephone dienen natürlich auch zur Verständigung zwischen dem Experimentator und dem Gehülfen, sodass ersterer die nöthigen Aufzeichnungen, ohne seinen Platz zu verlassen, in aller Bequemlichkeit machen kann. Der Gehülfe erregt zuerst übermerkliche Schalle und mindert auf Commando des Experimentators die Schallstärke allmählich, bis die Schallempfindung des Experimentators auf die Schwelle gesunken ist. Die dazu erforderliche Schallstärke heisse  $S_1$ ; dieselbe drückt also die schwächste Erschütterung der Phonometerplatte aus, welche hinreicht, die nächste Luftschicht derartig in Schwingungen zu bringen, dass letztere die Platte des ersten Telephons genügend erschüttere, um dem Experimentator am zweiten Telephon eine (minimale) Schallempfindung zu verschaffen.

Um die absolute Schallschwächung durch die Telephone zu messen, hat der Experimentator in Parallelversuchen sein Ohr wiederum 3 cm über der Schallquelle (Phonometerplatte) zu halten, während der Assistent das Fallgewicht, resp. die Fallhöhe bis auf den Punkt abmindert, der in dem Experimentator eine Schwellenempfindung erregt. Sei  $S$  die dazu erforderliche geringe Schallstärke, so ist die Schallschwächung durch beide Apparate und den sie verbindenden Leitungsdraht, d. h. die Summe sämtlicher Uebergangs- und innern Widerstände zwischen der Schallquelle und dem Ohr des Experimentators =  $S_1 - S$ . In  $S_1$ , sowie in  $S$ , sind natürlich auch die ausserordentlich geringen Widerstände (gemessen in Schalleinheiten der angewandten Phonometerplatte) jeweils mit inbegriffen, welche die Leitung des Schalles vom äusseren Ohr bis in das Labyrinth des Experimentators verursacht. Demnach hat der Werth  $S_1 - S$  in der That die oben erörterte Bedeutung. Zur vollen Begründung dieser meiner Berechnung der Schallschwächung, d. h. der Rectifizierung von  $S_1 - S$ , müsste ich auf das Grundgesetz der mit der Leitung des Schalles verbundenen Schallschwächung ausführlich eingehen, was, als zu weit abführend, bei diesem Anlass nicht wohl thunlich erscheint.

Meine Messungsmethode ist so einfach und sicher wie möglich; sie kann als Ausgangspunkt zu vielen anderen Untersuchungen, namentlich wohl auch dazu benutzt werden, um — bei gehöriger Abänderung der Versuchsbedingungen — die Umsetzung der tönenden Vibrationen in electriche Ströme zu messen. Mir als Physiologen stehen aber derartige Aufgaben zu fern, um mich auf dieselben einlassen zu können.

An den Siemens-Telephonen erhielt ich folgende Resultate: das Ohr wurde dem zweiten Telephon so nahe als möglich gebracht, doch jede Berührung mit letzterem vermieden, um nur durch die Luft zu hören. Die Schwellenempfindung trat ein, wenn die Zinnphonometerplatte durch eine Bleikugel von 1549 mg Gewicht bei einem Fallraum von bloß 7 mm erschüttelt wurde. Für zwei Bleikügelchen von 2073 und 888 mg Gewicht (also  $P/p = 2,334$ ) und die angegebene Schallquelle wurde der Werth des Exponenten

$\epsilon$  der Fallhöhe (nach Oberbeck'scher Methode) zu 0,6196 (rund 0,62) bestimmt. Die Schallstärke ist demnach  $1549 \times 7^{0,62} = 5176$  mg mm (ausgedrückt in Schallstärkeeinheiten der Zinnphonometertafel).

Dieser Schall hat, wie man sieht, nur eine mässige Stärke; dieselbe entspricht einem schwachen, nur auf geringem Abstand hörbaren Ton der Menschenstimme. Wurde das Ohr an das Telephon angedrückt, so trat die Schwelle, wiederum bei der 1549 mg schweren Fallkugel, schon bei 4 mm Fallhöhe ein; man hat demnach  $S_1 = 3659$ . Schaltete ich statt des dicken Leitungsdrahtes einen anderen, von etwas grösseren Widerständen ein, so änderte sich der obige Werth  $S_1 = 5176$  nicht bedeutend. Die Widerstände in den Telephonen selbst sind so gross, dass diejenigen unserer Leitungsdrähte (von den angegebenen Dimensionen) nicht viel in Betracht kommen; auf die genauere Verfolgung dieser praktisch so wichtigen Frage konnte ich mich aber nicht einlassen.

Schliesslich wurde diejenige Schallstärke bestimmt, welche nöthig ist, um meinem, der Phonometerplatte auf 3 cm Abstand genäherten Ohre eine Schwellenempfindung zu verschaffen. Das war bei einem 2,4 mg schweren Fallkugeln und einer Fallhöhe von 12 mm der Fall. Für dieses winzige Gewicht wurde  $\epsilon$  an dem Gewichtspaar 17,5 und 8,75 mg ( $P/p = 2,00$ ) zu 0,529 (rund 0,53) direct bestimmt. Man hat also als Schallstärke  $S_{2,4} \times 12^{0,53} = 8,95$  mg mm.

Also ist, ausgedrückt in Schallstärkeeinheiten der Zinnplatte von 2406 g Schwere, die Schallschwächung durch das ganze System  $5176 - 8,95 = 5167,1$  ferner Schallschwächung bei Andrücken des Ohres des Empfängers an das Telephon  $3659 - 8,95 = 3650,1$ ; also ein viel geringerer Verlust, als beim Hören des Empfängers aus der Luft.

1) Im zweiten Fall (Hören aus der Luft) kann über die Leitungswege vom zweiten Telephon zum Ohr kein Zweifel bestehen; wohl aber im anderen Fall, wo das Ohr an das Telephon angedrückt wird. Wahrscheinlich haben wir es auch hier im wesentlichen mit einer Leitung am Telephon durch die Luft des Gehörganges zum Trommelfell zu thun, sowie ausserdem mit einer erheblichen Verstärkung der Schwingungen durch die Resonanz der abgeschlossenen Luft zwischen Telephonplatte und Trommelfell.

In einer Vormittagsstunde, bei grosser Unruhe der Umgebung (zahlreiche Maurer waren in etwa 120 m Abstand beschäftigt), wurden weitere Versuche angestellt. Mein 3 cm über der Zinnphonometerplatte befindliches Ohr bekam die Schwellenempfindung erst bei 13,67 S (3,5 mg Gewicht, 9 mm Fallhöhe). — Hierauf wurde das erste Telephon wiederum in einem senkrechten Abstände von 3 cm von der Phonometerplatte gehalten, während ich am anderen Telephon (das Ohr war nicht an letzteres angedrückt) hörte. Die Empfindungsschwelle trat bei 4704  $S_1$  (1549 mg Fallkugeln 6 mm Fallhöhe) ein. Also schwächt der gesammte Apparat den aus der Luft ihm zugeleiteten Schall des Zinnphonometers um 4704  $S_1$  — 13,7 S = 4690,3 Schalleinheiten der Zinnphonometerplatte.

Mit Obigem bezwecke ich zunächst, nur den Nachweis der Brauchbarkeit meiner phonometrischen Methode auch für die vorliegenden Untersuchungen zu liefern; die experimentelle Feststellung sämtlicher einzelner Schallschwächungsursachen — wobei vor allem sowohl die Drähte der Telephone als auch der Leitungsdraht zwischen beiden Telephonen, sowie der Abstand der Eisenplatte vom Magnet innerhalb breiter Grenzen abgeändert werden müssten — würde zahlreiche besondere Versuchsreihen in Anspruch nehmen.

Da ausserdem bekanntlich auch das Quale der zu leitenden Töne, resp. Schalle, in Betracht kommt, so muss ich vorerst anheimgestellt sein lassen, inwiefern die speciellen Bedingungen, unter welchen ich experimentirte, auf das allgemeine Versuchsergebnis von Einfluss sind. Die Schallschwächung durch den ganzen Apparat ist wahrscheinlich nur innerhalb einer gewissen Breite der ursprünglichen Schallstärke eine constante, indem die Excursionen der Eisenplatte des Telephons von einer gewissen Schallstärke an hinter der letzteren zurückbleiben müssen. Die auch beim Telephon erforderliche Bestimmung der Gültigkeitsgrenze unseres Gesetzes: dass durch einen Leiter immer eine und dieselbe absolute, von der ursprünglichen Schallstärke unabhängige Schallschwächung hervorgebracht wird, wäre somit eine weitere Aufgabe für die künftige Forschung.

Um das Endresultat kurz und anschaulich zu wiederholen, schwächen die beiden Telephone, sammt ihrem 34 m langen Leitungsdraht, den Schall um 5167 Schalleinheiten der Zinnphonometertafel (die von einer Bleikugel erschüttert wird) ab. Das ist, wie früher bemerkt, aber ein verhältnissmässig schwacher Schall, hervorgerufen durch das Herabfallen einer circa 1½ g schweren Bleikugel durch einen Fallraum von blos 7 mm Höhe. Er ist objectiv blos  $5167/8,95 = 577$  mal stärker als der schwächste Schall, den mein gut hörendes Ohr überhaupt noch wahrnehmen kann. Es muss somit wohl begreiflich erscheinen, dass neuerdings selbst bis auf Entfernungen von neunzig englischen Meilen noch vernehmlich hörbar telephonisch gesprochen werden konnte.

**XVII. Ueber electricische Schwingungen  
mit besonderer Berücksichtigung ihrer Phasen;  
von A. Oberbeck.<sup>1)</sup>**

(Hierzu Taf. II Fig. 12.)

(Fortsetzung.)<sup>2)</sup>

Zur Weiterführung der Untersuchungen über die electrodynamische Wechselwirkung electricischer Schwingungen stellte sich die Benutzung eines Kohlrausch'schen Sinusinductors als nothwendig heraus. Bei der Herstellung desselben für das hiesige, physikalische Institut liess der Verfasser eine Veränderung vornehmen, in Folge deren der Apparat gleichzeitig zwei Wechselströme von constanter Amplitude, gleicher Schwingungsdauer, aber beliebig zu veränderndem Phasenunterschied liefern kann.

Hierdurch konnten zunächst die Gesetze der electrodynamischen Wechselwirkung electricischer Schwingungen viel

1) Im Auszuge der K. preuss. Acad. d. Wiss. zu Berlin am 30. Nov. 1882 vorgelegt.

2) Vgl. Oberbeck, Wied. Ann. 17. 816—841 und 1040—1042. 1882.

einfacher und directer durch den Versuch geprüft werden. Das weitere Studium dieser Erscheinungen führte sodann zu einer neuen und einfachen Methode, die Polarisation von Metallplatten in Flüssigkeiten unter der Einwirkung von Wechselströmen zu bestimmen.

I. Beschreibung eines Apparates zur Herstellung zweier Wechselströme von bestimmtem Phasenunterschied.

Bekanntlich rotirt bei dem Sinusinductor eine magnetisirte Stahlplatte innerhalb einer Multiplicatorrolle und erregt in derselben einen Inductionsstrom, dessen Intensität periodische Veränderungen erfährt. Diese Multiplicatorrolle wurde in der Weise durch zwei Multiplicatoren von verschiedener Grösse ersetzt, dass der kleinere in dem Hohlraum des grösseren sich befand. Der innere Multiplicator kann in zwei zu einander senkrechten Stellungen durch Schrauben an der Messingplatte befestigt werden, welche das Räderwerk deckt, während der äussere Multiplicator um eine Axe drehbar ist, deren Richtung mit der Rotationsaxe des Magnets zusammenfällt.

Bilden die Windungsebenen der beiden Multiplicatoren (vergl. Figur 12) einen Winkel  $AMB = \eta$ , so haben die in denselben inducirten, electromotorischen Kräfte einen Phasenunterschied  $\eta$ . Dieser Winkel wird an einer Kreistheilung mit Hilfe eines Zeigers  $C$  abgelesen, welcher an der unteren Seite des grösseren Multiplicators befestigt ist. Der innere Multiplicator kann auch so angebracht werden, dass seine Windungsebenen parallel mit  $MA'$  liegen, während der bewegliche Multiplicator auch in diesem Fall aus der parallelen bis in die senkrechte Stellung gedreht werden kann. Sind die Winkel der beiden Multiplicatoren in beiden Fällen dieselben, so haben die der Grösse nach gleichen Phasenunterschiede, da die Rotationsrichtung des Magnets stets dieselbe bleibt, entgegengesetzte Vorzeichen. Selbstverständlich kann man den Apparat auch als Sinusinductor gewöhnlicher Construction benutzen. Dann sind beide Multiplicatoren parallel zu stellen und beide hintereinander in denselben Stromkreis einzuschalten.

Werden dagegen zwei verschiedene Stromkreise gebildet, von denen jeder einen der Multiplicatoren enthält, so werden in denselben Wechselströme von verschiedener Phase erregt. Die Phasen der Ströme sind nicht dieselben wie diejenigen der inducirten Kräfte. Diese weiteren Phasenverschiebungen lassen sich aber leicht durch Rechnung<sup>1)</sup> ermitteln.

Bezeichnet man die Anzahl der Stromwechsel in der Secunde mit  $n$ , den Widerstand des einen Kreises mit  $w_1$ , das electrodynamische Potential des ganzen Stromkreises auf sich selbst mit  $p_1$ , die zur Zeit  $t$  inducirte, electromotorische Kraft mit  $nE_1 \cos(n\pi t)$ , die Stromstärke mit  $i_1$ , so ist:

$$p_1 \frac{di_1}{dt} + w_1 i_1 = n \cdot E_1 \cos(n\pi t),$$

$$i_1 = \frac{nE_1}{w_1^2 + n^2\pi^2 p_1^2} \{w_1 \cos(n\pi t) + p_1 n\pi \sin(n\pi t)\}.$$

Werden für den zweiten Stromkreis die entsprechenden Bezeichnungen benutzt, ist ferner der Winkel der beiden Multiplicatoren  $\eta$ , so gilt für  $i_2$  die Gleichung<sup>2)</sup>:

$$p_2 \frac{di_2}{dt} + w_2 i_2 = nE_2 \cos(n\pi t - \eta).$$

Es ist:

$$i_2 = \frac{E_2 n}{w_2^2 + n^2\pi^2 p_2^2} \{(w_2 \cos \eta - n\pi p_2 \sin \eta) \cos(n\pi t) + (w_2 \sin \eta + n\pi p_2 \cos \eta) \sin(n\pi t)\}.$$

Die electrodynamische Wechselwirkung der beiden Ströme auf einander ist proportional mit:

$$(1) \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{T} \int_0^T i_1 i_2 dt = \\ & \frac{n^2 E_1 E_2}{(w_1^2 + n^2\pi^2 p_1^2)(w_2^2 + n^2\pi^2 p_2^2)} \{(w_1 w_2 + n^2\pi^2 p_1 p_2) \cos \eta + n\pi (p_1 w_2 - w_1 p_2) \sin \eta\}. \end{aligned} \right.$$

Geht der Strom des einen Multiplicators durch die festen Rollen eines Electrodynamometers, derjenige des anderen durch die bewegliche Rolle, so ist das Drehungsmoment der

1) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 148. p. 148—150. 1873.

2) Werden gleichzeitig in beiden Multiplicatoren Ströme inducirt, so müsste man eigentlich auf die Induction der beiden Rollen auf einander Rücksicht nehmen. Da dieselben bei den später zu besprechenden Anwendungen meist in gekreuzter Stellung sich befanden, so habe ich von der Berücksichtigung der gegenseitigen Induction abgesehen.

letzteren dem eben mitgetheilten Ausdruck proportional. Sieht man dasselbe als Function von  $\eta$  allein an, so kann man schreiben:  $D = A \cos \eta + B \sin \eta$ .

Hierin ist  $A$  stets positiv, während  $B$  je nach der Zusammensetzung der beiden Stromkreise positiv oder negativ sein kann.

Ich gebe zunächst als Beispiele einige am Electrodynamometer unter verschiedenen Umständen beobachtete Ablenkungen. Hierzu müssen die Bestandtheile der beiden einzelnen Stromkreise angegeben werden. Zu dem Ende soll abgekürzt der erste Multiplicator mit  $M_1$ , der zweite mit  $M_2$ , die beiden stets miteinander verbundenen festen Rollen mit  $F$ , die bewegliche Rolle mit  $B$  bezeichnet werden. Die Widerstände dieser Rollen waren zuvor gemessen worden. Weitere Widerstände, welche noch hinzugefügt wurden, waren stets ohne erhebliche Selbstinduction (meist mit Benutzung eines Siemens'schen Widerstandskastens).

Die zu der beweglichen Rolle führende Leitung enthielt einen Commutator. Es wurde stets für beide Stellungen desselben abgelesen und die Differenzen genommen, sodass die mitgetheilten Zahlen ( $\alpha$ ) die doppelten Ablenkungen repräsentiren.

Tabelle I.

1. { Kreis 1:  $M_1 + F + 3000$  S.-E.; Gesamtwiderstand 4263 S.-E.  
 { Kreis 2:  $M_2 + B$ ; Gesamtwiderstand 829 S.-E.

$\eta$	$\alpha$	$\eta$	$\alpha$
0°	+660	70°	+188
40	+479	80	+ 70
60	+292	90	- 48

2. { Kreis 1:  $M_1 + F + w$  S.-E.; Widerstand 1263 +  $w$  S.-E.  
 { Kreis 2:  $M_2 + B$ ; Widerstand 829 S.-E.

$\eta = 90^\circ$ .

$w$	$\alpha$	$w$	$\alpha$
0 S.-E.	+540	1600 S.-E.	+10
500 "	+220	1800 "	- 5
1000 "	+ 83	2000 "	-17
1200 "	+ 49	2500 "	-34
1400 "	+ 28		

3. { Kreis 1:  $M_1 + F + 1830$  S.-E.; Widerstand 3093 S.-E.  
 { Kreis 2:  $M_2 + B + 180$  S.-E.; Widerstand 1009 S.-E.

$\eta$	$\alpha$	$\eta$	$\alpha$
0°	798	70°	289
30	685	80	150
50	545	90	0
60	432		

Vergleicht man die beobachteten Ablenkungen mit der Formel:

$$\alpha = A \cos \eta + B \sin \eta,$$

so zeigt sich, dass bei der ersten Reihe  $B$  einen negativen Werth hatte, dass ferner bei der zweiten Reihe ( $\alpha = B$ )  $B$  durch Veränderung des Widerstandes  $w$  von positiven zu negativen Werthen übergeführt werden konnte, dass endlich in der letzten Reihe  $B = 0$  war.

Von Wichtigkeit ist besonders der Umstand, dass man bei gekreuzten Rollen stets durch passende Wahl der Widerstände in den beiden Kreisen die Ablenkung der beweglichen Rolle verhindern kann. Man kann dies benutzen, um die Inductionspotentiale zweier Rollen zu vergleichen. Es ist hierzu nicht einmal nöthig, dass die beiden Multiplicatoren ganz genau einen Winkel von 90° bilden.

Die Ablenkung wird nach Gl. (1) Null, wenn:

$$(w_1 w_2 + n^2 \pi^2 p_1 p_2) \cos \eta + n \pi (p_1 w_2 - w_1 p_2) \sin \eta = 0,$$

$$(2) \quad w_1 (n \pi p_2 - w_2 \cotg \eta) = p_1 n \pi (w_2 + n \pi p_2 \cotg \eta).$$

Es mag angenommen werden, dass  $\eta$  nur wenig von 90° verschieden ist, und dass die Bestandtheile der beiden Stromkreise so gewählt waren, dass man durch Einschaltung eines passenden Widerstandes ohne Selbstinduction (mit Hülfe eines Siemens'schen Widerstandskastens) in den Kreis Eins den Ausschlag des Electrodynamometers auf Null bringen kann. Dann wird die oben stehende Gleichung erfüllt. Wird ferner, während Kreis Zwei stets unverändert bleibt, in den ersten Kreis eine Drahtrolle eingeschaltet, so werden  $p_1$  und  $w_1$  verändert. Das Electrodynamometer wird dann im allgemeinen einen Ausschlag zeigen. Durch eine weitere Einschaltung oder Ausschaltung von Widerständen kann man

dann wiederum bewirken, dass die bewegliche Rolle in Ruhe bleibt.

Setzt man den bei diesen beiden Versuchen unverändert bleibenden Quotienten in Gl. (2):

$$\frac{n\pi p_2 - w_2 \cotg \eta}{n\pi (w_2 + n\pi p_2 \cotg \eta)} = \frac{p_2 - \frac{w_2}{n\pi} \cotg \eta}{w_2 + n\pi p_2 \cotg \eta} = k,$$

bezeichnet man ferner die Summe aller Inductionspotentiale des ersten Kreises im ersten Fall mit  $p_1$  im zweiten Fall mit  $p_1'$  und entsprechend die Summe aller Widerstände desselben mit  $w_1$  und  $w_1'$ , so gelten die Gleichungen:

$$(3) \quad p_1 = kw_1, \quad p_1' = kw_1', \quad \frac{p_1}{p_1'} = \frac{w_1}{w_1'}.$$

Um die hierbei zu erreichende Genauigkeit zu prüfen, habe ich die Inductionspotentiale der beiden Multiplicatoren  $M_1$  und  $M_2$  und der Electrodynamometerrollen  $F$  und  $B$  mit dem Inductionspotential einer Rolle  $R$  von 8000 Windungen verglichen, für welche ich dasselbe vor kurzem nach absolutem Maass bestimmt habe.<sup>1)</sup>

Zu dem Zweck waren zunächst die in Betracht kommenden Widerstände mit Hülfe eines constanten Stromes bestimmt worden.

Es hatte sich ergeben:

$$\begin{aligned} M_1 &= 1061 \text{ S.-E.}, & M_2 &= 686 \text{ S.-E.}, & R &= 2434 \text{ S.-E.}, \\ F &= 202 \text{ S.-E.}, & B &= 143 \text{ S.-E.} \end{aligned}$$

Jede der beiden festen Rollen war einzeln untersucht worden und hatte 101 S.-E. ergeben. Da dieselben höchst wahrscheinlich genau gleich gearbeitet sind, so habe ich angenommen, dass dieselben auch gleiche Inductionspotentiale haben, welche ich abgekürzt durch  $f$  bezeichnen will. Auch die übrigen Abkürzungen  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $R$ ,  $F$ ,  $B$  mögen gleichzeitig die Inductionspotentiale der betreffenden Rollen bedeuten. Dann ist:  $F = 2f$ .

Bei der Herstellung der beiden Stromkreise muss in jedem eine Multiplicatorrolle des Sinusinductors und eine Electrodynamometerrolle sich befinden. Man kann entweder beide feste Rollen hintereinander oder nur eine allein ein-

1) Oberbeck, Wied. Ann. 17. p. 1040—1042. 1882.

schalten. Hiernach ergeben sich die folgenden Combinationen:

$$\begin{array}{ll} M_1 + F \text{ und } M_2 + B, & M_1 + f \text{ und } M_2 + B. \\ M_2 + F \text{ und } M_1 + B, & M_2 + f \text{ und } M_1 + B. \end{array}$$

In den einen der beiden Kreise, welchen ich stets als ersten ansehen werde, war dann noch der Widerstandskasten eingeschaltet. In denselben Kreis wurde stets auch die Vergleichsrolle  $R$  gebracht. Bei den beiden letzten Versuchsreihen (vier und fünf) musste in den Kreis Zwei noch ein Zusatzwiderstand eingeführt werden, welcher aus einer bifilar gewickelten Neusilberdrahtrolle ( $N = 562$  S.-E.) bestand.

Die beiden Multiplicatoren befanden sich in gekreuzter Stellung, d. h. ihre Windungsebenen bildeten Winkel, welche stets nur um wenige Grade von  $90^\circ$  verschieden waren. Die Anwendbarkeit der Formel (3) wird hierdurch nicht gestört, sobald der Winkel  $\eta$  während einer Versuchsreihe ungeändert bleibt, da durch denselben nur der Factor  $k$  beeinflusst wird. Wenn  $\eta$  nicht genau  $90^\circ$  beträgt, so hängt der Factor  $k$  auch von der Schwingungszahl  $n$  der electrischen Ströme ab. Deshalb wurde bei jeder einzelnen Versuchsreihe dasselbe Treibgewicht des Sinusinductors beibehalten. Kleine Schwankungen von  $n$  üben keinen Einfluss aus.

In der folgenden Tabelle sind die Beobachtungen zusammengestellt. Die erste Verticalreihe enthält die Bestandtheile des Kreises Eins, die zweite die Gesamtwiderstände desselben. Bei jeder Versuchsreihe ist ausserdem die Zusammensetzung des Kreises Zwei angegeben, ferner die mittlere Schwingungszahl  $n$  und der Werth des Winkels  $\eta$ . Letzterer wurde nachträglich mit Hülfe des Factors  $k$  berechnet, da die ziemlich rohe Kreistheilung eine genaue Beobachtung desselben nicht zuliess.

Tabelle II.

Kreis 1: Bestandtheile	Gesamtwiderstand
Reihe 1: Kreis 2: $M_2 + B$ , $n = 80$ , $\eta = 94^\circ$	
$M_1 + F + 1205$ S.-E.	2468 S.-E.
$R + M_1 + F + 2700$ „	6897 „
$M_1 + f + 1130$ „	2292 „

Kreis 1: Bestandtheile	Gesamtwiderstand
Reihe 2: Kreis 2: $M_1 + B$ , $n = 120$ , $\eta = 95^\circ$	
$M_1 + F + 1270$ S.-E.	2593 S.-E.
$R + M_1 + F + 2885$ „	6582 „
$M_1 + f + 1190$ „	2352 „
Reihe 3: Kreis 2: $M_2 + B$ , $n = 80$ , $\eta = 92^\circ$	
$M_1 + F + 917$ S.-E.	2180 S.-E.
$R + M_1 + F + 1973$ „	5670 „
$M_1 + f + 847$ „	2009 „
Reihe 4: Kreis 2: $M_2 + F$ , $n = 80$ , $\eta = 94^\circ$	
$M_1 + B + 105$ S.-E.	1909 S.-E.
$R + M_1 + B + 60$ „	3698 „
Reihe 5: Kreis 2: $M_1 + B + N$ , $n = 80$ , $\eta = 94^\circ$	
$M_2 + F + 380$ S.-E.	1268 S.-E.
$R + M_2 + F + 1900$ „	5222 „
$M_2 + f + 290$ „	1077 „
Reihe 6: Kreis 2: $M_1 + B + N$ , $n = 90$ , $\eta = 95^\circ$	
$M_2 + F + 555$ S.-E.	1443 S.-E.
$R + M_2 + F + 2613$ „	5935 „
$M_2 + f + 437$ „	1224 „

Die Berechnung der einzelnen Inductionspotentiale erfolgt hieraus gemäss der Gl. (3). Nach der ersten Reihe ist z. B.:

$$M_1 + F = k.2468, \quad M_1 + F + R = k.6397, \quad R = k.3929,$$

also:  $M_1 + F = 0,6281 R$ .

Da ferner:  $F = 2f$ , so ist:

$$M_1 + 2f = k.2468, \quad M_1 + f = k.2292, \quad f = k.176,$$

also:  $f = 0,0448$ .

Die in dieser Weise erhaltenen Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle III.

Reihe 1	$M_1 + F = 0,6281 R$	$f = 0,0448 R$
Reihe 2	$M_1 + F = 0,6256 R$	$f = 0,0447 R$
Reihe 3	$M_1 + F = 0,6246 R$	$f = 0,0490 R$
Mittel:	$= 0,6261 R$	

Reihe 4	$M_1 + B = 0,5479 R$	
Reihe 5	$M_2 + F = 0,3207 R$	$f = 0,0483 R$
	$M_3 + F = 0,3212 R$	$f = 0,0487 R$
	Mittel: $= 0,3209 R$	Mittel: $= 0,0471 R$ (aus den 5 Versuchen).

Hieraus folgt schliesslich:

$$M_1 = 0,5319 R, \quad M_2 = 0,2267 R, \\ F = 0,0942 R, \quad B = 0,0160 R.^1)$$

Die Eigenthümlichkeit der eben beschriebenen Methode beruht darauf, dass die electrodynamische Wechselwirkung der beiden Ströme Null wird, weil dieselben eine Phasendifferenz  $\frac{1}{2}\pi$  haben. Jede Veränderung in den beiden Stromkreisen, welche eine weitere Phasenverschiebung bedingt, bewirkt daher einen Ausschlag. Als solche Veränderungen sind zu nennen:

1. Widerstandsänderungen.
2. Veränderungen der electrodynamischen Potentiale der Kreise auf sich selbst, z. B. durch Einführung eines Eisenstabes in eine Rolle, welche zu dem einen oder anderen Stromkreise gehört.
3. Einschaltung von Flüssigkeiten mit polarisirbaren Metallelektroden.

## II. Ueber die Messung der durch Wechselströme bewirkten Polarisation von Metallplatten in Flüssigkeiten.

Hr. F. Kohlrausch hat nachgewiesen<sup>2)</sup>, dass auch bei schnellem Wechsel der Richtung des polarisirenden Stromes die electromotorische Kraft der Polarisation recht bedeutende Werthe erreichen kann. Derselbe fand, dass die Einschaltung einer Flüssigkeitszelle in den Stromkreis eines Sinusinductors Veränderungen der Amplituden der electrischen Schwingungen bewirkt, welche zur Messung der Polarisation benutzt werden können. Die von Hrn. Kohlrausch entwickelte Theorie ergibt, dass in diesem Fall gleichzeitig eine

1) Durch ein Versehen ist hierfür eine andere Zahl in dem Auszug in den Academieberichten angegeben worden.

2) F. Kohlrausch, Pogg. Ann. 148. p. 143—154. 1873.

Phasenveränderung der Schwingungen eintritt, welche von der electromotorischen Kraft der Polarisirung abhängt. Es soll hier gezeigt werden, dass diese Phasenverschiebung mit Vortheil zur Bestimmung der Polarisirung verwerthet werden kann.

Befinden sich die beiden Multiplicatorrollen in gekreuzter Stellung, sind ferner die Widerstände der beiden Stromkreise so geregelt, dass das Electrodynamometer unter der Einwirkung der Wechselströme keine Ablenkung erfährt, so bewirkt die Einschaltung einer Flüssigkeitszelle im allgemeinen sehr bedeutende Ausschläge. Dieselben können von der Veränderung des Widerstandes des betreffenden Stromkreises und von der Polarisirung herrühren. Die im ersten Abschnitt mitgetheilten Versuche zeigen indess (vgl. Reihe 2), dass die erste Ursache verschwindend klein ist im Vergleich zur zweiten. Die Veränderung des Widerstandes  $w$  von 1600 S.-E. auf 1800 S.-E. bewirkte nur eine Veränderung des Ausschlages von +10 auf -5 Scalentheile. Die später mitzutheilenden Versuche sind aber unter noch viel günstigeren Verhältnissen angestellt. Ausserdem habe ich mich mehrfach direct überzeugt, dass die Vergrösserung des Flüssigkeitswiderstandes auf das Vier- bis Fünffache keinen Einfluss auf die erhaltenen Ablenkungen hatte. Dieselben rühren daher ausschliesslich von der Polarisirung her.

Eine einfache an die von Hrn. F. Kohlrausch (a. a. O.) gegebene Theorie sich anschliessende Rechnung zeigt, von welchen Umständen die Ablenkung des Electrodynamometers in diesem Falle abhängt.

Ist in den ersten Stromkreis eine Flüssigkeitszelle mit Metallelektroden eingeschaltet, so gilt für die Intensität in demselben die Differentialgleichung:

$$p_1 \frac{di_1}{dt} + w_1 i_1 + q \int i_1 dt = nE_1 \cos(n\pi t).$$

Hierin ist  $q$  eine Constante, welche den Werth der electromotorischen Gegenkraft der Polarisirung in dem betreffenden Fall angibt.

Dann ist:

$$i_1 = \frac{n E_1 \left\{ w_1 \cos(n\pi t) + n\pi \left( p_1 - \frac{q}{n^2 \pi^2} \right) \sin(n\pi t) \right\}}{w_1^2 + n^2 \pi^2 \left( p_1 - \frac{q}{n^2 \pi^2} \right)^2}.$$

Hat die inducirte electromotorische Kraft des zweiten Stromkreises, wie zuvor, eine Phasendifferenz  $\eta$  gegen diejenige des ersten Kreises, so ist das Drehungsmoment der beweglichen Rolle:

$$(4) \quad D = \frac{\frac{1}{2} E_1 E_2 n^2 \left\{ \cos \eta \left[ w_1 w_2 + n^2 \pi^2 p_2 \left( p_1 - \frac{q}{n^2 \pi^2} \right) \right] + n\pi \sin \eta \left[ w_2 \left( p_1 - \frac{q}{n^2 \pi^2} \right) - w_1 p_2 \right] \right\}}{\left\{ w_1^2 + n^2 \pi^2 \left( p_1 - \frac{q}{n^2 \pi^2} \right)^2 \right\} \cdot \left\{ w_2^2 + n^2 \pi^2 p_2^2 \right\}}.$$

War vor Einschaltung der Flüssigkeitszelle in den ersten Stromkreis bei gekreuzter Stellung der Multiplicatoren ( $\eta$  nahezu  $90^\circ$ ) Sorge getragen, dass kein Ausschlag erfolgte, so war:

$$\cos \eta [w_1 w_2 + n^2 \pi^2 p_1 p_2] + \sin \eta n \pi [w_2 p_1 - p_2 w_1] = 0.$$

Der vorige Ausdruck gibt dann:

$$(5) \quad D = \frac{-\frac{1}{2} q E_1 E_2 n \sin \eta \left\{ \frac{w_2}{\pi} + n p_2 \cotg \eta \right\}}{\left\{ w_1^2 + n^2 \pi^2 \left( p_1 - \frac{q}{n^2 \pi^2} \right)^2 \right\} \cdot \left\{ w_2^2 + n^2 \pi^2 p_2^2 \right\}}.$$

Wegen der Stellung der Multiplicatoren ist:  $\sin \eta = \pm 1$ ,  $\cotg \eta$  eine kleine Grösse, welche mit  $k$  bezeichnet werden soll. Ferner kann man  $w_1$  so gross machen, dass das Glied  $n^2 \pi^2 (p_1 - q/n^2 \pi^2)^2$  gegen  $w_1^2$  sehr klein ist. Dann ist:

$$(6) \quad D = \frac{q E_1 E_2 n \cdot w_2 \left\{ 1 + \frac{n p_2 \pi}{w_2} k \right\}}{2 \pi w_1^2 \left\{ w_2^2 + n^2 \pi^2 p_2^2 \right\}}.$$

Bei den bisher angestellten Versuchen ergab sich, dass die Ausschläge bei Veränderung der Schwingungszahlen  $n$  denselben nahezu proportional waren. Bezeichnet man dieselben mit  $\alpha$ , so kann man in erster Annäherung setzen:

$$(7) \quad q = \text{Const.} \frac{\alpha}{n}.$$

Als Beispiele theile ich einige von mir angestellte Beobachtungen mit, die ich indess nur als vorläufige ansehe, da

ich eine systematische Untersuchung der Polarisationserscheinungen nach der beschriebenen Methode auszuführen beabsichtige.

Bei denselben bestand der erste Stromkreis aus dem Multiplikator  $M_1$  den beiden festen Rollen des Electrodynamometers  $F$  und einem hinzugefügten Widerstand von 1830 S.-E., sodass der Gesamtwiderstand dieses Kreises 3093 S.-E. betrug. In diesen Kreis wurde die Flüssigkeitszelle eingeschaltet.

Der zweite Kreis enthielt den Multiplikator  $M_2$ , die bewegliche Rolle  $B$  und einen weiteren Widerstand von 170 S.-E., sodass der Gesamtwiderstand desselben 999 S.-E. betrug.

Tabelle IV.

1. Platinplatten von 20 qmm Fläche in concentrirter Kochsalzlösung.

$n$	$\alpha$	$\alpha/n$
77,5	194,7	2,513
88,9	224,0	2,578
107,5	285,5	2,656
121,9	312,0	2,559

2. Kupferplatten von 20 qmm Fläche in concentrirter Kochsalzlösung.

$n$	$\alpha$	$\alpha/n$
86,2	84,2	0,977
103,1	103,5	1,004
117,6	118,7	1,009

Dieselben Kupferplatten in concentrirter Lösung von Kupfervitriol gaben Werthe von  $\alpha/n$ , welche zwischen 0,10 und 0,17 lagen. Bei den bisher mitgetheilten Versuchen waren die Platten auf den Rückseiten ganz, auf den Vorderseiten bis auf das angegebene Flächenstück mit Wachs überzogen. Es schien von Interesse, die Abhängigkeit der Polarisation von der Fläche der eingetauchten Platten zu ermitteln. Zu dem Zweck waren die beiden Platten an einer Mikrometerschraube befestigt, durch welche sie bis zu einer genau festzustellenden Tiefe in die Flüssigkeit getaucht werden konnten. Selbstverständlich waren die einander zugekehrten Seiten der Platten von dem Wachstüberzug frei.

Es ergab sich hierbei Folgendes, wobei mit  $f$  die wirksame Plattenfläche bezeichnet werden soll.

Tabelle V.

Platinplatten in concentrirter Kochsalzlösung.

$f$	$n$	$\alpha$	$\alpha/n$	$f$	$n$	$\alpha$	$\alpha/n$
25 qmm	84,3	216	2,562	25 qmm	110,5	298	2,700
50 "	83,3	142	1,705	50 "	107,5	213	1,981
75 "	84,7	122	1,440	75 "	111,1	172	1,548
100 "	80,0	103	1,287	100 "	111,1	149	1,371
150 "	81,9	77	0,940	150 "	104,7	117	1,117

Während die Grösse der wirksamen Metallfläche auf das Sechsfache zunimmt, sinkt die Polarisation noch nicht ganz auf den dritten Theil des ersten Werthes. Die Grösse  $q$  ist daher nicht, wie man erwarten sollte, der Plattenfläche umgekehrt proportional, sondern verändert sich nach einem complicirteren Gesetz, dass in jedem Falle besonders festzustellen ist.

Die hier beschriebene Methode, die Polarisation zu untersuchen, gewährt anderen Methoden besonders bei Benutzung constanter Ströme gegenüber eine Reihe von Vorzügen, welche zum Schluss noch erwähnt werden sollen.

1. Die Messungen sind ganz unabhängig von einer andauernden Ungleichheit der Platten, welche constante oder unregelmässig veränderliche Ströme bewirken kann.

2. Die polarisirenden Wechselströme können keine erheblichen Veränderungen in der Flüssigkeit (Concentrationsunterschiede) oder an den Electrodenflächen hervorbringen.

3. Die Polarisation wird gemessen, ohne dass der polarisirende Strom unterbrochen zu werden braucht.

4. Die Einwirkung des polarisirenden Stromes auf das Beobachtungsinstrument ist durch die Versuchsanordnung ausgeschlossen. Die Ablenkungen desselben sind nur eine Folge der Phasenveränderung, welche die electromotorische Kraft der Polarisation hervorruft.

Dagegen zeigte sich im weiteren Fortgang der Versuche über die Polarisation, dass das magnetische Moment der Stahlplatte nicht ganz constant blieb. Infolge dessen war es nothwendig, fortdauernd den Zustand derselben durch besondere Versuche zu controliren. Aus denselben ging zunächst hervor, dass die Maximalwerthe der polarisirenden

Ströme einer electromotorischen Kraft von zwei bis drei Daniell entsprachen. Ferner gestatteten dieselben, die Polarisationsconstanten  $q$  in absoluten Einheiten anzugeben. Hierüber soll in einer folgenden Mittheilung berichtet werden.

Halle a. S.

### XVIII. *Die auswählende Absorption der Energie der Sonne; von S. P. Langley.*

(Hierzu Taf. III u. IV.)<sup>1)</sup>

Im Jahre 1800 veröffentlichte Sir William Herschel in den Philosophical Transactions seine Untersuchungen über dunkle Wärme, aus welchen er schloss, dass Wärme und Licht ihrem Wesen nach verschieden sind.

Diese Anschauung wurde von den nachfolgenden Autoren dahin modificirt, dass jeder Strahl drei Qualitäten enthalte, Wärme, Licht und chemische Wirkung, während in der Neuzeit viele Physiker zu der weiteren Ueberzeugung gekommen sind, dass Wärme, Licht und chemische Wirkung nicht sowohl specielle jedem Strahl inhärirende Qualitäten sind, als vielmehr Offenbarungsarten einer gemeinsamen Energie; oder, ganz allgemein, dass dieselbe Aetherwelle uns sowohl Wärme als auch Licht und chemische Wirkung liefert, je nach der Natur des von ihm getroffenen Körpers.

Diese letzteren Anschauungen können gleichwohl nicht als von allen Physikern angenommen betrachtet werden.

Dr. J. W. Draper sprach bereits vor geraumer Zeit aus, dass das Wärmemaximum nicht nothwendig in jedem Fall stets im Ultraroth liegen müsse (wenn dies auch in dem prismatischen Spectrum der Fall ist), und dass in einem Normalspectrum es im Orange sich befinde. Diese Folgerungen für das Normalspectrum liessen sich durch kein in seinem Besitze befindliches Mittel experimentell bestätigen. Es war ihm mit den feinsten zu Gebote stehenden Thermoelementen unmöglich, merkbare Wärme beim Gitterspectrum zu erhalten, wenn er nicht alles, was in den beiden

1) Die Tafeln verdankt die Redaction der Güte des Herrn Autors.

Hälften desselben lag, zusammenfasste. Aber es folgte doch, dass, wenn es je möglich wäre, so geringe Wärmemengen zu messen, die Schlüsse an getrennten Strahlen des Gitterspectrums verificirt werden könnten.

Es ist bis jetzt, soweit mir bekannt ist, niemandem gelungen, die Wärme eines Diffractionsspectrums zu messen, ausgenommen im Ganzen; letzteres dadurch, dass man z. B. die ganze obere oder die ganze untere Hälfte eines Spectrums auf die Thermosäule concentrirte und so zu einigen Resultaten gelangte, die zwar nicht werthlos waren, aber doch nicht das Interesse bieten konnten, welches sich an solche anknüpfen muss, die wir dann zu erwarten haben, wenn wir mit hinreichender Annäherung die Energie einer jeden einzelnen Wellenlänge zu messen im Stande sind. Ich habe viele Jahre auf das Studium der strahlenden Wärme der Sonne mit der Thermosäule verwandt, und so konnte ich mich der Hoffnung hingeben, dass es mir bei der langjährigen Erfahrung mit den für dieses Instrument nöthigen Vorsichtsmaassregeln und im Besitz der empfindlichsten Apparate gelingen würde, bessere Resultate als meine Vorgänger zu erhalten. Gleichwohl fand ich, dass die erhaltenen Resultate zu unbestimmt waren, um einen besonderen Werth beanspruchen zu können, und dass die Wissenschaft keinen Apparat besass, der so kleine Mengen strahlender Wärme zu messen gestattete; denn die mittlere Wärme in dem Diffractionsspectrum erreicht unter den günstigsten Umständen nicht ein Zehntel derjenigen im prismatischen und ist gewöhnlich noch viel kleiner.

Ich versuchte daher ein empfindlicheres Instrument als die Thermosäule zu ersinnen, das zu gleicher Zeit ein wirklicher „Messapparat“ und nicht ein blosser „Anzeiger“ für das Vorhandensein einer schwachen Strahlung wäre und gelangte durch fast ein Jahr lang dauernde Versuche zu der Construction des Bolometers (*βολή μετρὸν*), eines Instrumentes, dessen Details in den „Proc. of American Acad. of Arts and Sc. 16. 1881“<sup>1)</sup> beschrieben sind. Mit diesem Apparate wurden

1) Beibl. 5, p. 191.

die Versuche in Betreff des Gitterspectrums wieder aufgenommen und wurde der erste unzweifelhafte Nachweis für messbare Wärme, in einem fast linearen Theile des Spectrums, am 7. October 1880 erhalten. Fast das ganze Jahr 1880 verging mit Verbesserungen des Apparates oder mit der Anstellung solcher Versuche, die zuerst auf werthvolle Resultate hoffen liessen.

Man wird sich überzeugen, dass die Resultate beinahe den vollständigen experimentellen Beweis gewähren, den der Gegenstand zulässt, dass jeder Strahl, mag er nun in dem „chemischen“, „sichtbaren“ oder „Wärme“-Theil liegen, sich als Wärme bemerkbar machen kann; und dass das Maximum der Wärme in dem Normalspectrum in der Nähe des Gelb liegt. — Dadurch, dass alle diese Beobachtungen zweimal täglich angestellt wurden, und zwar zu den Zeiten sehr verschiedener atmosphärischer Absorption, sind wir im Stande, den Betrag dieser Absorption für jeden Strahl des Spectrums besonders zu berechnen. Diese Untersuchungen sind nothwendig langwierig und schwierig, aber sie haben zu ganz unerwarteten Resultaten geführt. Eine Uebersicht über die Resultate findet sich am Schlusse der Abhandlung.

#### Vorläufige Beobachtungen.

Die Messungen mit dem Gitterspectrum haben den Vorzug, dass sie direct sich auf die Wellenlänge eines jeden Strahles beziehen; aber während die Wärme im Gitterspectrum, wie schon erwähnt, im günstigsten Falle immer noch kleiner als ein Zehntel derjenigen im prismatischen ist, ist ihre Wirkung, wenn man so schmale Theile, dass man dieselben als homogen betrachten kann, untersucht, beinahe unmerklich. Die Schwierigkeiten der Messung mit dem Gitter werden noch durch das Uebereinanderfallen der Spectra vergrößert. Für diese ersten Messungen, welche bis zu einer Wellenlänge von einem Tausendstel eines Millimeters<sup>1)</sup> angestellt wurden,

1) Für die Messungen ist die Einheit für die Wellenlänge das Mikron ( $\mu$ ) =  $\frac{1}{1000}$  mm, oder 10000 mal die Einheit von Ångström. Somit wird die Wellenlänge von Fraunhofer's „A“ 0,76  $\mu$ .

habe ich zwei Rutherford'sche Gitter auf Spiegelmetall benutzt, von denen das eine 17296 Linien auf den Zoll oder 681 auf den Millimeter, das andere halb soviel enthielt.

Ich benutzte einen Spalt in einer Entfernung von 5 m ohne Collimator und stellte das Gitter senkrecht zu der optischen Axe; demnach sind die Strahlen durch kein absorbirendes Medium hindurchgegangen, mit Ausnahme der Atmosphäre der Sonne und unserer eigenen.

Die Strahlen fallen von dem Gitter auf einen Hohlspiegel (dessen Hauptbrennweite ungefähr 1 m beträgt) und werden von diesem auf die Oeffnung des Bolometers concentrirt, wobei sie ein schmales Spectrum bilden, welches durch das Gehäuse des Apparates geht und auf den Draht des Bolometers fällt. Da dieser Draht sich längs des Spectrums parallel zu den Fraunhofer'schen Linien bewegt, so wird eine Coincidenz mit einer von diesen durch eine Temperaturerniedrigung und einen entsprechenden Ausschlag des Galvanometers angezeigt. Der Apparat ist daher in gleicher Weise für die unsichtbaren, wie für die sichtbaren Strahlen verwendbar. Es ist nicht unwesentlich, zu bemerken, dass sich kein Schirm zwischen Bolometer und Gitter befindet, denn die Temperatur des Schirmes selbst, wenn er verstellt oder zurückgezogen wird, muss die Messungen beeinflussen. Während des Versuchs war das Bolometer fortwährend der Strahlung vom Gitter ausgesetzt, und zwar entweder der von diesem reflectirten oder der von seiner Substanz ausgestrahlten. Die Unterbrechung der Sonnenstrahlung geschieht an dem anderen Ende, 5 m entfernt von dem Gitter. Bei den angewandten Gittern ist eins der zweiten Spectra sehr schwach, ja es fehlt fast. Die Strahlen des zweiten Spectrums liegen nothwendig über denen im ersten mit doppelter Wellenlänge; und da jede Wahrnehmung der Sonnenstrahlung in den empfindlichsten Apparaten auf der Meeresoberfläche in der Nähe von  $\lambda = 0,3\mu$  im Ultraviolett verschwindet, so folgt daraus, dass wir in dem ersten Spectrum streng bis zu  $\lambda = 0,6\mu$  aber in der That noch weiter messen können, ohne befürchten zu müssen, dass unsere Resultate durch das darüber gelagerte zweite Spectrum, selbst wenn

dasselbe intensiv wäre, beeinflusst würden. Ueber  $0,7\mu$ , also in der Nähe der Grenze des Roth im ersten Spectrum, liegt  $0,35\mu$  im zweiten, wo die Wärme in Wirklichkeit stets zu vernachlässigen ist. Wir sind daher auch, da die Wärmemenge im zweiten Spectrum bei  $0,5\mu$  bekannt ist, und da unser äusserster Beobachtungspunkt bei  $1,0\mu$  im ersten über  $0,5\mu$  im zweiten Spectrum liegt, sicher, dass kein beträchtlicher Fehler hierdurch entstehen kann, wenn für die geringe Wirkung des zweiten Spectrums eine Correction eingeführt wird. Eine weitere Correction erhält man, wenn man das benutzte Gitter durch ein so grob getheiltes ersetzt, dass keine beträchtliche Abweichung vom Spalt bei irgend einem Theil des beobachteten Spectrums verursacht wird. Das Bolometer (dessen constante Stellung zum Hohlspiegel eine derartige war, dass die optische Axe des letzteren den Winkel zwischen seinem centralen Draht und dem Mittelpunkt des Gitters halbirte) wurde zugleich mit dem Hohlspiegel durch eine Tangentialschraube im Bogen bewegt, sodass das Spectrum über seine Oberfläche hinwegzugehen schien.

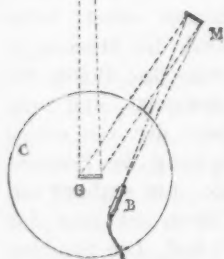


Fig. 1.

Die wirkliche Ablenkung eines der Beobachtung unterworfenen Strahles wurde an einem Theilkreis abgelesen, an dem sich der Spiegel und der das Bolometer tragende Arm verschieben liess. Der ganze Apparat wurde später durch einen vervollkommneteren ersetzt, und sehen wir daher hier von einer besonderen Beschreibung ab. In Fig. 1 ist *S* der Spalt, *G* das Gitter, *M* der Hohlspiegel und *C* der Theilkreis.

Das Licht kam von dem Silberspiegel eines Heliostaten

und ging durch den Spalt in einer Entfernung von 5 m vom Gitter, welches über dem Mittelpunkt des Kreises einer massiven Theilmaschine unverrückbar befestigt war. Dabei steht die Ebene des Gitters immer senkrecht zu der seinen Mittelpunkt mit dem Spalt verbindenden Linie. Spiegel und Bolometer nebst Zubehör waren mit dem Kreis, der beweglich war, verbunden.

Durch eine weitere Correction wurde die Absorption des Metallspiegels berücksichtigt; dagegen konnte die Absorption des eisernen Streifens des Bolometers nur in indirecter Weise in Rechnung gebracht werden. Letzteres geschah durch Vergleichung mit der Wirkung eines Bolometers mit einer berusteten Oberfläche. Die ganze Untersuchung ist mit einem solchen Bolometer wiederholt worden, ohne dass die erhaltenen Resultate irgendwie modificirt worden wären. Die Wellenlängen folgen aus den gemessenen Winkeln nach der Formel  $ns\lambda = \sin i + \sin r$ , wo  $n$  die Ordnung des Spectrums,  $s$  die Entfernung der Gitterlinien,  $\lambda$  die Wellenlänge des Strahles,  $i$  den Einfallswinkel (in unserem Falle  $0^\circ$ ) und  $r$  den Diffractionswinkel bezeichnet.

Bei den ersten Beobachtungen schien bei einer Prüfung des Diffractionsspectrums bis zu  $\lambda = 1,0^\mu$  die Energie in dem unsichtbaren Theile viel geringer als im sichtbaren zu sein. Etwas Bestimmtes ist bis jetzt dem Physiker über die Ausdehnung des normalen Sonnenspectrums nicht bekannt; indessen nimmt man gewöhnlich aus theoretischen Erwägungen für das prismatische Spectrum eine etwas grössere Ausdehnung als die obige an, und ein mit diesem Gegenstande sehr vertrauter Autor (Draper)<sup>1)</sup> betrachtete diese Wellenlänge ( $1,0^\mu$ ) als die äusserste bekannte Grenze.

Von Anfang an schien es unwahrscheinlich zu sein, dass die Wärmemenge unter dem Roth wesentlich grösser oder nur gleich sein sollte derjenigen oberhalb; denn dann müsste (da die Wärmemenge bei der letzten Ordinate  $\lambda = 1,0^\mu$  sehr klein ist) die Wärmecurve beim Gitter bis ungemein weit unter die äusserste Grenze sich ausdehnen, welche sich für das normale Spectrum aus der Beobachtung ergibt. Gleichwohl brachten

1) Draper, Proc. Am. Acad. 16. p. 233. 1880.

meine weiteren Untersuchungen mich zu der Ueberzeugung, dass diese ungeheure und nicht bestätigte Ausdehnung wirklich existirt, und dass somit in ganz unabhängiger Weise die Behauptungen von Tyndall und anderen betreffs der grossen Wärme in dieser Region bestätigt werden. Ich konnte allerdings mit dem zur Verwendung gelangten Gitter wegen der übereinander liegenden Spectra die genaue Grenze nicht feststellen, vermuthete aber aus früheren von mir vor zwei Jahren durchgeführten Beobachtungen das Vorhandensein der Sonnenwärme bis zu einer Entfernung von nahezu viermal der Wellenlänge der untersten sichtbaren Linie,  $A (\lambda = 0,76\mu)$  oder bis zu  $\lambda = 3,0\mu$ .

Wir erhalten alle Sonnenstrahlen durch eine absorbirende Atmosphäre, und muss somit zunächst die Grösse dieser auswählenden Absorption für jeden Strahl besonders bestimmt werden. Das ist bis jetzt meines Wissens nie geschehen und bildet einen wesentlichen Theil der vorliegenden Arbeit.

Die grosse Schwierigkeit bei diesen Untersuchungen liegt nach der Beschaffung eines hinreichend empfindlichen Wärmemessers in den variablen Mengen strahlender Energie, welche unsere Atmosphäre selbst bei gleich dicken Luftschichten durchsetzt. Die Sonnenstrahlung selbst ist merklich constant, aber die Variationen der zu uns gelangenden Wärme sind selbst von Minute zu Minute bei anscheinend klarem Himmel bemerkbar. Das Bolometer sieht in der That, wenn ich den Ausdruck gebrauchen darf, Wolken, die dem Auge unsichtbar bleiben. Dass diese fortwährenden Aenderungen in äusseren Ursachen und nicht im Instrument selbst begründet sind, wurde durch Messungen mit einer constanten Wärmequelle zur Genüge bewiesen.

So wurde beispielsweise mit einer Petroleumlampe, die ungefähr am Galvanometer denselben Ausschlag, wie die Sonne verursachte, constatirt, dass eine einzelne Beobachtung einen wahrscheinlichen Fehler von weniger als 1 Proc. enthält.

Die Variationen von Minute zu Minute (unter einem anscheinend hellen Himmel) erreichen oft zehnmal den genannten wahrscheinlichen Fehler, und können diese nur durch

vielfache Wiederholung der Beobachtungen an verschiedenen Tagen eliminirt werden. In der That sind 29 derartiger täglicher Beobachtungen bei den Vorversuchen angestellt worden, doch musste eine noch weit grössere Anzahl wegen der beträchtlicheren atmosphärischen Schwankungen zwischen Morgen und Nachmittag unberücksichtigt gelassen werden. Selbst in diesen 29 Tagen, die man als besonders hell betrachten konnte, war nur in zehn Fällen der Himmel am Morgen und Nachmittag genügend constant, um vollständige Versuchsreihen erhalten zu können.

Begreiflicherweise versuchten wir täglich wenigstens zwei Versuchsreihen durch das ganze Spectrum anzustellen, eine, wenn die Strahlen wenig absorbirt wurden, (am Mittag) und die andere, wenn sie eine grössere Absorption erfahren hatten (am Morgen oder Nachmittag). Die Luftmasse, welche die Strahlen passiren, ist für Zenithdistanzen kleiner als  $65^\circ$  proportional der Secante, und für solche grösser als  $65^\circ$  proportional:

$$\frac{0,174 \times \text{der atm. Refraction}}{\cos (\text{scheinbare Höhe})},$$

sowie stets proportional dem Barometerstand gesetzt. Sie ist in Einheiten ausgedrückt, von denen jede den Druck eines Decimeters Quecksilber an der Meeresoberfläche darstellt.

Da dort der Barometerstand 7,6 dcm, so gibt  $t^{7,6}$  die Transmission für eine Atmosphäre. Der Transmissionscoefficient für eine Atmosphäre ist somit der Theil der von einer Sonne im Zenith an einen Beobachter auf der Meeresoberfläche übermittelten Strahlung, und diese ergibt sich als für jeden Strahl sehr verschieden. So zeigt ein Blick auf Tabelle 3, dass von drei Sonnenstrahlen mit den Wellenlängen 0,375, 0,600, 1,000 $\mu$ , beim ersten (im Ultraviolett) 61 Proc. der ursprünglichen Energie absorbirt und 39 Proc. durchgelassen werden, beim zweiten (im Orange) 36, resp. 64 Proc. beim dritten (im Ultraroth) 20, resp. 80 Proc. etc.

Vorbereitende Bolometerbeobachtungen zu Allegheny über das Diffractionsspectrum für die Expedition nach Mount Whitney.

Die folgende Tabelle gibt die Tage an, an welchen Bolometerbeobachtungen in Allegheny bis zum Juni 1881 für die

$\lambda =$	0,375 $^{\mu}$	0,400	0,450	0,500	0,600	0,700	0,800	0,900	1,000
28. Jan. 1881 $\{d,$	—	101	—	374	383	320	221	144	102
$\{d,,$	—	43	—	167	268	215	221	116	78
2. Febr. . . . $\{d,$	34	80	215	289	307	293	175	—	93
$\{d,,$	3	20	61	104	141	195	91	—	47
17. Febr. . . . $\{d,$	23	62	120	232	260	227	188	—	71
$\{d,,$	8	25	58	110	133	151	80	—	39
22. Apr. . . . $\{d,$	19	43,5	154	236	262	239,5	177,5	123,5	98
$\{d,,$	6,5	17	63	119,5	171,5	180,5	122,5	89,5	84
23. Apr. A.M. $\{d,$	—	59	152	206	263	227	191	121	94
$\{d,,$	—	41	124	189	258	257	187	122	96
23. Apr. P.M. $\{d,$	—	59	152	206	263	277	191	121	94
$\{d,,$	—	32	103	124	188	198	140	80	66
29. Apr. A.M. $\{d,$	13	29	113	151	235	235	139	100	89
$\{d,,$	10	22	65	126	156	197	135	93	86
29. Apr. P.M. $\{d,$	13	29	113	151	235	235	139	100	89
$\{d,,$	5	8	49	62	107	116	72	58	66
30. Apr. . . . $\{d,$	21	55	121	186	245	259	175	119	90
$\{d,,$	18	33	97	148	220	232	166	97	80
28. Mai . . . . $\{d,$	8	34	99	109	144	134	89	64	52
$\{d,,$	—	2	9	27	52	66	61	33	39

Die nächste Tabelle gibt die Stellung der Sonne und die entsprechenden Luftmassen für jede Reihe der vorhergehenden Tabelle. In dieser Tabelle bezeichnet  $\beta$  den Barometerstand (in Decim.), und  $M$  ist bestimmt durch die Formel:

$$M = \frac{0,0174 \times \text{atm. Refraction}}{\cos. (\text{scheinb. Höhe})}.$$

Tabelle 2.

Datum	Hoher Sonnenstand				Niedriger Sonnenstand			
	Stundenw. der Sonne	Zenith- distanz der Sonne	$\beta$ .	$M_{\beta}$ .	Stundenw. der Sonne	Zenith- distanz der Sonne	$\beta_{..}$	$M_{.. \beta_{..}}$
28. Jan. 1881	h m	dem	7,45	14,25	h m	dem	7,45	23,24
2. Febr. . . .	0 09	58° 29'	7,39	13,63	2 57	71° 28'	7,45	23,24
17. Febr. . . .	0 38	52 57	7,43	12,33	3 00	70 45	7,39	22,24
22. Apr. . . .	0 12	28 13	7,36	8,35	2 56	66 09	7,42	18,25
23. Apr. V.M.	0 11	27 49	7,40	8,37	4 36	66 22	7,36	18,32
23. Apr. N.M.	0 11	27 49	7,40	8,37	2 45	45 30	7,40	10,56
29. Apr. V.M.	0 06	25 50	7,35	8,17	4 26	63 57	7,40	16,85
29. Apr. N.M.	0 06	25 50	7,35	8,17	3 11	48 46	7,35	11,15
30. Apr. . . .	0 04	25 31	7,41	8,21	5 23	73 36	7,35	35,73
28. Mai. . . .	0 11	19 03	7,35	7,75	3 54	56 31	7,41	13,43
					5 33	71 14	7,32	22,33

Durch Combination der Beobachtungen bei hohem und niedrigem Sonnenstand für jeden Tag besonders erhält man die Coëfficienten der atmosphärischen Transmission nach der Formel:

$$\log t = \frac{\log d_{..} - \log d_{\beta}}{M_{.. \beta_{..}} - M_{\beta}},$$

wo  $t$  den Coëfficienten der verticalen Transmission durch Luft bei einem Barometerstand von 1 dem darstellt. Diese Coëfficienten sind in einer Tabelle zusammengestellt worden, doch sind in der folgenden nur die Mittelwerthe gegeben.

Tabelle 3.

$\lambda =$	0,375	0,400	0,450	0,500	0,600	0,700	0,800	0,900	1,000
Angenommenes $t^{7,6}$	0,884	0,892	0,909	0,923	0,942	0,955	0,965	0,970	0,971
	0,392	0,420	0,485	0,544	0,636	0,705	0,763	0,794	0,799

Bemerkenswerth ist, dass, entgegen der allgemeineren Annahme, die Durchlässigkeit der Atmosphäre sich

hier am grössten für die ultrarothten Strahlen ergibt.

Die sämmtlichen brauchbaren neun Beobachtungen sind auf dieselbe Stromstärke von 0,25 Weber reducirt und die Resultate in zwei Reihen, für die Winter- und die Frühjahrmessungen, zusammengestellt.

Hier folgen auch wieder nur die Mittelwerthe.

Tabelle 4.

$\lambda =$	0,375	0,400	0,450	0,500	0,600	0,700	0,800	0,900	1,000
Winter $d$ , (Mittel aus 7 Reihen) . . .	31	88	190	294	328	259	172	111	91
Frühjahr $d$ , (Mittel aus 9 Reihen) .	18	57	139	218	281	271	188	121	94

Die mittleren Mittagsausschläge in der vorigen Tabelle für Winter und Frühling bedürfen noch einer weiteren Correction; zuerst für den darüberlagernden Theil des (schwachen) zweiten Spectrums, wofür man aus vorläufigen Versuchen hier  $\frac{1}{30}$  des Betrags beim ersten angenommen hat, zweitens für die auswählende Absorption durch die Silberoberflächen, drittens für die auswählende Absorption durch eine Oberfläche von Spiegelmetall, viertens für die Wärmeabnahme im Gitterspectrum mit wachsendem Diffractionswinkel, die vorläufig dem Bogen  $r$  proportional angenommen ist; die auswählende Absorption durch die Substanz des Bolometers wird hier vernachlässigt.

Diese Correctionen drücken sich als Factoren aus, mit welchen die uncorrigirten Ausschläge nacheinander zu multipliciren sind, mit Ausnahme der ersten zu subtrahirenden Correction. (Die zweite und dritte Correction ist hier durch Specialuntersuchungen über Metallabsorption bestimmt worden, welche den Gegenstand einer besonderen Abhandlung bilden werden.)

Die Untersuchungen über die auswählende Absorption von Lampenruss sind unvollständig und müssen daher die gegebenen Werthe noch einer zweiten Correction unterworfen werden.

Tabelle 5.

$\lambda =$	0,375	0,400	0,450	0,500	0,600	0,700	0,800	0,900	1,000
Correctionen									
I (subtr.)	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{30} \times d_{0,40}$	$\frac{1}{30} \times d_{0,45}$	$\frac{1}{30} \times d_{0,50}$
II (Factor)	3,005	2,067	1,606	1,448	1,301	1,227	1,192	1,166	1,145
III „	2,000	1,923	1,802	1,695	1,550	1,460	1,408	1,389	1,370
IV „	1,034	1,039	1,051	1,064	1,096	1,138	1,193	1,266	1,366

Wir haben bisher „Wärme“ gemessen, worunter wir die durch bestimmte Agentien in unseren Apparaten zur Beobachtung gelangende Sonnenenergie verstehen. In dem Maasse, als wir oben die specielle auswählende Energie eines jeden dieser Agentien eliminirt haben, können wir auch sagen, dass die resultirenden Werthe der Sonnenenergie selbst proportional sind. Wir wollen damit nicht behaupten, die so wenig behandelte und schwierige Frage streng gelöst zu haben, aber wir betrachten doch die gegebenen Curven als eine erste Annäherung an die Curve der absoluten Energie.

Nach diesen Correctionen werden die definitiven Werthe der Mittagsausschläge in Allegheny:

Tabelle 6.<sup>1)</sup>

$\lambda =$	0,375	0,400	0,450	0,500	0,600	0,700	0,800	0,900	1,000
d, (corr.) Winter 1881 . . .	192,6	363,4	579,3	767,9	724,9	527,9	338,3	215,4	173,6
d „ (corr.) Frühjahr 1881 . .	111,9	235,4	523,7	569,6	621,0	552,5	372,3	238,0	234,6

Die mittlere Luftmasse im Winter ist = 13,88,

„ „ „ „ Frühjahr „ = 9,33.

Wir gehen jetzt zu der Berechnung der Energie ausserhalb der Atmosphäre für homogene Strahlen auf Grund der

1) Man sieht, dass, wenn auch im Winter die absorbirende Luftmasse  $1\frac{1}{2}$  mal so gross ist, als im Frühjahr, die von den kürzeren Wellenlängen erhaltene Wärme in der That im Winter grösser ist als im Frühling. Vielleicht ist die Durchlässigkeit der Lichtstrahlen im Winter relativ grösser als im Frühling. Dies mag in gewisser Weise mit dem ungleichen Feuchtigkeitsgehalt in diesen beiden Jahreszeiten zusammenhängen. Die Tension des Wasserdampfes betrug während der Beobachtungen im Winter in der Umgebung 2 mm, im Frühling 8 mm.

gegebenen Werthe über. Zu dem Ende bedienen wir uns der Formel:

$$\log E = \log d - M\beta \log t,$$

Hier bezeichnet  $E$  die Energie in einem Strahle ausserhalb der Atmosphäre (d. h. vor der tellurischen Absorption),  $d$ , den mittleren Galvanometerausschlag zu Mittag,  $\beta$ , den Barometerstand in Decimetern oder die verticale Luftmasse;  $M\beta$ , die entsprechende Luftmasse für die Zenithdistanz der Sonne zu Mittag, und  $t$  den angenommenen Transmissionscoëfficienten.

Die folgende Tabelle ist nach den im Frühjahr 1881 beobachteten Werthen mit Mittelwerthen für die Transmission zusammengestellt, um die Beziehung zwischen der Energie ausserhalb der Atmosphäre und derjenigen bei hohem und niedrigem Sonnenstand zu Allegheny zu zeigen, wobei die verschiedenen absorbirenden Luftmassen bei den Beobachtungen bei niedrigem Sonnenstand auf denselben Werth, den doppelten als bei hohem Sonnenstand, reducirt sind.

Tabelle 7.

$\lambda =$	0,375	0,400	0,450	0,500	0,600	0,700	0,800	0,900	1,000
$E$ = Energie vor d.									
Absorption . . . .	353	683	1031	1203	1083	849	519	316	309
$d$ = Energie nach d.									
Absorption, (corr.									
hoh. Sonnenstand)	112	235	424	570	621	553	372	238	235
$d$ = Energie nach d.									
Absorption, (corr.									
niedrig. Sonnenst.)	27	63	140	225	311	324	246	167	167

$E$  kann aus  $d$  und  $d''$  durch die bereits gegebene Formel berechnet werden und sind damit die Curven in Taf. III gezeichnet.

Die mittlere Curve gilt für hohen Sonnenstand. Man kann annehmen, dass die Fläche der Curve die wirklich durch die Actinometer zu Mittag beobachtete Wärmemenge, mit Ausnahme derjenigen unter der Wellenlänge  $1,0\mu$ , darstellt.

Die untere Curve gilt für niedrigen Sonnenstand. Ihre Fläche ist derjenigen Wärmemenge proportional, die beim

Scheinen der Sonne durch die doppelt so dicke absorbirende Luftmasse als zu Mittag erhalten wird.

Die obere punktirte Curve ist die „Curve ausserhalb der Atmosphäre.“ Ihre Fläche stellt diejenige Wärmemenge dar, welche unsere Apparate ganz ausserhalb der absorbirenden Luft nachweisen würden, und die Vertheilung dieser Wärme (Energie) vor der Absorption. Kennen wir die Werthe für die mittlere Curve in Calorien, so können wir leicht die Grösse der absoluten Wärme vor der Absorption (die Constante der Sonne) ermitteln.

Zu einem ganz anderen Resultat würden wir gelangen, wenn wir diesen letzten Werth durch directe Anwendung unserer logarithmischen Formel auf die gewöhnlichen actinometrischen Beobachtungen (d. h. auf solche, bei denen nur die Wirkung der gesammten Wärmestrahlen durch das Thermometer festgestellt wird) hätten bestimmen wollen. Gewöhnlich ist man so verfahren, doch kann dieser Weg nicht zu richtigen Resultaten führen; denn diese Exponentialformeln sind in der Theorie nur auf homogene Strahlen anwendbar, und die Abweichung von der Theorie involvirt hier einen nachweisbar beträchtlichen Fehler.

Die obigen Werthe (in Tab. 7) sind nur relativ. Um zu absoluten zu gelangen, müssen wir diese Resultate mit den Messungen der Strahlung der Sonne in Calorien oder anderen durch die Actinometer unter nahezu denselben Bedingungen gelieferten Einheiten combiniren. Wir werden damit gleichzeitig einen vorläufigen Werth für die Constante der Sonne erhalten. Als Mittel unserer Beobachtungen mit den Actinometern von Violle und Crova in den hellsten Tagen haben wir 1,81 Cal. in Allegheny im März 1881 beobachtet. Dies ist der absolute Betrag der durch die Fläche der ganzen Curve für hohen Sonnenstand dargestellten Wärme.

In diesem Resultat ist die in dem ganzen Spectrum vertheilte Wärmemenge enthalten, während doch unsere calorimetrischen Messungen in dem Diffractionsspectrum nur bis zu der Wellenlänge  $1,0\mu$  gehen.

Indess, da wir in der That aus späteren Beobach-



Roth und Ultraroth), ein Schluss der der gegenwärtig verbreiteten Ansicht widerspricht und von weittragender Bedeutung sein dürfte. Denn wenn die dunkle „Wärme“ durch Strahlung unsere Atmosphäre leichter durchsetzt als die leuchtende Wärme, so müssen wir unsere Ansichten über die Wärmeeinspeichernde Wirkung dieser Atmosphäre und somit über die Bedingungen des Lebens auf unserem Planeten ändern.

Aus den bis jetzt für die Absorption eines jeden Strahles erhaltenen Werthen können wir die Wärmemenge oder Energie vor der Absorption (die Constante der Sonne) nach einem Vorgang, der genau mit der Theorie in Uebereinstimmung steht, berechnen. Nach diesem vorläufigen Werth ist die Constante der Sonne grösser, als gewöhnlich angenommen. Das Verhältniss der dunklen zur leuchtenden Wärme ist durch die auswählende Absorption so vollständig geändert, dass wir unser bisheriges Urtheil nicht nur über die Wärmestrahlung der Sonne, sondern auch über ihre wirkliche Temperatur sehr modificiren müssen.

Die Sonne würde dem Auge ohne unsere Atmosphäre bläulich erscheinen.

Trotz der Sorgfalt, mit welcher die Untersuchungen, die den obigen Schlüssen zu Grunde liegen, durchgeführt sind, hielten wir es bei der Wichtigkeit des Gegenstandes und wegen der von der herkömmlichen Meinung abweichenden Resultate für wünschenswerth, die Beobachtungen unter möglichst anderen Bedingungen zu wiederholen. Sind die bisherigen Schlüsse begründet, so mussten wir auf einem hoch gelegenen Punkte bei directer Bestimmung der Absorption für jeden Strahl zu denselben Resultaten gelangen.

#### Expedition auf Mount Whitney.

Im Juli 1881 rückte eine im Observatorium zu Allegheny ausgerüstete Expedition im Auftrag des Verfassers unterstützt vom Kriegsministerium und unter der officiellen Leitung des Generals W. B. Hazen zum Mount Whitney in Südcalfornien aus, wo dieselben und andere Beobachtungen an zwei in sehr verschiedener Höhe übereinander gelegenen Stationen

wiederholt wurden. Die Resultate werden binnen kurzem officiell veröffentlicht werden. Für jetzt genügt es anzuzeigen, dass die bis dahin erhaltenen Schlüsse bestätigt und erweitert worden sind.

Auf dem Berge wurde in einer Höhe von 13000 Fuss durch das Bolometer eine bis jetzt noch nicht erkannte Ausdehnung des prismatischen Spectrums im Ultraroth in der Nähe der grossen in unserer Prismenkarte mit  $\Omega$  bezeichneten Absorptionsbande und darüber hinaus beobachtet, und nach der Rückkehr nach Allegheny konnte diese letzte Beobachtung auch in unserer niedrigeren Atmosphäre gemacht werden.

Durch die Freigebigkeit eines Bürgers von Pittsburgh konnte das Observatorium für die Expedition einige besondere Apparate anschaffen, so einen Foucault'schen Siderostat, von den Dimensionen des im Pariser Observatorium befindlichen, aber sonst wesentlich vervollkommenet; ferner einen speciellen Apparat (Spectrobolometer), um die Abweichungen der unsichtbaren Strahlen bis auf weniger als eine Bogenminute genau zu messen etc.

Sir William Herschel wies im Jahre 1800 nach, dass die Wärme sich über das sichtbare Spectrum hinaus erstreckte.<sup>1)</sup> Nach ihm bestand ungefähr die eine Hälfte aus dunkler, und die andere Hälfte aus leuchtender Wärme. Seebeck und Melloni zeigten in zahlreichen Abhandlungen, dass die Vertheilung der Wärme von der Substanz des Prismas abhing und zum Theil von der Absorption durch dieselbe herrühre. 1840 gab Sir John Herschel<sup>2)</sup> ein Thermograph des unsichtbaren Spectrums, wonach die Absorption im Ultraroth eine ungleichförmige war. J. W. Draper beobachtete 1842<sup>3)</sup> drei breite Banden in dieser Region, die er mit  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  bezeichnete. 1846 scheinen Foucault und Fizeau dieselben Linien beobachtet zu haben. Draper<sup>4)</sup>

1) W. Herschel, Phil. Trans. 90. (II) p. 294 u. 438. 1800.

2) J. Herschel, Phil. Trans. 130. (I) p. 1. 1840.

3) Draper, Phil. Mag. 22. p. 120. 1843.

4) Draper, Phil. Mag. (4) 13. p. 153. 1857.

bemerkte, dass er nach früheren Untersuchungen zu der Ueberzeugung gekommen sei, der wärmste Theil des Normalspectrums liege im Gelb. J. Müller<sup>1)</sup> wies durch eine Construction nach, wie man aus dem verzerrten prismatischen Spectrum das Normalspectrum erhalten kann. Er vermuthet, dass die Wellenlänge der äussersten ultrarothten Strahlen ungefähr  $1,8\mu$  beträgt, und nach seinem Diagramm befindet sich nahezu  $\frac{2}{3}$  der Wärme im ultrarothten Theil. Tyndall<sup>2)</sup> gibt die Lage des Wärmemaximums im prismatischen Spectrum an und erachtet die unsichtbare Strahlung der Sonne für zweimal so gross als die sichtbare. 1871 veröffentlichte Lamansky<sup>3)</sup> eine Zeichnung, nach welcher drei Lücken in der Ultrarothcurve durch die Thermosäule nachgewiesen wurden. Er wiederholt die gebräuchliche Ansicht, dass diese Strahlen von der Atmosphäre stark absorbiert werden. 1879 spricht Mouton<sup>4)</sup> in einer beachtenswerthen Abhandlung von vier bekannten Banden im Ultraroth mit den Wellenlängen 0,85, 0,99, 1,23,  $1,48\mu$ .

Sind unsere Karten richtig, so ist bei  $1,48\mu$  keine beträchtliche Bande vorhanden, und  $2,14\mu$ , das er als die Grenze des Spectrums bezeichnete, ist der wärmste Punkt in seiner Umgebung. Doch hat er wahrscheinlich durch seine sinnreiche Methode die Existenz der Bande wahrgenommen, deren Wellenlänge in unseren Zeichnungen mit  $1,37\mu$  bezeichnet ist, und hatte er damit die entfernteste damals sicher beobachtete Bande erreicht. Abney<sup>5)</sup> photographirte im Jahre 1880 das ultrarothte prismatische Spectrum bis zur Wellenlänge  $1,075\mu$  mit einer bis dahin gänzlich unbekannten Genauigkeit, gab zugleich die Wellenlängen von Linien, für die er durch Extrapolation  $\lambda = 1,240\mu$  bestimmte, und wies eine noch darüber hinaus liegende Bande nach.

1) Müller, Pogg. Ann. **105**. p. 543. 1858.

2) Tyndall, Phil. Trans. **156**. (I) p. 83. 1866.

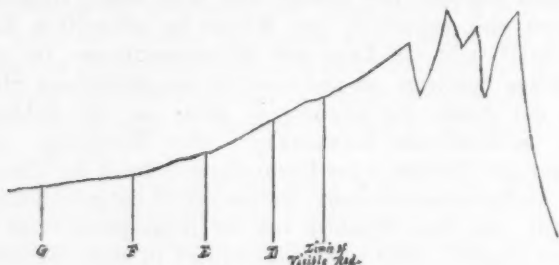
3) Lamansky, Pogg. Ann. **146**. p. 200. 1872.

4) Mouton, Compt. rend. **89**. p. 295. 1879. Beibl. **3**. p. 768. 1879.

5) Abney, Phil. Trans. 1880. (I) p. 653—667. Beiblätter **5**. p. 507. 1880.

Neuerdings hat Abney<sup>1)</sup> eine Zeichnung des Diffractions-spectrums bis  $\lambda = 0,9682\mu$  veröffentlicht.

Nach dieser Zeichnung von Abney glaubt Draper, die von ihm 1842 beobachteten Linien  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  mit den Gruppen identificirt zu haben, die Abney bei  $\lambda = 0,8150$  bis  $0,8350$ ,  $0,8980$  bis  $0,9300$  und  $0,9350$  bis  $0,9800$  nachgewiesen hat.



LAMANSKY.

Fig. 2.

In unserer Zeichnung befindet sich Draper's  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  an der von ihm angegebenen Stelle. Draper hielt sie für die von ihm, Foucault und Fizeau und Lamansky beobachteten Linien. Nach ihm also würde die unterste Grenze für seine eignen und andere ihm 1881 bekannte Untersuchungen sich nicht weit über die Wellenlänge  $1,000\mu$  hinaus erstrecken. Gleichwohl scheint der niedrigste Punkt bei Lamansky tiefer gelegen zu haben, und geben wir zum Vergleich mit unseren Karten eine Copie der Curve von Lamansky (Fig. 2). Diese kurzen Notizen enthalten nur das, was unmittelbar mit unserem Gegenstand in Beziehung steht, und sind nicht als Geschichte desselben zu betrachten.

1) Abney, Proc. of the Am. Acad. 1881.

(Fortsetzung im nächsten Heft.)

**XIX. Bemerkungen zu der Abhandlung  
des Hrn. C. Bohn: „Ueber absolute Maasse“;  
von Paul Volkmann.**

Bei der Aufstellung absoluter Maasssysteme, insbesondere im Gebiete der electricischen Erscheinungen, kann man sich von zwei Gesichtspunkten leiten lassen. Der eine, welcher bisher stets der leitende gewesen ist, und es auch wohl bleiben wird, hat zum Ziel Befriedigung des unmittelbar praktischen Bedürfnisses, also Messungen so genau als möglich absolute, d. h. in den drei Einheiten der Länge, Zeit und Masse anzugeben. Für dieses Ziel ist es wenig erwünscht, wenn die Genauigkeit der Resultate durch in den Naturgesetzen vorkommende constante Factoren getrübt wird — Factoren (Weber's kritische Geschwindigkeit, die Constante des Newton'schen Gesetzes), deren numerischer Werth weniger genau feststeht, als die Resultate in sich übereinstimmen. Die an und für sich völlig willkürliche Verfügung gewisser Einheiten wurde daher so getroffen, dass die Resultate der Messungen von diesen lästigen Factoren befreit, in absolutem Maass den Grad numerischer Genauigkeit darstellten, der ihnen kraft der Beobachtungen zukam. Aus diesem praktischen Bedürfniss heraus entstanden z. B. das electrostatische und electromagnetische (electrodynamische) Maasssystem.

Ein anderer Gesichtspunkt hätte zum Ziel, die Verfügungen der Einheiten so zu treffen, dass die Anschaulichkeit und Vorstellbarkeit der Begriffe gewahrt wird. Aus diesem Gesichtspunkte entstand meine<sup>1)</sup> und, wie es scheint, auch Hrn. Bohn's<sup>2)</sup> Arbeit.

Ich will von vornherein bemerken, dass die Willkür bei der Verfügung der Einheiten und der Dimensionswerthe so gross ist, dass von einem Fehler in dem einen oder anderen Maasssysteme wohl nur bei offenbaren Inconsequenzen gesprochen werden kann. Dagegen wird es sich empfehlen, nur solche Maasssysteme aufzustellen, die ihrem Gesichtspunkt in besonders einfacher Weise Genüge leisten.

1) Volkmann, Wied. Ann. 16. p. 481. 1882.

2) Bohn, Wied. Ann. 18. p. 346. 1883.

Hr. Bohn führt nach dem Vorgang von Gauss<sup>1)</sup> den Begriff der Masse ein, wie er in der theoretischen Astronomie für einen Centralkörper aus der Umlaufzeit eines Trabanten ( $T$ ) und der grossen Axe der Bahn desselben ( $a$ ) nach der Formel  $M = 4\pi^2 a^3 / T^2$  definirt wird. Wenn man auch in der theoretischen Astronomie mit diesem Begriff der Masse auskommt, so glaube ich nicht, dass dadurch in der Physik die Anschaulichkeit und Vorstellung z. B. der mechanischen Begriffe gefördert wird. Die häufige Ausführung von Wägungen in der Physik hat den Begriff der Masse in uns zu einem so anschaulichen und greifbaren gestaltet, wie wir ihn in dem Dimensionswerth ( $M^1 L^3 t^{-2}$ ) jedenfalls nicht haben. Abgesehen ferner von der Uebereinstimmung, mit der man bis jetzt in der Mechanik mit Massen, Längen und Zeiten gerechnet hat, sind drei Grundgrössen für die Mechanik sogar nothwendig. In den Differentialgleichungen der Mechanik kommen alle drei Grundgrössen — die Masse unabhängig von den beiden anderen — vor.

Bertrand<sup>2)</sup> stellt ganz richtig „als Bedingung für die Anzahl der Grundeinheiten die auf, dass alle Formeln unabhängig von der Wahl dieser Einheiten ausgedrückt werden können. Vermehrt man diese Zahl, so ändern sich die Formeln mit den angenommenen Einheiten, vermindert man sie, so wird die Allgemeinheit der Resultate ganz unnöthiger Weise beschränkt. Die Sätze der Geometrie sind unabhängig von der Wahl der zu Grunde gelegten Längeneinheit. Die Sätze der Mechanik sind ebenso unabhängig von der Wahl der drei zu Grunde gelegten Einheiten:  $M$ .  $L$ .  $T$ . Einheiten für diese drei Grössen wurden zu einer Zeit festgesetzt, da die Mechanik sich schon auf einer hohen Stufe der Vollkommenheit befand, und sie haben nicht dazu geführt, eine Formel zu ändern oder zu beschränken.“

Hr. Bohn führt den astronomischen Begriff der Masse ein, weil es ihm unzweifelhaft ist, dass der Factor in dem Newton'schen Gravitationsgesetz eine unbenannte Zahl ist.

1) Gauss' Werke. 5. p. 630. 1867. Gauss verfügt dort über die electrischen Begriffe in zum Theil eigenartiger Weise.

2) Bertrand, Journ. des Savants. 1882. Novembre.

Die Dimension dieses Factors ( $m^{-1}l^3t^{-2}$ ) wird nämlich dann = (1), indem  $(m) = (l^3t^{-2})$ .

Nehme ich hier gleich hinzu, in welcher Weise später Hr. Bohn den Satz von der Umsetzbarkeit der Stromarbeit in eine Wärmemenge verwendet, so muss ich zu dem Schluss kommen: Hr. Bohn halte es für ein Princip, dass physikalische Gleichungen stets durch alle die Grössen, von denen das Gesetz abhängt, schon allein homogen gemacht werden, wenn in dem Gesetz also z. B. die Unabhängigkeit von der Qualität des Stoffes enthalten ist. — Als Beispiel wird die Pendelgleichung angeführt.

Dieses Princip, welches man bis jetzt allerdings bei einer Reihe von Gesetzen angewendet hat — ich erinnere z. B. an das Ohm'sche Gesetz —, ist als solches bis jetzt noch nirgends direct ausgesprochen. Soweit es angeht, wird man es schon der Einfachheit halber beibehalten; ob es sich aber consequent durchführen lässt, erscheint mir zweifelhaft, um so mehr, als ihm zur Stütze der in der Physik gebräuchliche Begriff der Masse von vornherein aufgegeben werden muss.

Hr. Bohn hält das electrostatische Maasssystem für das allein zulässige. Die von ihm angegebenen Dimensionswerthe stimmen mit demselben überein, wenn man darin  $m = (l^3t^{-2})$  setzt; die Electricitätsmenge erscheint demnach wie bei mir als Masse. Wenden wir aber die von ihm angegebenen Dimensionswerthe auf das Coulomb'sche Gesetz für magnetische Massen, auf die Gesetze von Ampère und Biot-Savart an, so sehen wir uns gezwungen, diesen Gesetzen constante Factoren mit Dimensionswerthen beizufügen — das oben aufgestellte Prinzip wird verletzt.

Hr. Bohn wird gegen die hier angeführten Gesetze erwidern, dass diese noch von der Natur des Zwischenmediums abhängen, überhaupt einzelne Elemente in denselben, wie z. B. der Begriff der Magnetismenmenge<sup>1)</sup>, „hinsichtlich der Zulässigkeit Bedenken erregen“, wie ihm denn überhaupt

1) In Bezug auf die p. 353 mir unverständlichen Fragen verweise ich z. B. auf die überaus klare Auseinandersetzung in Neumann's Vorlesungen über den Magnetismus 1881. p. 2.

die sogenannten Grunderscheinungen (doch wohl Grundannahmen) bestritten und nicht genügend einfach erscheinen. Ich kann nur darauf erwidern, dass man bis jetzt mit diesen Grundannahmen völlig ausgekommen und auf keinen Widerspruch geführt ist, und dass die Einführung eines Zwischenmediums in diese Betrachtung hiesse, an Stelle des Zweikörperproblems das Körperproblem  $n$  setzen.

Nach dem Bisherigen wird man also das oben aufgestellte Princip als nicht immer durchführbar zu bezeichnen haben. Von einem Widerspruch zwischen einzelnen Systemen kann also schon darum nicht die Rede sein. Man wird in der Physik wesentlich zu unterscheiden haben zwischen Grössen, die einer Vorstellung und Anschauung zugänglich sind, und reinen Rechengrössen. Die electrostatischen und electrodynamischen Systeme behandeln ihre Begriffe als reine Rechengrössen, und es darf daher nicht befremden, wenn dieselben Begriffe in den beiden Systemen nach verschiedenem Schema berechnet werden, d. h. verschiedene Dimensionen haben.

Mein Bestreben war in meiner früheren Arbeit darauf gerichtet, einigen Begriffen in der Electricitätslehre den Charakter von Rechengrössen zu nehmen und anschauliche Vorstellungen damit zu verbinden. Als einer Anschauung fähig, führte ich alle electrischen und magnetischen Begriffe auf, die in ihren Wirkungen aufeinander durch Wirkungen ponderabler Massen aufeinander ersetzt werden konnten; solche Begriffe setzte ich einer Masse äquivalent und gab ihnen den Dimensionswerth ( $m$ ). Dagegen möchte ich solche Begriffe wie z. B. den electrischen Leitungswiderstand als reine Rechengrösse bezeichnen. Bohn scheint hierin anderer Meinung zu sein, er beruft sich auf die Untersuchungen von Riess, der den Leitungswiderstand als Verzögerung auffasst. Ich kann aber daraus noch keinen zwingenden Grund folgern, die Dimension eines Widerstandes einer reciproken Geschwindigkeit gleich zu setzen; eine Verzögerung ist mir zunächst eine negative Beschleunigung.

Will man die Sätze von Ohm und von der Aequivalenz von Wärme und Stromarbeit, also die Gleichungen:

$$I = \frac{E}{w}, \quad Q = I \cdot E \cdot t,$$

in ihrer Homogenität bestehen lassen, so hindert nichts, ausgehend von den als Massen gefassten electrischen Begriffen, über die Begriffe der electromotorischen Kraft und des Widerstandes entsprechend zu verfügen.

In der theoretischen Astronomie ist der Begriff der Masse eine Rechengrösse. Wenn aber jetzt Hr. Bohn in der Physik den anschaulichen Begriff der Masse zu einer Rechengrösse herabdrückt, befindet er sich nicht im Einklang mit seinem Bestreben „unvorstellbare Ausdrücke“ und „Schwierigkeiten für die Anschauung“ zu meiden.

Königsberg i. Pr., im Febr. 1883.

---

**XX. Der Foucault'sche Pendelversuch<sup>1)</sup>;  
von A. Schuller.**

---

Foucault hat den Pendelversuch, der die Drehung der Erde sichtbar macht, mit einem sehr langen Pendel ausgeführt. Auch nachher hat man immer möglichst lange Pendel verwendet, ohne dass dadurch der Erfolg gesichert erschiene. Die Schwierigkeit, ein genügend langes Pendel zu verwenden, und die Unsicherheit des Resultates selbst bei 5—6 m langem Pendel sind wohl die hauptsächlichen Ursachen, weshalb dieser so einfache und doch so frappante Versuch seltener gezeigt wird, als zu erwarten wäre. Bei der im Folgenden mitgetheilten Einrichtung genügt die Anwendung eines 1—2 m langen Pendels; dabei erfolgt die Ablenkung immer im richtigen Sinne, und man kann die Schwingungen mittelst Spiegel vergrössert vorweisen, wodurch die Ablenkung schon nach wenigen Minuten bemerkbar wird.

Das Pendel besteht aus einer Metallkugel von ungefähr 0,5 kg, die an einem dünnen Draht oder an einer geflochtenen Schnur hängt. Zur Unterstützung dient die in Fig. 1 ange-

1) Nach einer in den „Mügycytemi Lapok 1877“ enthaltenen Beschreibung.

deutete Vorrichtung. *A* ist eine bei *a* durchlöchernte Stahlschneide, welche auf dem beweglichen Theile eines ebenfalls durchlöchernten Schlittens ruht, sodass die Bohrungen übereinander zu stehen kommen. Der untere Schlittentheil hat einen entsprechenden Spalt. *B* ist ein aus vier Spiegelglasstreifen hergestellter Rahmen, dessen Theile von Schrauben zusammengehalten werden. Die Schneide *D* hat eine enge Bohrung, in die ein harter Draht eingekittet ist, der zur Aufnahme des Pendelfadens eine Oese am freien Ende hat.

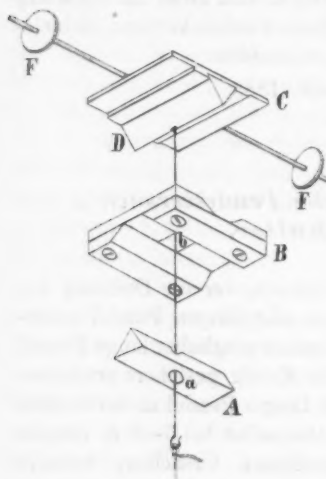


Fig. 1.

— Bei der Zusammenstellung legt man den Rahmen *B* auf *A*, sodass die Schneide den mittleren freigelassenen Theil der oberen Platten von *B* berührt, dann steckt man den Draht von *D* durch die Oeffnungen im Rahmen (*b*) in der unteren Schneide (*a*) und im Schlitten, stellt die obere Schneide senkrecht zur unteren und hängt dann den Pendelfaden an. Die Schwingungen vollziehen sich so um zwei aufeinander senkrechte in derselben Ebene liegende Linien.

Auf die Schneide *D* ist noch eine Metallplatte *C* zur Aufnahme eines Spiegels aufgeschoben, und an diese sind Schraubenspindeln senkrecht zur Schneide befestigt. Die auf diesen Schrauben beweglichen Schraubenmutter *FF* dienen dazu, das auf die obere Schneide bezügliche Trägheitsmoment zu verändern, wodurch es möglich wird, die Schwingungsdauern um die beiden aufeinander senkrechten Schneiden einander gleich zu machen. Dieser Umstand ist beim Foucault'schen Pendelversuche von hervorragender Bedeutung, so zwar, dass das häufige Missgelingen desselben in erster Linie dem Ausserachtlassen dieses Umstandes zu-

zuschreiben ist. Denn wenn die Schwingungsdauer um zwei aufeinander senkrechte Axen verschieden ist, so verändert sich aus diesem Grunde im allgemeinen die Bahn und damit die Richtung der Bewegung. Die ursprünglich ebene Bewegung wird dadurch von selbst elliptisch, und die grosse Axe der Bahn nimmt alsbald verschiedene Richtungen an. Zur Vermeidung dieses Uebelstandes muss man dahin trachten, das Pendel bleibend ebene Schwingungen vollführen zu lassen; denn sobald das erreicht ist, sind die auf beide Axen bezüglichen Schwingungen von gleicher Dauer, in welchem Falle die Richtung der Bewegung sich nicht von selbst verändert. Die Abweichung, welche in diesem Falle auftritt, kann füglich der Umdrehung der Erde zugeschrieben werden.

Zum Zwecke der betreffenden Einstellung der Schrauben *FF* versetzt man das Pendel in Schwingungen, deren Ebene ungefähr  $45^\circ$  mit den Schneiden bildet, wartet, bis dieselben elliptisch werden, und beobachtet die Richtung der Bewegung auf der Ellipse. Denkt man sich die Ellipse in die Ebene der ruhenden Schneiden projicirt, so zeigt ein an der Spitze der Ellipse in die Richtung der Bewegung gestellter Pfeil gegen jene Schneide, um welche die raschere Schwingung erfolgt. Daraus ergibt sich, in welchem Sinne man die Schrauben *FF* bewegen muss, um die Abweichung zu vermindern.

Damit die Schneiden und der Rahmen immer wieder in dieselbe Lage gebracht werden können, ist es zweckmässig, eine Art Arretirvorrichtung anzubringen. Diese besteht aus einem Ring mit ausserhalb liegender Drehungsaxe, in dem vier mit den Spitzen aufwärts gerichtete Schrauben sind. Wird der Ring gehoben, so unterstützen gleichzeitig zwei gegenüberliegende Schrauben den Rahmen, die beiden anderen die Platte an der beweglichen Schneide, zu welchem Zwecke geeignete Einkerbungen angebracht sind.

Um ebene Schwingungen herstellen zu können, ist es ganz besonders zu empfehlen, einen schon vorher erwähnten Schlitten anzuwenden, auf dem das ganze Pendel ruht, den man erst hin- und nach Verlauf einer Schwingung wieder zurückschiebt, um in die gewünschte Ruhelage zu gelangen.

Soll die scheinbare Abweichung der Schwingungsebene durch Projection gezeigt werden, so befestigt man auf der Platte *C* einen Spiegel und stellt einen grösseren festen Spiegel schief über jenen derart, dass er ungefähr  $45^\circ$  mit dem Horizont bilde. Als Lichtquelle dient eine kreisförmige, wohl beleuchtete Oeffnung, von der das Licht erst durch eine Linse geht, dann nacheinander auf den schiefen, festen Spiegel, auf den beweglichen und wieder auf den festen fällt, endlich von hier auf einen Schirm geworfen wird, wo das Bild der Oeffnung entsteht, und wo ein ausgespannter Faden die ursprüngliche Bewegungsrichtung angibt.

## XXI. Vorlesungsversuche; von A. Schuller.

Aus einem populären Vortrag über die Luft und deren Verflüssigung<sup>1)</sup> mögen die folgenden Vorlesungsversuche hervorgehoben werden.

1. Zum Nachweise der Schwere gasförmiger Körper dienen mit Glashähnen versehene Literkolben, die vorher mit einer gewöhnlichen Luftpumpe entleert wurden. Der eine wird in verkehrter Stellung mit seiner Oeffnung in Wasser getaucht und der Hahn langsam geöffnet: das heftige Einströmen des Wassers verräth die Abwesenheit der Luft. Ein zweiter Kolben wird mit seiner Tara auf eine Apothekerwage gestellt, worauf sein Hahn geöffnet wird. Nach dem unter Zischen erfolgten Eindringen der Luft kann man die Gewichtszunahme mit genügender Annäherung bestimmen. Wird noch ein dritter Kolben mit Leuchtgas oder Kohlensäure gefüllt, so zeigt sich die Verschiedenheit in der Dichte.

2. Die Verschiedenheit des Gewichtsverlustes, der vom umgebenden Gase herrührt, wird mit einer Apothekerwage gezeigt, deren eine Schale sammt Bügel durch einen Bügel *B* Fig. 1 ersetzt ist, an den oben und unten je eine hohle Messingkugel von 0,5 l Volumen mittelst Stangen

<sup>1)</sup> Schuller, 8. Bd. 20. Hft. der ung. Samml. populär. naturwissenschaftl. Vorträge.

befestigt sind. Die untere Kugel reicht in einen Glascylinder, in dem ein schwereres Gas als die Luft einen Gewichtsverlust bewirkt; ein über die obere Kugel gestülpter Cylinder mit einem leichteren Gase bewirkt eine Gewichtszunahme.

3. Schwebende Seifenblasen die einen prächtigen

Anblick gewähren, erhält man a) in freier Luft, wenn man ausser der Luft noch etwas Leuchtgas einbläst. b) Auf einem schwereren Gase kann man Blasen mit Vermeidung der an runden Gefässen auftretenden störenden Reflexe schweben lassen, wenn man sich einen Glaskasten aus vier losen Scheiben, aus Holzunterlage und oberem Holzrahmen herstellt, welcher letztere Nuten zur Aufnahme der Glasscheiben haben. Nachdem man einen mit Benzin befeuchteten Lappen einige Zeit in dem bedeckten Kasten hängen liess, entfernt man den Lappen und Deckel und lässt von einem engen Blaserohr eine möglichst grosse Blase hineinfallen, die bei geeignetem Benzingealt der Luft ungefähr in der Mitte schweben bleibt. Im bedeckten Kasten erhält sich die Blase auffallend lange und bietet eine reizende Erscheinung.

Zusätze. a) Die für letzteren Versuch häufig benutzte Kohlensäure ist dazu wenig geeignet, denn die Blasen zerspringen sehr bald, offenbar weil die Seife von der Kohlensäure zersetzt wird. b) Bei allen Versuchen mit Seifenlamellen ist die Temperatur ein wichtiger Factor; in der Kälte zerspringen sie sehr schnell, während sie im gutgeheizten Zimmer oder in der Sommerwärme lange halten. Ich habe eine Seifenblase von 18 cm Durchmesser im Mai 1876 unter einer Glasglocke volle sechs Tage lang erhalten. Die anfangs prächtig gefärbte Blase wurde am dritten Tag ganz fahl, indem sich der schwarze Fleck, der sich kurz vor dem Zerspringen zu zeigen pflegt, immer mehr ausdehnte und

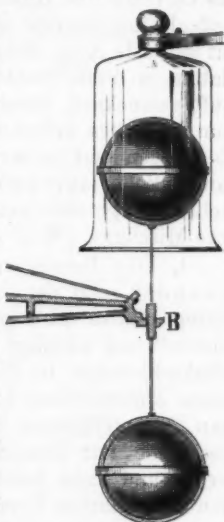


Fig. 1.

sich schliesslich über die ganze Blase erstreckte. In diesem Zustande erhielt sie sich noch über drei Tage und bot dabei ein geisterhaftes Aussehen, indem sie so wenig Licht reflectirte, dass selbst von leuchtenden Flammen nur ganz matte Bilder entstanden. Die dazu benutzte Seife habe ich aus Olivenöl und Kalihydrat bereitet. c) Eine gute haltbare Seifenlösung bereite ich mir am einfachsten und sichersten auf folgende Art. Schmierseife (Kaliseife) wird erst auf Glasplatten in dünne Schichten zertheilt und lange Zeit an der Luft getrocknet, dann nach erfolgtem Zerbröckeln mit der zum Bedecken erforderlichen Menge von absolutem Alkohol übergossen und in der Kälte digerirt. Die filtrirte Lösung kann beliebig lange aufbewahrt werden und gibt mit der vierzigfachen Menge einer zehnpotentigen Glycerinlösung eine sehr gute Mischung. Wird diese trübe, so muss sie filtrirt werden.

4. Die Bewegung verschieden dichter Gase ineinander zeigt der folgende Versuch. In eine Flasche mit weitem Halse wird etwas Benzin gegossen, einigemal geschüttelt und nachher das eine Ende eines ganz weiten Kautschukschlauches in die Flasche gesteckt. Das andere, mit einem kurzen Glasrohr versehene Ende des Schlauches lässt man herunterhängen und saugt daran ein wenig. Alsbald fliesst die mit Benzindampf geschwängerte schwerere Luft heraus und kann durch Anzünden sichtbar gemacht werden. Den umgekehrten Versuch kann man mit Leuchtgas anstellen, und kann man die zuletzt auftretende Explosion ohne Nachtheil abwarten, falls man einen offenen Recipienten verwendet hat.

5. Die Grösse des Luftdruckes kann man sehr populär mit einem Heberbarometer zeigen, dessen längeres 4—5 mm weites Rohr oben einen Hahn hat, während das kürzere so gewählt wird, dass es einen Quadratcentimeter Querschnitt habe und möglichst cylindrisch sei. In dieses Rohr passt man einen conischen Korkstöpsel, der an einen Stab gekittet ist, welcher oben einen kleinen Teller trägt. Ein inzwischen lose aufgeschobener Stöpsel, der leicht in die Glasröhre gedrückt wird, dient dem Stabe als Führung. Es ist vortheilhaft, auf das Quecksilber eine Schicht Glycerin zu giessen, bevor man den genau gearbeiteten Stöpsel einführt, wodurch die Reibung sehr verringert und der quecksilberdichte Verschluss gesichert wird. Gibt man nun 1 kg auf den Teller des Stöpsels, so hebt sich das Quecksilber im offe-

nen Schenkel mit hinreichender Genauigkeit in dieselbe Höhe, wie wenn die Luft aus dem langen Rohre ausgepumpt wird, was man schon vorher mit einer gewöhnlichen Pumpe bewerkstelligt.

6. Die Verschiedenheit des Luftdruckes in verschiedenen Höhen kann man im Vorlesungssaale mit dem folgenden Apparate zeigen.

Eine grosse Flasche, Fig. 2, die vor Temperaturschwankungen durch Baumwolle- und Pappemhüllungen geschützt ist, wird mit einem luftdichten Stöpsel versehen, in dessen Bohrung ein Hahn *H* mit seitlicher Abzweigung gesteckt ist. Letztere wird mittelst eines engen biegsamen Kautschukrohres mit einer wagrechten dickwandigen Glasröhre *G* von 2 bis 3 mm innerem Durchmesser verbunden und diese mit einem Tropfen gefärbten Alkohol als Zeiger beschickt. Der ganze Apparat wird während des Versuchs gehoben und gesenkt, weshalb die Flasche an zwei über Rollen geführte Schnüre gehängt ist, an deren eine das Zeigerrohr sammt einer weithin sichtbaren Scala festgebunden ist. Will man den Versuch ausführen, so schliesst man den vorher offenen Hahn, wobei

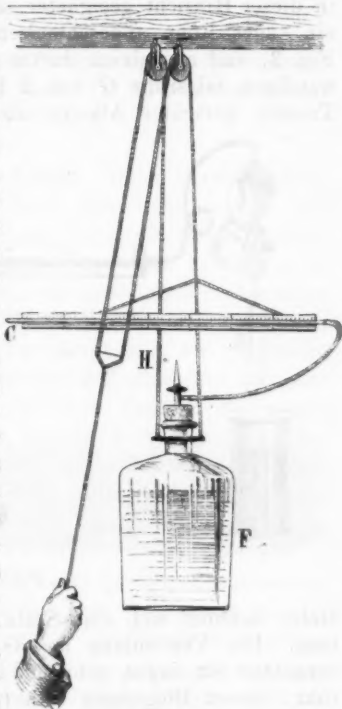


Fig. 2.

der Flüssigkeitszeiger keine Veränderung zeigt, falls nicht Temperaturwechsel in der Flasche eintreten. Zieht man nun an den Schnüren, so hebt sich der Apparat, und der Zeiger rückt nach aussen, zum Zeichen, dass die Luft oben einem geringeren Drucke unterworfen ist; beim Senken zeigt sich das Entgegengesetzte. Temperaturunterschiede in verschiedener Höhe stören bei der geringen Versuchsdauer sehr wenig, wenn man für eine schlecht leitende Umhüllung ge-

sorgt hat und besonders, wenn man die Flasche ursprünglich in mittlerer Höhe hängen liess.

7. Ein Luftthermometer. Man hat für Vorlesungsversuche mehrfach Luftthermometer vorgeschlagen, die aber meist complicirt und wenig handlich sind; das folgende dürfte in dieser Hinsicht geeigneter sein. Es besteht aus einem an ein enges Rohr angeschmolzenen cylindrischen Gefässe C, Fig. 3, und aus einem davon getrennten horizontalen dickwandigen Glasrohr G von 2 bis 3 mm Weite, in dem ein Tropfen gefärbter Alkohol als Zeiger dient. Hinter dem

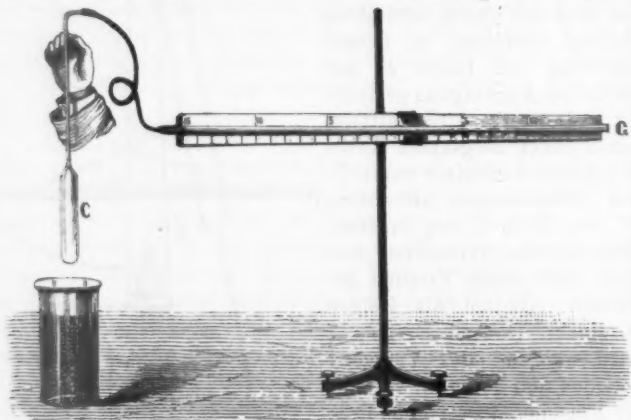


Fig. 3.

Rohre befindet sich eine Scala mit weithin sichtbarer Theilung. Die Verbindung des Gefässes mit dem Zeigerrohr vermittelt ein enges, genügend langes, biegsames Kautschukrohr, dessen Biegungen erfahrungsgemäss ohne merkbaren Einfluss sind. Es ist zweckmässig, an dem Glasrohre des Gefässes eine Schliffstelle anzubringen, deren beide Theile durchbohrt sind, sodass sie die Stelle eines Hahnes vertreten. Vor dem Gebrauche stehen die Löcher übereinander, sodass die Luft freien Zutritt hat; erst wenn der Zeiger eingestellt ist, und das Gefäss die entsprechende Temperatur angenommen hat, wird durch die Drehung der Schliffstücke die Luft abgeschlossen.